

警示

《中山大学授予学士学位工作细则》第六条：“考试作弊不授予学士学位。”

中山大学理工学院 2012 学年 1 学期期末
高等量子力学 试卷 (A)

10、研 12 年级 物理等、研 12 专业 姓名：_____ 学号：_____

老师姓名：林琼桂

考试成绩：_____

一、(本题 50 分, 每小题 5 分) 在正确陈述的序号前打 \checkmark 或在空白处填入答案.

- Pauli 不相容原理是 ① 全同性原理的推论. ② 量子力学中一个独立的基本假设.
- 如果知道一个经典体系的 Hamilton 量 H , 按照一定的规则将它变成算符, 作为相应量子体系的 Hamilton 算符, 则 ① 它一定就是正确的 Hamilton 算符 ② 它是否是正确的 Hamilton 算符, 需要由实验来检验.
- $L = x \times p$ 是轨道角动量, L_x 与动量的对易关系是 $[L_x, p_x] =$ _____, $[L_x, p_y] =$ _____, $[L_x, p_z] =$ _____.
- 接上题, 已知 $\{L^2, L_x\}$ 的共同本征态是 $|lm\rangle$, 本征值是 $\{l(l+1)\hbar^2, m\hbar\}$, 要使 $\langle l'm'|p_x|lm\rangle \neq 0$, 则 m' 与 m 必须满足关系 _____ . (提示: 取对易关系的矩阵元.)
- 接上题, 令 $p_{\pm} = p_x \pm ip_y$, 要使 $\langle l'm'|p_{\pm}|lm\rangle \neq 0$, 则 m' 与 m 必须满足关系 _____ .
- 在 Lorentz 变换 $x \rightarrow x' = ax$ 下, Dirac 场 $\psi(x)$ 的变换规律是 ① $\psi'(x') = \psi(x)$ ② $\psi'(x') = \Lambda(a)\psi(x)$ ③ $\psi'(x) = \Lambda(a)\psi(x)$ ④ $\psi(x') = \Lambda(a)\psi(x)$.
- 对于由 Dirac 方程描述的自由粒子, ① 其轨道角动量和自旋分别守恒. ② 其轨道角动量和自旋均不守恒, 只有总角动量是守恒的.
- 设 U_1 是空间反演算符, 则 ① $U_1 x \cdot p U_1 = x \cdot p$ ② $U_1 x \cdot L U_1 = x \cdot L$ ③ $U_1 p \cdot L U_1 = p \cdot L$ ④ $U_1 L^2 U_1 = L^2$.
- 用 Klein-Gordon 方程计算的氢原子能级相对论修正与实验结果不符, 用 Dirac 方程计算则相符, 这是因为 ① Dirac 方程描述自旋为 $1/2$ 的粒子, 正好适合电子. ② Dirac 方程比 Klein-Gordon 方程更基本.
- 对于在 Coulomb 场中运动的电子, ① 由于 L 守恒, 电子在与 L 垂直的平面上运动, 一如太阳系中行星的运动. ② 在由 $\{H, L^2, L_x\}$ 的共同本征态 $\psi_{nlm}(x)$ 描写的状态中, 电子在平面上运动. ③ 以上陈述均不正确.

二、(本题 20 分) 考虑均匀场中的一维粒子, 其 Hamilton 量是 $H = p^2/2\mu + \lambda x$, 其中 λ 是常数. 定义 Heisenberg 绘景中的算符 $x_H = e^{iHt/\hbar} x e^{-iHt/\hbar}$, $p_H = e^{iHt/\hbar} p e^{-iHt/\hbar}$. 试求出这两个算符的显式.

三、(本题 30 分) 一粒子带电 q , 质量为 M , 在 xy 平面上运动, 粒子受 z 方向的均匀磁场 B ($B > 0$) 作用, 取 Landau 矢势 $A_x = -By$, $A_y = 0$, 其 Hamiltonian 为

$$H = \frac{1}{2M} [(p_x + qBy)^2 + p_y^2].$$

- 设波函数 $\psi(x, y, t)$ 满足 Schrödinger 方程, 且已经归一化. 定义 $\bar{x} = \langle \psi, x \psi \rangle$, 类似定义 \bar{y} , \bar{p}_x , \bar{p}_y , 它们是时间 t 的函数. 求出其变化率 $\dot{\bar{x}}$, $\dot{\bar{y}}$, $\dot{\bar{p}}_x$, $\dot{\bar{p}}_y$, 结果用上述各平均值表出. (10 分)
- 消去 \bar{p}_x , \bar{p}_y 及其导数, 得出 \bar{x} , \bar{y} 的运动方程. (5 分)
- 对同一体系, 写出经典粒子的运动方程 (允许用任何方法, 但不能含正则动量). 比较上一小题结果, 对量子力学波包的运动可以得出什么结论? (10 分)
- 试对该体系的量子力学波包在演化过程中会否扩散作出判断, 并说明理由. (5 分)