中山大学本科生期末考试

考试科目:《高等量子力学》(A 卷)

学年学期:	2015 学年第 3 学期	姓　　名:	______
学　　院:	物理科学与工程技术学院	学　　号:	______
考试方式:	闭卷	年级专业:	______
考试时长:	120 分钟	班　　别:	______

警示《中山大学授予学士学位工作细则》第八条:"考试作弊者,不授予学士学位."

————以下为试题区域,共三道大题,总分 100 分,考生请在答题纸上作答————

一、选择与填空题(共 10 小题,每小题 5 分,共 50 分.)

1. Hilbert 空间是一个集合,并且具有下述结构或运算(✓ 出必须者): ① 加法和数乘 ② 内积 ③ 由内积导出的距离 ④ 独立定义的距离.

2. 人们相信量子力学的基本假设是正确的,这是因为 ① 基于它们对实际问题作出的计算结果得到实验事实的支持. ② 它们经过了严格的数学和逻辑论证.

3. 如果知道一个体系的经典 Hamilton 量,按照一定的规则将它变成算符,作为相应量子体系的 Hamilton 算符,则 ① 它一定就是正确的 Hamilton 算符. ② 它是否是正确的 Hamilton 算符,需要由实验来检验.

4. 全同粒子无法区分,是因为 ① 它们本质上就是不可区分的. ② 目前的实验技术还不够精密.

5. 态叠加原理 ① 是量子力学的基本假设之一. ② 是"Hilbert 空间具有线性结构"和" Schrödinger 方程是线性方程"的自然推论.

6. Schrödinger 方程 $\mathrm{i}\hbar\partial\psi/\partial t = H\psi$ ① 只适用于非相对论量子力学 ② 可适用于一般微观体系,只是需要找到适当的 H.

7. 设体系具有某一对称性,且已知 H 的某一本征态 ψ_0,本征值是 E_0. 用该对称性的变换算符或其生成元作用于 ψ_0 ① 一定 ② 不一定 可以获得对应于 E_0 的所有本征态.

8. 电磁场中的 Schrödinger 方程是 $\mathrm{i}\hbar\partial\psi/\partial t = -(\hbar^2/2\mu)(\nabla - \mathrm{i}q\boldsymbol{A}/\hbar)^2\psi + qA_0\psi$. 设 $\psi(\boldsymbol{x},t)$ 是方程的解. 今作规范变换 $A_\mu \to A'_\mu$: $A'_x = A_x + ax$, $A'_y = A_y + by$, $A'_z = A_z + cz$, $A'_0 = A_0$, 其中a、b、c 是常数. 则新的解 $\psi'(\boldsymbol{x},t)$ 与 $\psi(\boldsymbol{x},t)$ 的关系是 ______________________

9. 粒子在势场 $V(\boldsymbol{x}) = a(x+y)^2 + b(y+z)^2 + c(z+x)^2$ 中运动,其中 a、b、c 是常数,则波包中心的运动规律与经典粒子 ① 相同. ② 不一定相同,只当 $a=b=c$ 时才相同.

10. Dirac 方程与 Klein–Gordon 方程的关系是 ① Klein–Gordon 方程更基本. ② Dirac 方程更基本. ③ 两者描述不同自旋的粒子,其地位是平等的.

二、计算题之一(本题 20 分.)

已知一维谐振子的 Hamiltonian 为 $H = p^2/2\mu + \mu\omega^2x^2/2$. Heisenberg 绘景中的算符是 $F_{\mathrm{H}} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}Ht/\hbar}F\mathrm{e}^{-\mathrm{i}Ht/\hbar}$. 试求出该绘景中的坐标与动量算符 x_{H} 与 p_{H},用 x、p 和 t 的显式表示.

三、计算题之二(共 4 小题,各小题分数依次为 5 分、5 分、5 分、15 分,共 30 分.)

已知 A、B 为力学量, $[A,B] = \mathrm{i}K$.

1. 写出不确定关系,即 $\Delta A\Delta B$ 与 $\langle K\rangle$ 所满足的不等式. 不必写出推导过程.

2. 当 $A = x$, $B = p$, 写出相应的不确定关系. 指出在什么样的状态中, $\Delta x\Delta p$ 可以取得最小值.

3. 当 $A = J_x$, $B = J_y$, 写出相应的不确定关系,其中 J_x 等算符是一般角动量算符的分量.

4. 接上一小题. 在 $\{J^2, J_z\}$ 的共同本征态 $|jm\rangle$ 中,计算不确定关系中出现的各量,验证不确定关系. 对于给定的 j, $\Delta J_x\Delta J_y$ 何时取得最小值? 此时不确定关系取什么形式?

提示: $J_\pm|jm\rangle = \sqrt{(j\mp m)(j\pm m+1)}\hbar|j(m\pm1)\rangle$.