2016-2017 学年 第一学期 高等光学期末考试

一、由麦克斯韦方程组推导出真空中电场与磁场的波动方程，在此基础上推导出电场的亥姆霍兹方程，并验证单色平面波是真空中电磁场的一个解。（共20分）

二、由真空中电场的亥姆霍兹方程导出球面波、柱面波及高斯球面波在各自坐标系下的亥姆霍兹方程表示形式和解的形式，并描述它们的等相面（需作图予以说明）。其中拉普拉斯算子表示为：

$e^{i(k\vec{r}-\omega t)}$

柱面坐标系：$\nabla^2=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ $\quad \frac{\partial^2}{\partial r^2}$ $\quad \frac{\partial^2}{\partial r^2}$

球面坐标系：$\nabla^2=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$

（共20分） $\frac{\partial^2}{\partial r^2}$

三、从物理上描述并从数学上推导倏逝波的特性（相速度、穿透深度、等相面与等幅面）。（共20分）

中山大学本科生期末考试试卷

四、从 Maxwell 方程组出发，证明在平面梯度折射率波导中，即 $\varepsilon(x,z)=\varepsilon(x)$，横电场 TE 模满足的亥姆霍兹方程形式为：$\frac{d^2E_y(x)}{dx^2}+k_x^2E_y(x)=0$

其中 $k_x^2=n^2k_0^2-\beta^2$

这里，假定入射面为 xz 平面，y 平面无限大，传播方向沿 z 轴方向。（共 20 分）