

1.1

1、7 个位图

2、第 7 个位图

3、 $1024 \times 2048 \times 7/8$ byte 约等于 1.8M

1.2

4-path 不存在

从 q 点出发无法找到与 q 点 4 邻接的点

$N4(q) = \{q\}$ 不与 $N4(q)$ 有交集

所以无法找到 4-path

8-path 存在，其长度为 4

m-path 存在，其长度为 5

1.3

A 交 B 交 C

$(A \cap B) \cap (B \cap C) \cap (A \cap C)$

$(B \cap (\sim A) \cap (\sim C)) \cap (A \cap C \cap (\sim B))$

2.1

利用双线性插值法求解，

由于实训用过 java 进行过图像处理，所以这次也同样用 java 进行图像处理。

用 ImageIO 和 BufferedImage 进行读取图片，并获取像素值存储进矩阵。

接着用 `downScale(int w, int h, BufferedImage img)` 进行图像缩放。

缩放利用了双线性插值方法。

双线性利用目标像素坐标，根据比例映射到原图像的浮点像素坐标，由于像素矩阵都是离散的，所以浮点像素坐标需找接近浮点像素最近的四个值，由于四个值可以映射到 3 维平面上，z 值相当于 RGB 值，四个点相连形成的平面中找到浮点坐标对应的值。

4 个最近的点分别可以映射成为(0,0), (0,1),(1,0),(1,1),浮点数坐标保留小数部分

先在 x 方向上找出插值

其四个坐标 $(0, f(0,1))$, $(0, f(0,0))$, $(1, f(1,0))$, $(1, f(1,1))$,

$$Z1(x) = (f(1,0) - f(0,0))(x - 0) + f(0,0)$$

$$Z2(x) = (f(1,1) - f(0,1))(x - 0) + f(0,1)$$

其获得两个点分别为 $(Z1(x), 0)$, $(Z2(x), 1)$

再在 y 方向上找出插值

$$f(x, y) = (Z2(x) - Z1(x))(y - 0) + Z1(x)$$

根据该公式便能求出目标像素值。

下面为实现代码

$$f(x, y) = f(0,0)(1-x)(1-y) + f(1,0)x(1-y) + f(0,1)(1-x)y + f(1,1)xy$$

注意，这里按比例求出的浮点数后映射成的 4 个值可能超出高度和宽度的

范围，要进行 $\min(\text{width}, y)$ 及 $\min(\text{height}, x)$ 才行，保证不越界。

```
//缩放图片
public void downScale(int w, int h, BufferedImage bi) {
    BufferedImage buffImage = new BufferedImage(w, h, BufferedImage.TYPE_INT_BGR);

    // 将图片画到buffImage中
    Graphics2D bGr = buffImage.createGraphics();
    bGr.drawImage(bi, 0, 0, w, h, null);
    bGr.dispose();

    //与原图相比，长宽比例
    double colRatio = (double)(width) / (double)(w);
    double rowRatio = (double)(height) / (double)(h);

    int[][][] downScaleRGB = new int[w][h][4];

    //双线性插值法
    for (int col = 0; col < w; col++) {
        //横坐标映射，并截取小数部分
        int k = (int)(col * colRatio);
        double u = (double)(col) * colRatio - k;
        for (int row = 0; row < h; row++) {
            //纵坐标映射，并截取小数部分
            int j = (int)(row * rowRatio);
            double c = (double)(row) * rowRatio - j;

            for (int i = 0; i < 4; i++) {
                //这里映射时的坐标，可能刚好超过最大高度及宽度，超过时像素点就设为最高的像素点及最宽的像素点
                int Q11 = (int)(sourceRGB[k][j][i] * (1.0 - c) + sourceRGB[k][j+1][i] * 1.0 * c);
                int Q22 = (int)(sourceRGB[k+1][j][i] * (1.0 - c) + sourceRGB[k+1][j+1][i] * 1.0 * c);

                // Dxy 为通过两次插值得到的目的像素坐标上的灰度值。
                downScaleRGB[col][row][i] = (int)(Q11 * (1.0 - u) + Q22 * 1.0 * u);
            }
        }
    }

    //将RGB值组成一个BYTE字节，并转化成一维数组
    int[] rgbArray = downScaleRGBToInt(w, h, downScaleRGB);
    // 将图片缩放为新的RGB图
    buffImage.setRGB(0, 0, w, h, rgbArray, 0, w);
    // 将图片输出为png格式
    File output = new File("./src/92_" + Integer.toString(w) + "_" + Integer.toString(h) + ".png");
    try {
        ImageIO.write(buffImage, "png", output);
    } catch (Exception e) {
        return;
    }
}
}
```

12*8



24*16



48*32



96*64



192*128



300*200



450*300



500*200



2.3

量化方法:

2level:保留像素值 0, 255

4level: 0, 85, 170, 255

8level:0, 36, 72, 108, 144, 180, 216, 252

分析可看出其间隔区间为 $gap = 255/(level-1)$

然后读取矩阵中的值，看其最接近的像素值，然后进行赋值，便得到满足要求的灰度图。

给定一个 RGB 值 temp，转化为对应灰度级别的值

思想如下:

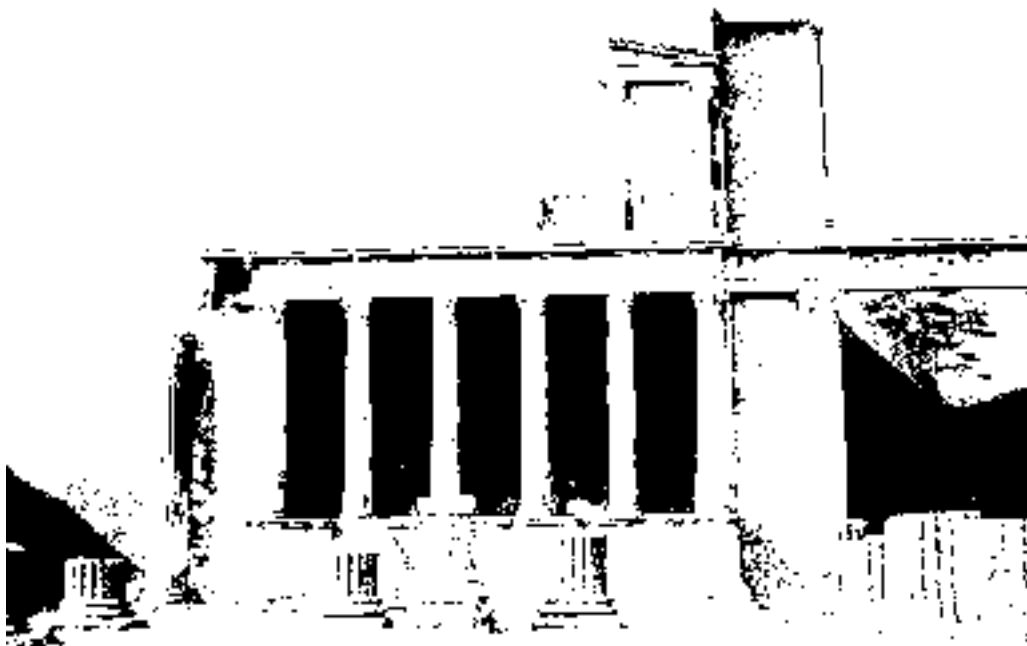
先找出该值的下界

$rgb = temp/gap * gap,$

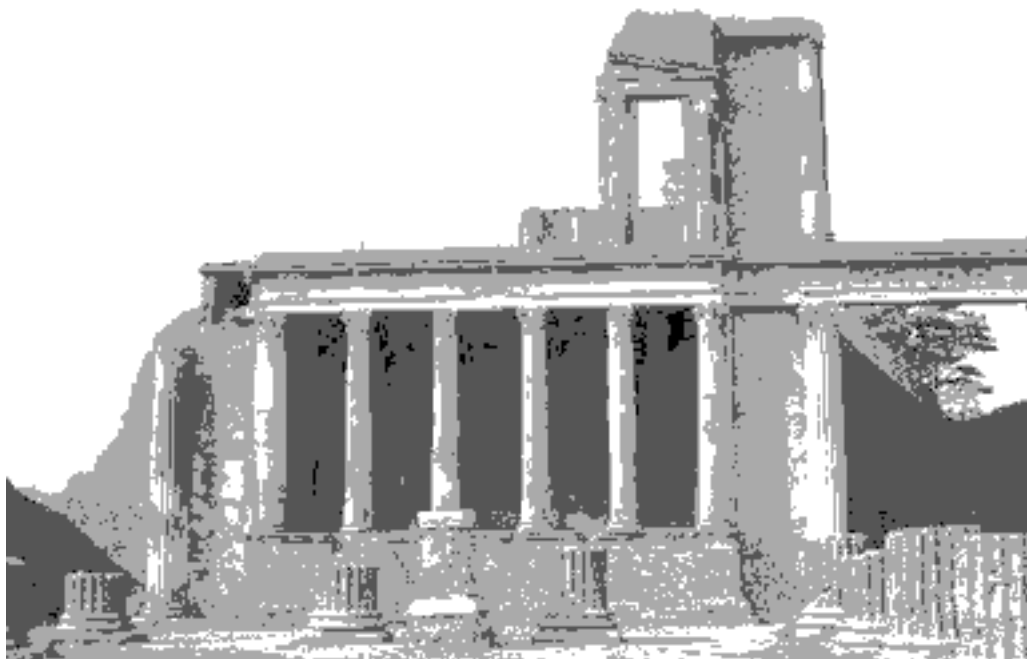
再根据 $temp-rgb$ 与 $gap/2$ 值相比，如大于等于就加 1，小于就不加。

注意：这里进行计算的时候可能会超过 255，所以求出来的值还要进行 $\min(rgb, 255)$ 求值，保证不越界。

2 level



4 level



8 level



32 level



128 level

