1.1

f(x, y)

乘以(－1)^(x+y)再做傅立叶变换,将 F(u,v)移到中心，

即=>F(u-N/2, v-M/2)。

接着求出频谱域上的共轭

F(N-u-N/2, M-v-M/2) 转化成空间域并乘以(-1)^(x+y)

则对应转化为 f(N-x, M-y)。

所以求出的图像（b）与之完全相反。

1.2.

由于原始图像的所有边界都不为黑色，对原始图像的所有边界进行 0 延拓，导致会产生与原始图像不连贯的边界。在空间域上的锐化转变，将导致频率域上在垂直轴和水平轴引入高频量。

1.3

1、

g(x,y) = f(x+1.y)+f(x-1, y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) + 2f(x,y)

G(u,v) = F(u, v)e^(j2πu/M) + F(u,v)e^(-j2πu/M) + F(u,v)e^(-j2πv/N) + F(u,v)e^(j2πv/N) + 2F(u,v)

=(e^(j2πu/M) + e^(-j2πu/M) + e^(-j2πu/M) + e^(j2πv/M) + 2)F(u,v)

$H(u,v)= 2 + 2\cos(2\pi u/M)+2\cos(2\pi v/N)$

H(u,v)

[0 3 0]

[3 6 3]

[0 3 0]

2、

转化为中心函数

$H(u,v)= 2 + 2\cos(2\pi(u\text{-}M/2)/M)+2\cos(2\pi(v\text{-}N/2)/N)$

当u＝0增加至M-1,其$2\cos(2\pi(u\text{-}M/2)/M)$函数值从-2开始， 当u=M/2,函数值变为2，当u=M时函数值降为－2，我们能够看出其符合低通滤波器的特征，

所以为低通滤波器。

1.4

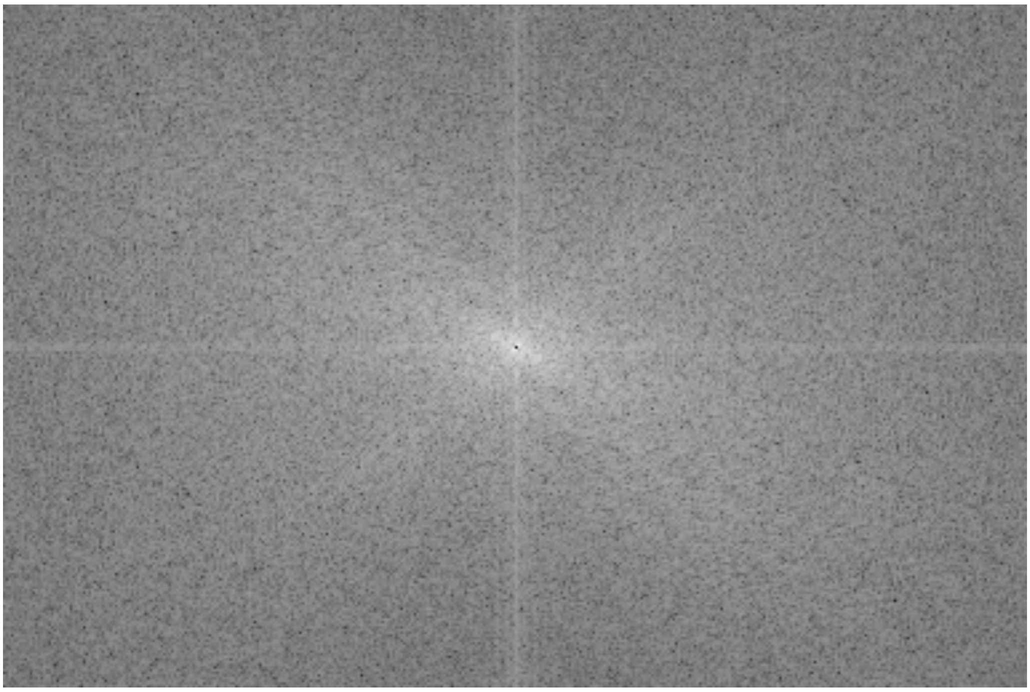
对边界进行研拓是为了在DFT时防止尾部的数据丢失。

按照第一种方法进行沿拓后的结果，将获得频谱图也会是黑色延拓

同理第二种方法也会获得相同频谱图，由于放大的尺寸及延拓都是0-延拓。

2.2

1、



2、

是，与原来等价。

由于只是进行傅立叶变化换了一组基底，再进行反变换重新换回基底，图像的像素值基本不会变换。

3、

dft2d 函数，

傅立叶正变换，O(n^4)

进行两重循环u从0～M-1,v从0~N-1

接着按照公式代入求值即可。

$$F(u,v)=\frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)W_{N}^{ux}W_{M}^{vy},$$

$$u=0,1,\cdots,M-1;v=0,1,\cdots,N\text{-}1.$$

$$W_N^{ux} = \exp(\frac{-j2\pi ux}{M}) = e^{-j2\pi ux/M}$$

$$W_M^{vy} = \exp(\frac{-j2\pi vy}{n}) = e^{-j2\pi vy/N}$$

再进行两重循环求值.

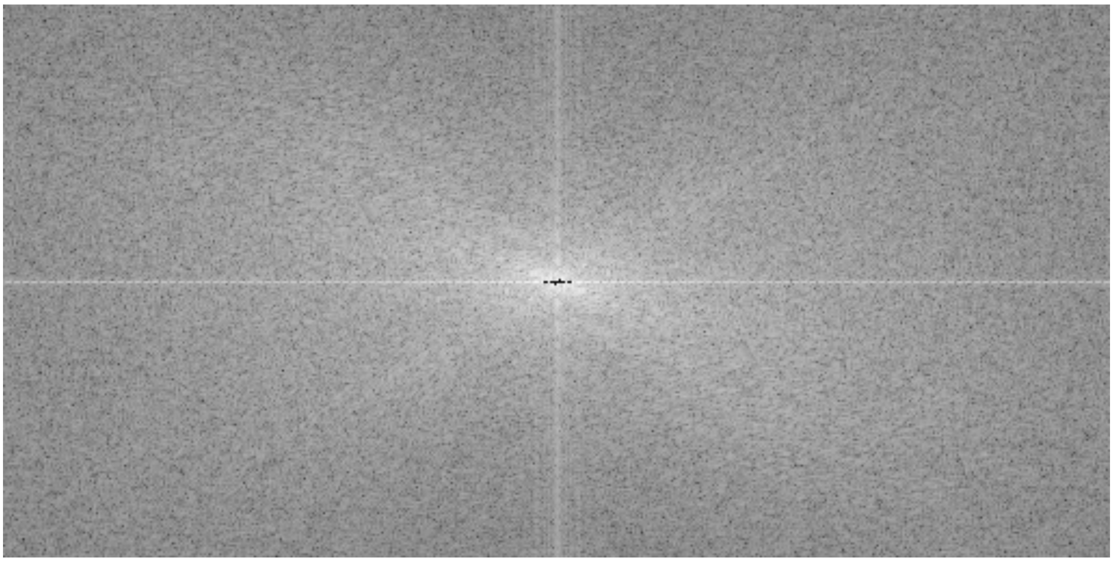
同理傅立叶反变化也按照公式同样进行。

$$f(x,y) = \sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1} F(u,v) e^{j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

2.3

1、

根据下列几个公式可得，



2、

3、

根据下列几个公式可得，

$$F(u) = \frac{1}{2K}\sum_{x=0}^{2K-1} f(x) W_{2K}^{ux} \tag{4.6.39}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x) W_{2K}^{u(2x)} + \frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x+1) W_{2K}^{u(2x+1)}\right]$$

然而,用式(4.6.36)可得 $W_{2K}^{2uk} = W_K^{ux}$。因此,式(4.6.39)可表示成:

$$F(u) = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x) W_{2K}^{ux} + \frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x+1) W_K^{ux} W_{2K}^{u}\right] \tag{4.6.40}$$

定义:

$$F_{\text{even}}(u) = \frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x) W_K^{ux} \tag{4.6.41}$$

$u = 0,1,2,\cdots,K-1$,且:

$$F_{\text{odd}}(u) = \frac{1}{K}\sum_{x=0}^{K-1} f(2x+1) W_K^{ux} \tag{4.6.42}$$

$u = 0,1,2,\cdots,K-1$,式(4.6.40)就变为:

$$F(u) = \frac{1}{2}\left[F_{\text{even}}(u) + F_{\text{odd}}(u) W_{2K}^{u}\right] \tag{4.6.43}$$

同样,因为 $W_M^{u+M} = W_M^u$ 和 $W_{2M}^{u+M} = -W_{2M}^u$,式(4.6.41)通过式(4.6.43)得到:

$$F(u+K) = \frac{1}{2}\left[F_{\text{even}}(u) - F_{\text{odd}}(u) W_{2K}^{u}\right] \tag{4.6.44}$$

可看出每次都可以递归调用减去一半的计算量

T(2n) = 2T(n) + O(n)

假设O(T(n)) = nlogn,

当n＝1时式子成立。

假设n*=n/2成立，则有T(n) = (n/2)logn/2+C

当n* ＝ n时有T(2n) = 2T(n)+O(n) =nlogn/2+O(n) = nlogn –nlog2+O(n) <= O(nlogn)

先把所有的行都做一维傅里叶变换，再放回去

再把所有的列（已经被行的一维傅里叶变换所替代）都做一维傅里叶变换

所以总算法复杂度为O(NMlogN+ NMlogM)

4、

快速傅立叶变换算法：

1、 先把所有的行都做一维傅里叶变换，再放回去

2、 再把所有的列（已经被行的一维傅里叶变换所替代）都做一维傅里叶变换

3、 取得结果

一维傅立叶变换算法：

递归调用 y[1…n] fft(x[1…n])函数,该函数返回计算结果

1、 N==1时停止递归，返回x

2、 Feven = fft(x[2, 4, 6, ….., n])

3、 Fodd = fft(x[1, 3, 5, ….., n-1])

4、 F（k） = even(k) + odd(k)

F（k+n/2） = even(k) - odd(k)

快速傅立叶的逆变化：

同样的也是先把所有的行都做一维傅里叶变换，再对所有列进行一维傅立叶变化。

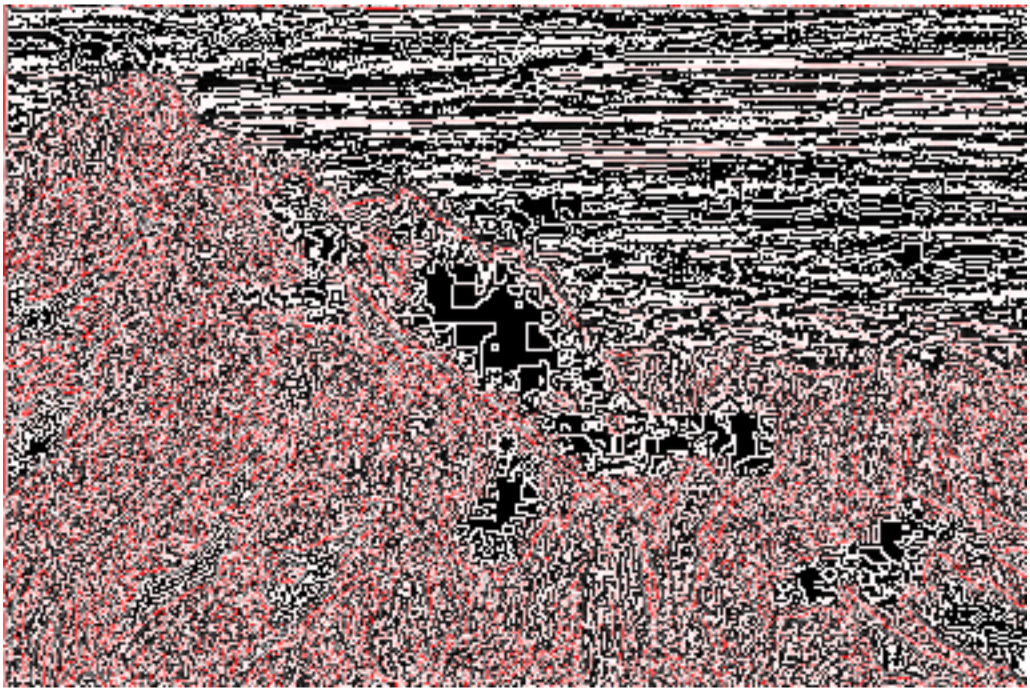
一维傅立叶逆变换

先对F[1..n]求共轭后调用fft(F[1..n])求解再求共轭并乘以1/N获得结果。

2.4

1、

2、



3、

1、将空间滤波器进行0延拓成与原图相同尺寸

2、然后将原图及转换后的滤波器矩阵h进行傅立叶变化

3、空间滤波器傅立叶变化后的H即为所求频谱上的滤波器，在频谱上对H及F进行点对点相乘

4、获得的矩阵再进行傅立叶逆变化转化成空间域上的图形。