

수학 영역 **고2·3**

주최	학생자치회	출제	학생회장 정재영, 총무부장 지수현	검수	이종일 선생님
----	-------	----	--------------------	----	---------

이 자료는 「저작권법」에 의하여 보호되는 저작물로, 저작권은 정재영, 지수현에게 있으며, 허가 없는 복제·수정·배포·전송 등 일체의 행위를 금지합니다.

5지선다형

1. 두 실수  $a = \log_5 3 + \log_5 \frac{25}{3}$ ,  $b = \log_9 27 + \log 100$ 에 대하여  $ab$ 의 값은? [3점]

- ① 3                      ② 4                      ③ 5                      ④ 6                      ⑤ 7

2. 양수  $k$ 에 대하여 그래프  $G_1 = \{(x, y) \mid |x| + |y| = k\}$ 의 내부의 넓이를  $S_1$ , 그래프  $G_2 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = k\}$ 의 내부의 넓이를  $S_2$ 라고 하자. 극한값  $\lim_{k \rightarrow \pi} \frac{S_1}{S_2}$ 은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

3. 빈칸의 ㉠, ㉡에 들어갈 수와 ㉢에 들어갈 말을 고르면? [3.2점]

- $480^\circ$ 가 나타내는 동경은 제 ㉠ 사분면에 존재한다.  
○  $930^\circ$ 가 나타내는 동경은 제 ㉡ 사분면에 존재한다.  
○  $720^\circ$ 가 나타내는 동경은 ㉢.

	㉠	㉡	㉢
①	1	2	제1사분면에 존재한다.
②	1	3	특정 사분면에 존재하지 않는다.
③	2	3	제1사분면에 존재한다.
④	2	3	특정 사분면에 존재하지 않는다.
⑤	3	2	특정 사분면에 존재하지 않는다.

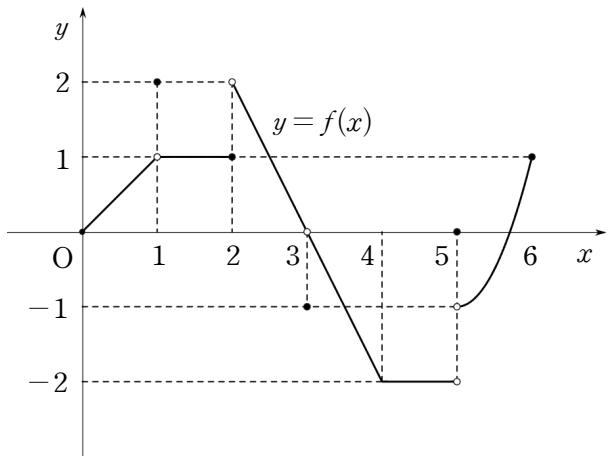
4. 자료는 함수에 관한 정보를 나타낸 것이다. ㉠, ㉡, ㉢, ㉣은  $y = \sin x$ ,  $y = \cos 2x$ ,  $y = 10^x$ ,  $\log x$ 를 순서 없이 나타낸 것이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.3점]

함수	㉠	㉡	㉢	㉣
( 가 )	$2\pi$	$1\pi$	없음	없음
$y = x$ 와의 위치 관계 (기준: $y$ 축)			아래	위
㉠ 구간 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서의 증감	?	?	?	?

㉠. ‘주기’는 ㉡로 적절하다.  
㉡. ㉢에서 나머지 셋과 다른 하나는 ㉡이다.  
㉢. ㉢과 ㉣의 합성함수는  $f(x) = x$ 와 서로 같다.

- ① ㉠                      ② ㉡                      ③ ㉠, ㉡  
④ ㉡, ㉢                      ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

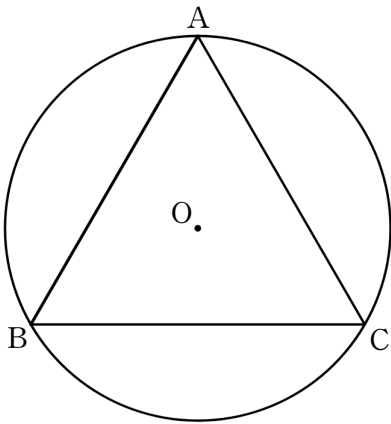
5. 그림은 구간  $[0, 6]$ 에서 정의된 함수  $y=f(x)$ 의 그래프를 나타낸 것이다.



$y=f(x)$ 에 관한 설명으로 옳은 것은? [4.3점]

- ① 극댓값보다 극솟값이 크다.
- ② 극솟값의 개수보다 극댓값의 개수가 크다.
- ③ 극값의 개수보다 불연속인 점의 개수가 크다.
- ④ 극대가 되는 점에서 극소가 되는 점까지의 거리는 1보다 크다.
- ⑤ 위에는 정답이 없다.

6. 그림과 같이 중심이 O인 원에 내접하는 정삼각형 ABC의 변 위에 있는 임의의 점 P에 대해 점 P와 가장 먼 꼭짓점 사이의 거리  $d$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [4.5점]



- ①  $d$ 의 최댓값은  $\overline{AB}$ 이다.
- ② 점 P가 점 A에서 점 B로 한없이 가까워질 때,  $d$ 는  $\overline{BC}$ 에 수렴한다.
- ③  $d$ 는 점 P가 삼각형 ABC의 각 변의 중점에 있을 때 최솟값을 가진다.
- ④ 점 P가 점 A에서 출발해 점 B로 1초에  $\frac{1}{6}\overline{AB}$ 만큼 이동할 때, 시각  $t$ 에 대한  $d$ 의 순간변화율을  $f(t)$ 라고 하면  $0 < t < 3$ 에서  $f(t) < 0$ 이다.
- ⑤ 점 P가 점 B에서 출발해 점 C로 1초에  $\frac{1}{2}\overline{AO}$ 만큼 이동할 때, 시각  $t$ 에 대한  $d$ 의 순간변화율을  $g(t)$ 라고 하면  $0 < t < 2$ 에서  $g(t) < 0$ 이다.

7. 주사위 한 개를 세 번 던져 나온 눈의 수를 차례대로  $a, b, c$ 라고 하자. 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+b & (x<-1) \\ bx+c & (-1\leq x<1) \\ x(cx+a) & (x\geq 1) \end{cases}$$

가 모든 실수  $x$ 에서 연속이거나  $\frac{2c}{a+b+1}>3$ 일 확률은? [4.5점]

- ① 0      ②  $\frac{1}{72}$       ③  $\frac{1}{54}$       ④  $\frac{1}{36}$       ⑤ 1

8. 두 함수  $f(x)=|x^4-2x^2|$ 과  $g(x)=x^2-2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [5.1점]

- ①  $\frac{56\sqrt{2}}{15}$       ②  $\frac{53\sqrt{2}}{15}$       ③  $\frac{10\sqrt{2}}{3}$       ④  $\frac{47\sqrt{2}}{15}$       ⑤  $\frac{44\sqrt{2}}{15}$

9. 양수  $a$ 에 대하여 구간  $(-\infty, -a), (-a, a), (a, \infty)$ 에서만 연속인 함수  $y=f(x)$ 와 삼차함수  $y=g(x)$ 가 조건을 모두 만족시킨다.

- (가) 함수  $y=f(x)g(x)$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 연속이다.  
(나) 함수  $y=f(x)g(x+k)$ 가 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 연속이 되도록 하는 양수  $k$ 가 존재한다.

$\{g(0)\}^2$ 의 값을  $h(a)$ 라고 하자. 이에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [5.3점]

- ①  $\lim_{a\rightarrow 0} h(a)<1$ 이다.  
② 함수  $y=h(x)$ 는 미분가능한 함수이다.  
③ 함수  $y=h(x)$ 와  $y=x$ 의 그래프의 교점의 개수는 2이다.  
④ 함수  $y=i(x)=\begin{cases} \frac{x}{|x|}h(|x|) & (x\neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$ 와의 교점의 개수가 3이 되도록 하는 직선이 존재한다.  
⑤ 위에는 정답이 없다.

10. 최고차항의 계수가 1이고 상수항수가 아닌 네 다항함수  $p(x)$ ,  $q(x)$ ,  $r(x)$ ,  $s(x)$ 가 조건을 모두 만족시킨다.

(가)  $y = p(x) + q(x) + r(x) + s(x)$ 의 그래프는  $x = 0$ ,  $x = 2$ ,  $x = 4$ 에서 극값을 가진다.

(나) 구간  $(0, 4)$ 에서 함수

$$f(x) = \begin{cases} p(x) & (0 < x < 1) \\ q(x) & (1 \leq x < 2) \\ r(x) & (2 \leq x < 3) \\ s(x) & (3 \leq x < 4) \end{cases}$$

의 불연속인 점은 존재하지 않는다.

네 함수의 그래프가 원점에서 만날 때, 차수가 최소가 되는  $p(x)$ 는? (단, 차수는  $p(x)$ ,  $q(x)$ ,  $r(x)$ ,  $s(x)$  순으로 크다.) [6.4점]

- ①  $x^3 - 8x^2 - \frac{25}{2}x$
- ②  $x^4 - 8x^3 + \frac{25}{2}x^2 - 9x$
- ③  $x^4 - 9x^3 + \frac{25}{2}x^2 - 9x$
- ④  $x^4 - 9x^3 + \frac{25}{2}x^2 - 10x$
- ⑤  $p(x)$ 를 정할 수 없다.

단답형

11. 함수  $f(x) = x^4 + 6x^3 + 2x^2 - 10x + 2$ 에 대하여  $f'(x) = ax^3 + bx^2 - cx + d$  ( $a, b, c, d$ 는 상수)라고 할 때,  $a + b + c + d$ 의 값을 구하시오. [3점]

12. 함수  $y = a^x$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ )에 대한 학생들의 대화 내용을 읽고, 옳지 않은 학생만을 있는 대로 구하시오. [4.5점]

선생님:  $a$ 가 1이 아닌 양수일 때, 함수  $y = a^x$ 의 성질에 대해 알아보까요?

수현: 정의역은 실수 전체의 집합이고, 치역은 양의 실수 전체의 집합이에요.

은재: 그러면  $x$ 의 값이 증가할 때,  $y$ 의 값이 증가하겠네요.

진석: 1이 아닌 모든 양수  $a$ 에 대하여, 그 값과 관계 없이 점  $(0, 1)$ 을 지나요.

상훈: 흠... 이 함수의 점근선은  $y$ 축입니다.

중우: 일대일함수예요.

진영:  $y = \sin x$ 와 만나기도 해요.

민 : 정의역에 속하는 원소 중 0이 아닌 세 수에 대한 함숫값의 곱이 1일 때, 이 세 수 중 음수의 개수는 1 또는 2뿐이에요.

13. 다음 문장 중 밑줄 친 ㉠~㉥에서 어법상 틀린 부분을 있는 대로 고른 개수를  $a$ , ㉡과 ㉢에서 해야 할 띄어쓰기의 개수 차를  $b$ , 9명 중 2명을 택해 나열하는 경우의 수를  $c$ 라고 하자.  
 $a = a + 3b$ 에 대해 함수

$f(x)=(ax-c)^{10}(cx-a)^{10}$

가  $x=c$ 에서 극댓값을 가질 때,  $16c$ 의 값을 구하시오. (단, 문장 부호는 고려하지 않는다.) [5.1점]

㉠ 또 한 번 ㉡ 또 다시 불러봐도  
흩어진 네 모습은 멀어지고  
의미 없이 지나온 날들은  
㉢ 모든 채 눈을 감아 너에게 ㉣ 닿을[다할] 수 있기를  
  
날 깨워 돌아가는 ㉤ 시계바늘 초침 소리가  
아 너의 목소리에 멈춰 더는 들리지가 않아  
날 따라 흘러가는 지난날의 파도 소리가  
아 그만 네가 있던 추억들 속에 날 데려가잖아  
  
밤새 ㉥ 잠 못 든 이른 새벽 아래  
멈춰진 시간 속 널 기억하고  
이 밤이 너와 ㉡ 닿는다면[단는다면]  
그동안 달라진 날 알아봐 줄래  
  
㉢ 또 한 번 ㉣ 또 다시 불러봐도  
흩어진 네 모습은 멀어지고  
의미 없이 지나온 날들은  
㉣ 모든 채 눈을 감아 너에게 닿을 수 ㉤ 있기를[이끼를]  
  
㉡ 처음너를만났던날에  
네 손 잡고 걸었던 날에  
마주 보며 웃은 그 기억들은  
이제 감춰진 시간 속에  
  
처음 우리 다뤘던 날에  
㉢ 네품에서잠에든날에  
너로 인해 슬픈 기억들은  
모든 채 눈을 감아 너에게 닿을 수 있기를  
  
- 마로아니 (maroani), 「백일몽 (Daydream)」

14. 첫째항이  $\int_0^1 3x^2dx$ 이고 모든 항이 자연수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sqrt{a_n}=n-1$ 을 만족하는 자연수  $n$ 의 개수가 2이다. 두 실수  $a=\lim_{x\rightarrow\infty}\frac{x^k+kx}{x^9+9k}$ ,  $b=\lim_{x\rightarrow\infty}\frac{x^k+kx}{x^8+8k}$ 에 대하여  $a < b$ 가 되도록 하는 자연수  $k$ 를  $K$ 라고 할 때,  
 $\sum_{n=1}^{32} a_n - 2\sqrt{a_{K-5} \times a_{37-2K}} + 1$ 의 자릿수를 구하시오. (단,  $\log 2 = 0.3$ ,  $\log 255 = 2.4$ 로 계산한다.) [5.3점]

15.  $x \neq 0$ 에서, 차수가 최고차항의 계수보다 크고, 최고차항의 계수가 상수항보다 큰 다항함수이고, 좌표평면 위에서 모든 점이 임의의 사분면 위에 있는 일대일대응인 함수이며,  $x=0$ 에서 연속이지 않고, 미분가능한 함수인  $f(x)$ 와 사차함수  $g(x)=3x^4+4x^3-12x^2+5$ 에 대하여 (1)~(4)에 답하시오. [5.3점]

- (1) 함수  $g(x)$ 의 그래프를 좌표평면 위에 나타내시오.
- (2)  $x \neq 0$ 에서, 항이 3개 이상인 사차 이상의 다항함수  $f(x)$ 를 하나만 구하시오.
- (3) 방정식  $f^{-1}(x)=0$ 의 실근의 개수를 구하시오. (단,  $f^{-1}$ 는  $f$ 의 역함수이다.)
- (4) 구간  $(-3, 1]$ 에서 방정식  $f(x)\{g(x)-5\}=0$ 의 실근의 개수를 구하시오.

○ 답안지의 (1)~(4)에 각각 구분하여 작성한다.

16. 속도가 1초에 5 m/s씩 빨라지다가 10 m/s에 도달하면 계속해서 10 m/s로 달리는 자전거를 탄 재영이와, 10 m/s로 2초 동안 달리다가 넘어져서, 그 직후 2초 동안 멈추고, 다시 매초 2 m/s 빨라지다가 10 m/s에 도달하면 계속해서 10 m/s로 달리는 혜성이가 경주를 하기로 하였다. 시작 지점에서 100 m 떨어진 결승점에 도달하는 시간의 차를 구하시오. [5.6점]

17. 첫째항이 10보다 작은 자연수이고 공차가  $d=k+0.5$ ( $k$ 는 음이 아닌 정수)인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 관한 도수분포표가 있다.

계급( $a_n$ )	도수(개)
$0^{\text{이상}} \sim 10^{\text{미만}}$	2
10 ~ 20	3
20 ~ 30	2
30 ~ 40	2
40 ~ 50	2
50 ~ 60	?
60 ~ 70	?
70 ~ 80	?
80 ~ 90	?
90 ~ 100	?

수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항, 공차, 도수분포표의 계급  $50^{\text{이상}} \sim 100^{\text{미만}}$ 의 상대도수를 각각 구하시오. [6.7점]

18. 기울기가 2이고 점  $(1012, 2025)$ 를 지나는 일차함수  $f_1(x)$ 가 있다.  $x$ 축과의 교점 중에  $x$ 의 값이 가장 큰 점을  $A_1$ , 가장 작은 점을  $B_1$ 이라고 하자. 점  $A_1$ 의  $x$ 좌표를  $\alpha_1$ 이라고 할 때, 최고차항이  $\alpha_1$ 이고  $x$ 축과 점  $B_1$ 에서 접하는 이차함수 중  $f_2(0)$ 의 값이 가장 큰 것을  $f_2(x)$ 라고 하자.

$x$ 축과의 교점 중에  $x$ 의 값이 가장 큰 점을  $A_2$ , 가장 작은 점을  $B_2$ 라고 하자. 점  $A_2$ 의  $x$ 좌표를  $\alpha_2$ 라고 할 때, 최고차항이  $\alpha_2$ 이고  $x$ 축과 점  $B_2$ 에서 접하며, 서로 가장 가까운  $x$ 축과의 교점 사이의 거리가 3이고,  $f_3(0)>0$ 이 되도록 하는 삼차함수 중  $f_3(0)$ 의 값이 가장 큰 것을  $f_3(x)$ 라고 하자.

$x$ 축과의 교점 중에  $x$ 의 값이 가장 큰 점을  $A_n$ , 가장 작은 점을  $B_n$ 이라고 하자. 점  $A_n$ 의  $x$ 좌표를  $\alpha_n$ 이라고 할 때, 최고차항이  $\alpha_n$ 이고  $x$ 축과 점  $B_n$ 에서 접하며, 서로 가장 가까운  $x$ 축과의 교점 사이의 거리가  $n+1$ 이고,  $f_{n+1}(0)>0$ 이 되도록 하는  $(n+1)$ 차함수 중  $f_{n+1}(0)$ 의 값이 가장 큰 것을  $f_{n+1}(x)$ 라고 하자.

정적분  $\int_0^2 \{f_3(x)-f_2(x)\}dx=\frac{q}{p}$  ( $p, q$ 는 서로소인 자연수)라고 할 때,  $p+q+f_6\left(-\frac{21}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [6.7점]

서술형

19. 곡선  $y = x^3 + 8$  위의 임의의 점에 접하는 접선과 곡선  $y = x^2$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이의 최솟값을 풀이 과정과 함께 구하시오. (단,  $\sqrt{\frac{106}{3}} = 6$ 으로 계산한다.) [7점]

20. 함수

$f(x) = |x + |x + |x - 1||| - 5$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$F(x) = \begin{cases} \int f(x)dx & (x < -1) \\ \int f(x)dx & (-1 \leq x < 1) \\ \int f(x)dx & (x \geq 1) \end{cases}$$

라고 하자.  $F(2) = -6$ 일 때,  $F(x)$ 가 극값을 가지는 모든  $x$ 의 값과 그때의 함숫값의 곱을  $A$ 라고 하고, 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때,  $A$ 의 값과  $g(x)$ 의 모든 극값의 합을 각각 풀이 과정과 함께 구하시오. [7점]

- (가)  $x$ 의 값이  $F(a) = 0$ 을 만족하는  $a$ 의 최댓값이거나  $-8$ 일 때, 함숫값이 0이다.
- (나) 함숫값과 미분계수가 모두 0인 점은 제1사분면과 제4사분면 사이에 있다.

※ 확인 사항  
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.