

Aszimptotika

Dr. Ásványi Tibor jegyzetéből

October 5, 2024

Tartalom

1	Függvények aszimptotikus viselkedése	2
---	--------------------------------------	---

1 Függvények aszimptotikus viselkedése

1. Definíció. Valamely $P(n)$ tulajdonság elég nagy n -ekre pontosan akkor teljesül, ha

$$\exists N \in \mathbb{N}, \text{ hogy } \forall n \in \mathbb{N}, n \geq N : P(n) \text{ igaz.}$$

2. Definíció. Az $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény AP (aszimptotikusan pozitív), ha elég nagy n -ekre $f(n) > 0$.

Azaz egy $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény AP pontosan akkor, ha

$$\exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq N : f(n) > 0.$$

Egy tetszőleges helyes program futási ideje és tárigénye is nyilvánvalóan, tetszőleges megfelelő mértékegységben (másodperc, perc Mbyte stb.) mérve pozitív számérték. Amikor (alsó és / vagy felső) becsléseket végzünk a futási időre vagy a tárigényre, legtöbbször az input adatszerkezetek méretének függvényében végezzük a becsléseket.

Legyen

$$P := \{f \in \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} : f \text{ aszimptotikusan pozitív függvény}\}.$$

3. Definíció. Legyen $g \in P$. Ekkor legyen $O(g)$ egy függvényhalmaz ami olyan $f \in P$ függvényekből áll, amiket elég nagy n helyettesítési értékekre, megfelelő $d \in \mathbb{R}^+$ szorzóval felülről becsül a g függvény, azaz

$$O(g) := \{f \in P : \exists d \in \mathbb{R}^+, \text{ hogy elég nagy } n\text{-ekre } d \cdot g(n) \geq f(n)\}.$$

4. Definíció. Legyen $g \in P$. Ekkor legyen $\Omega(g)$ egy függvényhalmaz ami olyan $f \in P$ függvényekből áll, amiket elég nagy n helyettesítési értékekre, megfelelő $d \in \mathbb{R}^+$ szorzóval alulról becsül a g függvény, azaz

$$\Omega(g) := \{f \in P : \exists d \in \mathbb{R}^+, \text{ hogy elég nagy } n\text{-ekre } d \cdot g(n) \leq f(n)\}.$$

5. Definíció. Legyen $g \in P$. Ekkor legyen

$$\Theta(g) := O(g) \cap \Omega(g).$$