Tic-Tac-Toe

Szalontai Jordán

May 6, 2019

Abstract

Háromszemélyes 4x4-es tic-tac-toe játék állapottér-reprezentációja

1 Játékállások reprezentációja

Legyen $J = \{1, 2, 3\}$ a játékosok szimbólumai, továbbá $H = J \cup \{0\}$ és definiáljuk az $S : H^{4x4} \to \{H^{3x3}, H^{3x3}, H^{3x3}, H^{3x3}\}$ függvény a következő képpen:

$$S\left(\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & h_{34} \\ h_{41} & h_{42} & h_{43} & h_{44} \end{bmatrix}\right) = \left\{ \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{32} & h_{33} & h_{34} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \\ h_{41} & h_{42} & h_{43} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{32} & h_{33} & h_{34} \\ h_{42} & h_{43} & h_{44} \end{bmatrix} \right\}.$$

A játékállások reprezentációja egy $\langle \mathcal{A}, a_0, \mathcal{V}, \mathcal{L} \rangle$ négyes, ahol

$\mathcal{A} = H^{4x4}$,

$$a_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathcal{A},$$

$\mathcal{L} = \{l_{ijk} \mid i = 1, ..., 4 \wedge j = 1, ..., 4 \wedge k \in J\}$,

$\mathcal{V} = \{v \in \mathcal{A} \mid \exists s(s \in S(v) \wedge (ROW(s) \vee COL(s) \vee DIAG(s))) \vee DRAW(v)\}$

rendre a játékállások halmaza, a kezdőállás, a lépések halmaza, valamint a végállások halmaza.

A $ROW(s)$, $COL(s)$, $DIAG(s)$ formulák rendre megadják, hogy az adott $s \in H^{3x3}$ mátrixban egy sorban, egy oszlopban vagy valamelyik átlóban ugyanolyan nemnulla értékek szerepelnek-e, valamint a $DRAW(v)$ függvény megadja, az adott $v \in \mathcal{A}$ állás döntetlen-e. Ezek definíciói:

$$\begin{aligned} &ROW(s) \rightleftharpoons \forall i(s_{i1} \neq 0 \wedge s_{i1} = s_{i2} \wedge s_{i2} = s_{i3}), \\ &COL(s) \rightleftharpoons \forall j(s_{1j} \neq 0 \wedge s_{1j} = s_{2j} \wedge s_{2j} = s_{3j}) && i = 1, ..., 3 \wedge j = 1, ..., 3, \\ &DIAG(s) \rightleftharpoons s_{22} \neq 0 \wedge ((s_{11} = s_{22} \wedge s_{22} = s_{33}) \vee (s_{13} = s_{22} \wedge s_{31} = s_{33})) \\ &DRAW(v) = \forall x(\forall y(v_{xy} \neq 0)) && x = 1, ..., 4 \wedge y = 1, ..., 4 \end{aligned}$$

Továbbá $l_{ijk} \in \mathcal{L}$ esetén $dom(l_{ijk}) = \{a \in \mathcal{A} \mid a_{ij} = 0\}$ és

$$l_{ijk}\left(\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix},$$

$$\text{ahol } b_{pq} = \begin{cases} k, & \text{ha } p = i \wedge q = j \\ a_{pq}, & \text{egyébként} \end{cases} \qquad p = 1, ..., 4 \wedge q = 1, ..., 4$$

2 Állapottér-reprezentáció

A játék állapottér-reprezentációja egy $\langle \mathcal{A}', a'_0, \mathcal{V}', \mathcal{O} \rangle$ négyes, ahol

$\mathcal{A}' = \mathcal{A} x J$,

$a'_0 = (a_0, 1)$,

$\mathcal{V}' = \{(a, r) \in \mathcal{A}' \mid a \in \mathcal{V}\}$,

$\mathcal{O} = \{o_{ij} \mid i = 1, ..., 4 \wedge j = 1, ..., 4\}$,

továbbá $o_{ij} \in \mathcal{O}$, $a' \in \mathcal{A}'$ és $k \in J$ esetén $dom(o_{ij}) = \{(a, r) \in \mathcal{A}' \mid a \in dom(l_{ijr})\}$ és $o_{ij}((a', k)) = (l_{ijk}(a), NEXT(k))$.

A $NEXT : J \to J$ függvény megadja a soron következő játékos szimbólumát.