BME info99, 2001-12-07 v2
Szabó Péter <pts@inf.bme.hu>
Javítások: BME info2008, 2012-06-23 v5
Szárnyas Gábor <szarnyas@db.bme.hu>

Relációs tervezés példák

A tankönyv oldalszámait p/qTK alakban jelölöm, ahol q a 3. kiadásban szereplő oldalszám.

A többértékű függések témája a BSc képzés anyagában nem szerepel, az ehhez kapcsolódó feladatokat *-gal jelöltem.

Az első néhány feladat szövege így kezdődik: Adott az R relációs séma és a rajta értelmezett funkcionális és többértékű függőségek F halmaza. Kérdések:

- mi a függéshalmaz lezárása (F^+)?
- adjuk meg a függéshalmaz egy minimális fedését!
- mik a szuperkulcsok?
- mik a kulcsok?
- mik az elsődleges attribútumok?
- mik a másodlagos attribútumok?
- melyik (legmagasabb) normálformában van?
- bontsuk függőségőrzően, veszteségmentesen 3NF-be (és esetleg 4NF-be)!
- bontsuk veszteségmentesen 4NF-be!*

Feladatok

0. $RSZÓTÁR(SZERZŐ, CÍM, NYELV^*) = R(SCN)$.

Megoldás. A függések lezárása üres. A reláció 0NF-ben van, az egyetlen kulcs és szuperkulcs az egész R, minden attribútum elsődleges. 1NF-be bontás: $\varrho = \{SC, SN\}$. Ez egyúttal 4NF is, mert nincs többértékű függőség és max 2 attribútum van. Függőségőrzés és veszteségmentesség garantált.

1. $R(ABC)$, $B \to C$.

Megoldás. A függések lezárása $B \to C$, a minimális fedés is ez. B minden szuperkulcsnak eleme, mert őt senki sem határozza meg. Hasonlóan A is. Tehát a szuperkulcsok: ABC és AB, ezek közül csak AB kulcs, mert belőle nem hagyható el attribútum, hogy még mindig szuperkulcs maradjon, ABC-ből viszont elhagyható (C). Az elsődleges attribútumok a kulcsok elemei, tehát A és B. C másodlagos.

1NF-ben van (mivel minden attribútum atomi), de nem 2NF, mert van olyan másodlagos attribútum (C), ami függ egy kulcs (AB) valódi részhalmazától (B-től). A $\varrho = \{AB, BC\}$ felbontás függőségőrző (mivel az összes függőség ($B \to C$) következik a vetített függőségből ($B \to C$). Veszteségmentes is, a 83/89TK megjegyzése alapján ($R_1 := BC$, $R_2 := AB$). AB és BC 4NF, mivel maximum két attribútumból állnak.

2. $R(DOB)$, $D \to OB$, $O \to B$, $B \to O$.

Megoldás. A függéshalmaz lezárása: $D \to OB$, $D \to O$, $D \to B$, $O \to B$, $B \to O$ és a triviálisak. A minimális fedés: $D \to O$, $O \to B$, $B \to O$. D minden kulcsnak eleme, mert őt nem határozza meg senki. Viszont D már önmagában kulcs, mert ő mindenkit meghatároz. Tehát az egyetlen kulcs D, a szuperkulcsok: D, DO, DB, DOB. D elsődleges attribútum (mert eleme egy kulcsnak), B és O viszont nem.

2NF-ben van (mert minden kulcs egyszerű), de nem 3NF, mert az $O \to B$ függésben nem igaz, hogy (O szuperkulcs vagy B elsődleges). A minimális fedésből kiindulva a $\varrho_0 = \{DO, DB, OB, BO, D\}$ felbontás 93/92TK alapján 3NF, függőségőrző és veszteségmentes. ϱ_1-ből D elhagyható, mert részhalmaza egy másik részsémának (DO). Ugyanígy BO is elhagyható. Tehát a $\varrho_1 = \{DO, DB, OB\}$ is veszteségmentes, függőségőrző 3NF-be bontás. Mivel minden részséma max 2-elemű, és nincsenek többértékű függőségek, ezért 4NF is.

Egy másik lehetséges veszteségmentes felbontás (BCNF-be, 94/93TK alapján): az $O \to B$ (a könyvben $X \to A$) függőség megsérti a BCNF tulajdonságot, mert O nem szuperkulcs. $R_1 := XA = OB$, $R_2 := R \setminus A = DO$. A $\varrho_2 = \{OB, DO\}$ felbontásnak minden részsémája BCNF, mert minden részséma max 2-elemű (és 4NF is, mert nincs többértékű függőség). Ez a felbontás veszteségmentes és függőségőrző, mert az OB-re vetített függőségek (F^+ alapján!): $O \to B$, $B \to O$ és a triviálisak; a DO-ra vetített függőségek: $D \to O$ és a triviálisak; ezek uniójának lezártja ($O \to B$, $B \to O$, $D \to O$, $D \to B$ és a triviálisak) visszaadja a teljes F^+-t.

94/93TK alapján máshogyan, $O \to B$-ből kiindulva is BCNF-be bonthatunk, az előzőekhez hasonlóan belátható (szimmetriaokokból), hogy ez is függőségőrző lesz.

3. $S(MAJOR)$, $MR \to A$, $MAJ \to OM$, $MO \to RAJ$.

Megoldás. A továbbiakban egy H halmaz bővítményein azokat a halmazokat értem, melyeknek H részhalmaza. A függéshalmaz lezárása: $MO \to MAJOR$ és halmazai (értsd: MO egy bővítménye meghatározza $MAJOR$-t és részhalmazait), $MR \to MAR$ és halmazai, $MAJ \to MAJOR$ és halmazai; és a triviálisak. Egy minimális fedés: $MR \to A$, $MAJ \to O$, $OM \to R$, $OM \to J$.

A kulcsok: MAJ, OM, MRJ. Ezek tényleg szuperkulcsok és minimálisak. Több kulcs nincs, ugyanis bármely négyelemű attribútumhalmaz tartalmazza OM-et, ami kulcs, tehát ő nem lehet kulcs. Egyelemű kulcs nincs, mivel minden függőség bal oldala legalább kételemű. Maradnak tehát a kételemű és a háromelemű kulcsjelöltek (összesen $\binom{5}{2} + \binom{5}{3} = 20\,\text{db}$), ezeket kézzel ellenőrizve azt kapjuk, hogy nincs más kulcs. A szuperkulcsok a kulcsok bővítményei.

Mindenki ($MAJOR$) elsődleges attribútum, mert mindenki eleme valamelyik kulcsnak. Másodlagos attribútum nincs, épp ezért 3NF. Viszont nem BCNF, mert $MR \to A$-ban MR nem szuperkulcs. Az egyelemű $\varrho_1 = \{MAJOR\}$ felbontás triviálisan függőségőrző, veszteségmentes 3NF-be bontás.

BCNF-be bontás (94/93TK alapján): $MR \to A$ az előzőek miatt sérti a BCNF tulajdonságot, bontsuk tehát $\{MAR, ROJM\}$-ra. A részsémákra vetített függőségek: $MR \to A$ és bővítményei és a triviálisak; illetve $OM \to RJ$ és bővítményei és $MRJ \to O$ és bővítményei és a triviálisak. (Rögtön látszik, hogy a felbontás nem függőségőrző, mert újraegyesítéskor pl. $MAJ \to O$ elvész.) MAR már BCNF, mert $MR \to A$-ban MR szuperkulcs. $ROJM$ is BCNF, mert $OM \to RJ$-ben OM szuperkulcs és $MRJ \to O$-ban MRJ szuperkulcs. Mindkét részséma 4NF, mert nincs többértékű függőség. Így tehát $\varrho_2 = \{MAR, ROJM\}$ egy veszteségmentes, nem függőségőrző, 4NF-be bontás.

B.* $R(\mathit{TANTÁRGY}, \mathit{OKTATÓ}, \mathit{JEGYZET}) = R(TOJ)$, $T \twoheadrightarrow J$.

Megoldás. Mivel nincs funkcionális függőség, ezért a séma BCNF, a függéshalmaz lezárása és minimális fedése üres, csak a teljes TOJ szuperkulcs és kulcs, mindenki (TOJ) elsődleges.

Vajon 4NF-e a séma? 97/97TK alapján a 4NF-be tartozás feltételét sérti $T \twoheadrightarrow J$, mert J nem üres, J nem részhalmaza T-nek, TJ-n kívül van más attribútum is (O), és T mégsem szuperkulcs. Bontsuk fel a sémát e sértő függőség alapján: $\varrho = \{TJ, TO\}$. Mindkét részséma 4NF, mert max két attribútumú. A felbontás veszteségmentes, hiszen ugyancsak 97/97TK alapján, $R_1 = TJ$, $R_2 = TO$ választással $(R_1 \cap R_2 = T) \twoheadrightarrow (J = R_1 \setminus R_2)$. A felbontás jelenleg függőségőrző, de ez általános esetben (csakúgy, mint BCNF-nél) nem garantálható.

4.* $R(\mathit{TANTÁRGY}, \mathit{JEGYZET}) = R(TJ)$, $T \twoheadrightarrow J$.

Megoldás. Mivel nincs funkcionális függőség, ezért a séma BCNF, a függéshalmaz lezárása és minimális fedése üres, csak a teljes TOJ szuperkulcs és kulcs, mindenki (TOJ) elsődleges. Mivel max 2 attribútum van, ezért 4NF.

5. $R(\mathit{VÁROS}, \mathit{ÚT}, \mathit{IR\_SZÁM}) = R(VUI)$. $VU \to I$, $I \to V$.

Megoldás. A függéshalmaz lezárása $VU \to$ bármi, $VUI \to$ bármi, $I \to V$, $UI \to V$ és a triviálisak. A minimális fedés $VU \to I$, $I \to V$. A szuperkulcsok VUI, VU, UI. Ezek között VU, UI kulcs. Minden attribútum elsődleges.

3NF-ben van, mert $VU \to I$-ben VU szuperkulcs, $I \to V$-ben pedig V elsődleges. Nincs BCNF-ben, mert $I \to V$-ben I nem szuperkulcs.

Legyen $\varrho = \{R_1, R_2\}$ egy nemtriviális veszteségmentes felbontása. Szimmetriaokokból feltehetjük, hogy $|R_1| \geq |R_2|$. A 88/87TK alján levő tétel miatt $R_1 \cap R_2 \supseteq VU$ vagy $R_1 \cap R_2 \supseteq I$. Az előbbi nem lehetséges (mert ellenkező esetben a nemtrivialitás miatt $R_1 \not\supseteq R_2$, amit viszont nem tudunk elkerülni), tehát $R_1 \cap R_2 \supseteq I$. $|R_2| \neq 1$ (mert ellenkező esetben $R_2 = I$, és emiatt $R_1 \supseteq R_2$, ami ellentmond a nemtrivialitásnak). $|R_1| \neq 3$ (mert ellenkező esetben szintén $R_1 \supseteq R_2$ lenne), tehát R_1 és R_2 is kételemű, közös elem az I. $R_1 \cup R_2 = UVI$ miatt csak $R_1 = UI$, $R_2 = VI$ (vagy fordítva) lehetséges. Ez a felbontás valóban veszteségmentes, hiszen $(R_1 \cap R_2 = I) \to (V = R_2 \setminus R_1)$. A részsémák BCNF-ek, mivel max 2 attribútumuk van.

Vajon az egyetlen veszteségmentes BCNF-felbontás függőségőrző-e? A vetített függőségek lezártja UI-re csak a triviálisak, VI-re pedig $I \to V$ és a triviálisak. Ezek uniójának lezártja $I \to V$ és a triviálisak. A $VU \to I$ függőség elveszett, tehát a felbontás nem függőségőrző. Ezzel beláttuk, hogy a séma nem bontható fel veszteségmentesen és függőségőrzően BCNF-be (tehát 4NF-be sem).

7. Adjunk példát olyan sémára, ami 0NF, de nem 1NF.

Megoldás. A 0. feladat példája megfelelő. Egyébként bármely, nem atomi attribútumot tartalmazó séma megteszi.

8. Adjunk példát olyan sémára, ami 1NF, de nem 2NF (és nem 0NF).

Megoldás. Az 1. feladat példája megfelelő.

Megjegyzés: a feladotot helyesebb lenne úgy kitűzni, hogy „adjunk példát olyan sémára és a rajta értelmezett függőségekre…”

9. Adjunk példát olyan sémára, ami 2NF, de nem 3NF.

Megoldás. A 2. feladat példája megfelelő.

10. Adjunk példát olyan sémára, ami 3NF, de nem BCNF.

Megoldás. A 3. feladat példája megfelelő.

11. Adjunk példát olyan sémára, ami BCNF, de nem 4NF.

Megoldás. A B. feladat példája megfelelő.

12. Adjunk példát olyan sémára, ami 1NF.

Megoldás. Bármely, csak atomi attribútumokat tartalmazó séma megteszi, pl. $R(AB)$, $A \to B$.

13. Adjunk példát olyan sémára, ami 2NF.

Megoldás. Bármely, legfeljebb 2 attribútumot tartalmazó séma, vagy csak egyszerű kulcsokat tartalmazó séma, vagy csak elsődleges attribútumokat tartalmazó séma megteszi, pl. $R(AB)$, $A \to B$.

14. Adjunk példát olyan sémára, ami 3NF.

Megoldás. Bármely, legfeljebb 2 attribútumot tartalmazó séma, vagy baloldalon csak szuperkulcsokat tartalmazó séma, vagy csak elsődleges attribútumokat tartalmazó séma megteszi, pl. $R(AB)$, $A \to B$.

15. Adjunk példát olyan sémára, ami BCNF.

Megoldás. Bármely, legfeljebb 2 attribútumot tartalmazó séma, vagy baloldalon csak szuperkulcsokat tartalmazó séma megteszi, pl. $R(AB)$, $A \to B$.

16.* Adjunk példát olyan sémára, ami 4NF.

Megoldás. Bármely, legfeljebb 2 attribútumot tartalmazó séma, vagy baloldalon csak szuperkulcsokat tartalmazó séma megteszi, pl. $R(AB)$, $A \twoheadrightarrow B$.

17. Adjunk példát olyan sémára, ami 2NF, de nem 1NF.

Megoldás. Ilyen séma nincsen, mert a 2NF definíciójánál kikötöttük, hogy 1NF-nek kell lennie.

18. Adjunk példát olyan sémára, ami 3NF, de nem 2NF.

Megoldás. Ilyen séma nincsen, 84/84TK alján/tetején ez be is van bizonyítva. Itt is bebizonyítom. Tegyük fel, hogy mégis van ilyen R séma. R nem 2NF, tehát (a 2NF definíciója alapján) van olyan A másodlagos attribútuma, amely függ R valamely X kulcsának valamely Y valódi részhalmazától. $X \to Y$ (mert X kulcs). $Y \not\to X$ (mert $Y \to X$ esetén Y mindenkit meghatározna, tehát szuperkulcs lenne, tehát tartalmazna egy Z kulcsot, de ekkor X nem lenne minimális $X \supset Y \supseteq Z$ miatt). $Y \to A$ (mert feltettük) $A \notin Y$ (mert $A \in Y \subset X$ esetén $A \in X$, A elsődleges lenne). A fentiek miatt viszont A és X létezése ellentmond a 3NF első definíciójának (83/82TK). □

19. Adjunk példát olyan sémára, ami BCNF, de nem 3NF.

Megoldás. Ilyen séma nincsen. Bizonyítás. Egy BCNF séma minden nemtriviális $X \to A$ függőségére igaz (a BCNF második definíciója, 85/84TK miatt), hogy X szuperkulcs. Ez viszont azt jelenti, hogy az $X \to A$ függőség kielégíti a 3NF második definíciójának feltételét (nevezetesen: X szuperkulcs vagy A másodlagos). Tehát a séma 3NF is. □

Megjegyzés: az első definíciókból is azonnal látszik.

20.* Adjunk példát olyan sémára, ami 4NF, de nem BCNF.

Megoldás. Ilyen séma nincsen. Bizonyításvázlat: a két szuperkulcsos definíciót kell figyelembe venni (85/84TK és 97/97TK). A BCNF definícióját értelemszerűen terjesszük ki $X \to A$-ról $X \to Y$-ra. Ha $|\Omega| > |XY|$ a BCNF-re nem teljesül, akkor X máris szuperkulcs, készen vagyunk. Vegyük figyelembe, hogy $X \to Y$-ból következik, hogy $X \twoheadrightarrow Y$ (például úgy, hogy a többértékű függőség 97/96TK definíciójában $t_4 := t_1$, $t_3 := t_2$-t választunk).

21. Adjunk példát olyan sémára, amely nem 2NF, de felbontható veszteségmentesen és függőségőrzően 2NF-be.

Megoldás. Az 1. feladat példája megfelelő. Ott egy felbontást is megadtunk (4NF-be, amiből már következik, hogy 2NF).

22. Adjunk példát olyan sémára, amely nem 3NF, de felbontható veszteségmentesen és függőségőrzően 3NF-be.

Megoldás. Az 1. és a 2. feladatok példái megfelelők. Ott a felbontást is megadtunk (4NF-be is, amiből már következik, hogy 3NF).

23. Adjunk példát olyan sémára, amely nem BCNF, de felbontható veszteségmentesen és függőségőrzően BCNF-be.

Megoldás. Az 1. és a 2. feladatok példái megfelelők. Ott a felbontást is megadtunk (4NF-be is, amiből már következik, hogy BCNF).

24.* Adjunk példát olyan sémára, amely nem 4NF, de felbontható veszteségmentesen és függőségőrzően 4NF-be.

Megoldás. Az 1. és a 2. feladatok példái megfelelők. Ott a felbontást is megadtunk.

25. Adjunk példát olyan sémára, amely nem 2NF, és nem is bontható fel veszteségmentesen és függőségőrzően 2NF-be.

Megoldás. Nincs ilyen séma, a 92/92TK alján/tetején levő tétel miatt mindenkinek létezik veszteségmentes és függőségőrző felbontása 3NF-be, tehát 2NF-be is.

26. Adjunk példát olyan sémára, amely nem 3NF, és nem is bontható fel veszteségmentesen és függőségőrzően 3NF-be.

Megoldás. Nincs ilyen séma, a 92/92TK alján/tetején levő tétel miatt mindenkinek létezik veszteségmentes és függőségőrző felbontása 3NF-be.

27. Adjunk példát olyan sémára, amely nem BCNF, és nem is bontható fel veszteségmentesen és függőségőrzően BCNF-be.

Megoldás. Az 5. feladat példája megfelelő. Ott az állítást be is bizonyítottuk.

28.* Adjunk példát olyan sémára, amely nem 4NF, és nem is bontható fel veszteségmentesen és függőségőrzően 4NF-be.

Megoldás. Az 5. feladat példája megfelelő. Ott az állítást be is bizonyítottuk (BCNF-re, de ha valaki nem BCNF, akkor 4NF se lehet).

29.* Adjunk példát olyan sémára, amely nem bontható fel veszteségmentesen 4NF-be.

Megoldás. Ilyen séma nincsen, lásd a 98/97TK tetején/közepén levő megjegyzést. Annak bizonyítása, hogy mindenki felbontható, hasonlóan megy mint BCNF-re: rekurzívan mindig két részre vágjuk, lásd még 97/97TK.