Brósch Zoltán (Debreceni Egyetem Kossuth Lajos Gyakorló Gimnáziuma)

Logika

Indukció:
A fogalomalkotásnak azt a módját, amikor a konkrét tapasztalatokra támaszkodva jutunk el az általános fogalomhoz, indukciónak nevezzük.

Dedukció:
A fogalomalkotásnak azt a módját, amikor már meglévő fogalmak segítségével alakítunk ki újabb fogalmakat, dedukciónak nevezzük.

Megjegyzés:
Általában induktív úton szerezzük meg a tapasztalatokat a fogalmak megértéséhez, de a fogalmak meghatározását már deduktív úton tesszük.

DEFINÍCIÓ: (Kijelentés)
Logikai értelemben kijelentésnek (állításnak, ítéletnek) nevezzük azt a kijelentő mondatot, amelyről egyértelműen eldönthető, hogy igaz vagy hamis.

Megjegyzés:

- *A kijelentéseket latin nagybetűkkel jelöljük.*
- *Nem minden kijelentő mondat ítélet, de minden ítélet kijelentő mondat.*
- *Egy kijelentések logikai értéke: „igaz”, vagy „hamis”. Jelölés:* $|A| = I$; $|B| = H$.
- *A formális logika nem vizsgálja a kijelentések tartalmát, csak a logikai értéküket.*

Paradoxon:
Azt a kijelentő mondatot, melynek logikai értékét vizsgálva mindig ellentmondásra jutunk, paradoxonnak nevezzük. Pl.: „Ez a mondat hamis.”

Logikai művelet:
Logikai műveletnek nevezzük a formális logikában azt a gondolati eljárást (valamely nyelvi forma alkalmazását), amely eredményeként egy vagy több ítéletből újabb ítéletet kapunk, és az új ítélet logikai értékét a felhasznált ítéletek logikai értéke, valamint a végrehajtott művelet egyértelműen meghatározzák.

DEFINÍCIÓ: (Elemi ítélet)
Elemi ítéletnek nevezzük azt az ítéletet, amelyet nem lehet egyszerűbb ítéletekből logikai műveletek alkalmazásával létrehozni.

DEFINÍCIÓ: (Összetett ítélet)
Összetett ítéletnek nevezzük az elemi ítéletekből logikai műveletek alkalmazásával képzett ítéletet.

DEFINÍCIÓ: (Negáció)
Az A ítélet negációján (tagadásán) azt a kijelentést értjük, amely igaz, ha A hamis, és hamis, ha A igaz. Jelölés: $\urcorner A; \overline{A}$.

Megjegyzés:

- *A tagadás nyelvi formái: „nem", „nincs", „nem igaz", stb.*
- *Értéktáblázat:*

$\boldsymbol{A}$	$\urcorner \boldsymbol{A}$
I	H
H	I

Kettős tagadás elve:
Egy kijelentés tagadásának tagadása az eredeti kijelentés. Jelöléssel: $\urcorner(\urcorner A) = A$.

Harmadik kizárásnak elve:
Egy adott tárgyalás során egy ítélet vagy igaz, vagy hamis, más logikai értéke nem lehet, vagyis bármely A ítélet esetén: $A \vee \urcorner A = I$ (egy ítélet és negációja nem lehet egyszerre hamis).

Ellentmondás mentesség elve:
Egy adott tárgyalás során egy ítélet nem lehet egyszerre igaz és hamis is, vagyis bármely A ítélet esetén: $A \wedge \urcorner A = H$ (egy ítélet és negációja nem lehet egyszerre igaz).

DEFINÍCIÓ: (Konjunkció)
Az A és B ítélet konjunkcióján azt a kijelentést értjük, amely pontosan akkor igaz, ha a két eredeti ítélet egyidejűleg igaz. Jelölés: $A \wedge B$.

Megjegyzés:

- *A konjukció nyelvi formái: „és", „de", „noha", „pedig", „bár", „mégis", „továbbá", „valamint", „illetve", stb.*
- *A kötőszók a logikai művelet szempontjából helyettesíthetőek az „és" kötőszóval, ezért a konjunkciót logikai és műveletnek is szokás nevezni.*
- *Értéktáblázat:*

A	B	$A \wedge B$
I	*I*	*I*
I	*H*	*H*
H	*I*	*H*
H	*H*	*H*

DEFINÍCÓ: (Diszjunkció)
Az A és B ítélet diszjunkcióján azt a kijelentést értjük, amely pontosan akkor hamis, ha a két eredeti ítélet egyidejűleg hamis. Jelölés: $A \vee B$.

Megjegyzés:

- *A konjukció nyelvi formája: „vagy".*
- *A „vagy" - ot megengedő értelemben használjuk, vagyis az „A vagy B" jelentése: „A vagy B vagy mindkettő".*
- *A diszjunkciót logikai megengedő vagy műveletnek is szokás nevezni.*
- *Értéktáblázat:*

A	B	$A \vee B$
I	*I*	*I*
I	*H*	*I*
H	*I*	*I*
H	*H*	*H*

DEFINÍCÓ: (Összeférhetetlenségi vagy)
Az A és B ítélet összeférhetetlenségi vagy műveletén azt a kijelentést értjük, amely pontosan akkor hamis, ha a két eredeti ítélet egyidejűleg igaz. Jelölés: $A \mid B$.

Megjegyzés:

- *Az összeférhetetlenségi vagy nyelvi formái: „legalább az egyik", legfeljebb az egyik".*
- *Az összeférhetetlenségi vagy esetén az „A vagy B" jelentése: „A vagy B vagy egyiksem".*
- *Értéktáblázat:*

$\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{B}$	$\boldsymbol{A \mid B}$
I	I	H
I	H	I
H	I	I
H	H	I

DEFINÍCÓ: (Kizáró vagy)
Az A és B ítélet kizáró vagy műveletén (antivalenciáján) azt a kijelentést értjük, amely pontosan akkor hamis, ha a két eredeti ítélet egyidejűleg igaz, illetve hamis. Jelölés: $A \,\Delta\, B$; $A \oplus B$.

Megjegyzés:

- *A kizáró vagy nyelvi formái: „pontosan az egyik"; „vagy …, vagy …".*
- *A kizáró vagy esetén az „A vagy B" jelentése: „A vagy B közül pontosan az egyik".*
- *Értéktáblázat:*

$\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{B}$	$\boldsymbol{A \,\Delta\, B}$
I	I	H
I	H	I
H	I	I
H	H	H

TÉTEL:
Bármely A, B és C ítélet esetén teljesülnek a következő azonosságok:

- Idempotencia (azonos hatványúság): Pl.: $A \wedge A = A$

- Kommutativitás (felcserélhetőség): Pl.: $A \vee B = B \vee A$

- Asszociativitás (csoportosíthatóság, társíthatóság): Pl.: $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$

- Adjunktivitás (elnyelési tulajdonság, abszorpció): Pl.: $A \vee (A \vee\wedge B) = A$

- Disztributivitás (széttagolhatóság): Pl.: $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

- De Morgan – képletek: $\urcorner(A \wedge B) = \urcorner A \vee \urcorner B$ és $\urcorner(A \vee B) = \urcorner A \wedge \urcorner B$

DEFINÍCIÓ: (Implikáció)
Az A előtag és a B utótag implikációján azt az ítéletet értjük, amely pontosan akkor hamis, ha az előtag igaz, de az utótag hamis. Jelölés: $A \Longrightarrow B; A \longrightarrow B; A \supset B$.

<u>Megjegyzés:</u>

- *Az előtagot feltételnek (premisszának), az utótagot következménynek (konklúziónak) nevezzük.*

- *Hamis állításból bármi következhet. Pl.: Ha az* 5 *páros szám, akkor osztható* 2 *- vel. Ha az* 5 *osztható* 3 *– mal, akkor prímszám. → Mindkét esetben igaz a logikai érték.*

- *Az implikáció nyelvi formája: „ha …, akkor …”.*

- *Értéktáblázat:*

A	***B***	$\boldsymbol{A \Longrightarrow B}$
I	*I*	*I*
I	*H*	*H*
H	*I*	*I*
H	*H*	*I*

DEFINÍCIÓ: (Ekvivalencia)
Az A és B ítéletek ekvivalenciáján azt az ítéletet értjük, amely pontosan akkor igaz, ha a két komponens logikai értéke megegyezik. Jelölés: $A \Leftrightarrow B; A \leftrightarrow B; A = B$.

Megjegyzés:

- *Az ekvivalencia azt jelenti, hogy a két kijelentést egyenértékűnek tekintjük.*
- *Az implikáció nyelvi formái: „akkor és csak akkor …, ha …”; pontosan akkor …, ha …; …ekvivalens azzal …”.*
- *A tételek általában implikációk, vagy ekvivalenciák.*
- *Értéktáblázat:*

A	B	$A \Leftrightarrow B$
I	I	I
I	H	H
H	I	H
H	H	I

TÉTEL:
Bármely A és B ítélet esetén teljesülnek a következő azonosságok:

- $A \Rightarrow B = \urcorner A \vee B$
- $A \Leftrightarrow B = (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$.

<u>Állítások tagadása:</u>

- Két „és” – sel összekötött állítás esetén: az állításokat tagadjuk és azokat „vagy” – gyal kötjük össze. Jelöléssel: $\urcorner\,(A \wedge B) = \urcorner\,A\ \vee\ \urcorner\,B$.
- Két „vagy” – gyal összekötött állítás esetén: az állításokat tagadjuk és azokat „és” – sel kötjük össze. Jelöléssel: $\urcorner\,(A \vee B) = \urcorner\,A\ \wedge\ \urcorner\,B$.
- Két „kizáró vagy” – gyal összekötött állítás esetén: az állításokat (vagy azok tagadásait) „akkor és csak akkor” – ral kötjük össze. Jelöléssel: $\urcorner\,(A\,\Delta\,B) = A \Leftrightarrow B = \urcorner\,A \Leftrightarrow \urcorner\,B$.
- Két „akkor és csak akkor” – ral összekötött állítás esetén: az állításokat (vagy azok tagadásait) „kizáró vagy” – gyal kötjük össze. Jelöléssel: $\urcorner\,(A\ \Leftrightarrow\ B) = A\,\Delta\,B = \urcorner\,A\,\Delta\,\urcorner\,B$.
- Két „ha akkor” – ral összekötött állítás esetén: az első állítást és a második állítás tagadását „és” - sel kötjük össze. Jelöléssel: $\urcorner\,(A \Rightarrow B) = A \wedge \urcorner\,B$.

Megjegyzés:

- *A „ha akkor” helyett szokás a „minden (bármely)” – t használni, amit tagadáskor a „van olyan (létezik)” - re cserélünk (és fordítva).*
- *Elviekben a „nem igaz, hogy …” kifejezéssel bármi tagadható, de egyes esetekben nehéz értelmezni, ezért ezt a formát kerülni szoktuk.*

Univerzális kvantor:
A „bármely”, „minden”, stb. kifejezést univerzális kvantornak nevezzük. Jelölés: $\forall$.

Egzisztenciális kvantor:
A „van olyan”, „létezik”, stb. kifejezést egzisztenciális kvantornak nevezzük. Jelölés: $\exists$.

Megjegyzés:

- *Az univerzális kvantort egy nyitott mondaton alkalmazva olyan kifejezéshez jutunk, amely pontosan akkor igaz, ha az alaphalmaz minden elemét behelyettesítve igaz állításhoz jutunk.*
- *Az egzisztenciális kvantort egy nyitott mondaton alkalmazva olyan kifejezéshez jutunk, amely pontosan akkor igaz, ha az alaphalmaz minden elemét behelyettesítve legalább egy alkalommal igaz állításhoz jutunk.*

Kvantorok tagadása:
Ha $A(x)$ jelöli az x tulajdonságát, akkor

- a $\exists\, x : A(x)$ tagadása: $\forall\, x :\ \neg A(x)$
- a $\forall\, x : A(x)$ tagadása: $\exists\, x :\ \neg A(x)$.

Állítás megfordítása:
Az „A – ból következik a B” kijelentés megfordítása: „B – ből következik az A”.

Megjegyzés:

- *Az $A \Longrightarrow B$ megfordítása $B \Longrightarrow A$.*
- *Ha az állítás és megfordítása is igaz, akkor a kijelentést megfordíthatónak nevezzük. Ellenkező esetben nem fordítható meg.*
- *A megfordítható állítás nyelvi formái: „akkor és csak akkor …, ha …”; „pontosan akkor …, ha …”; „… ekvivalens azzal …”; „… szükséges és elegendő …”.*

Szükséges feltétel:
Ha egy A állítás csak akkor lehet igaz, ha egy B állítás igaz, azaz A igazságához szükséges B igazsága, akkor a B állítás az A állítás szükséges feltétele.

Megjegyzés:
Ha B hamis, akkor A is biztosan hamis, de B igazsága esetén A lehet igaz és hamis is, vagyis A igazságához szükséges B igazsága, de nem feltétlenül elegendő.

Elégséges feltétel:
Ha egy B állításból biztosan (minden esetben) következik egy A állítás, akkor a B állítást az A állítás elégséges feltételének nevezzük.

Megjegyzés:

- *Ha B igaz, akkor A is biztosan igaz, de B hamissága esetén A lehet igaz és hamis is, vagyis A igazságához elegendő B igazsága, de nem feltétlenül szükséges.*
- *Ha B elégséges feltétele A – nak, akkor A szükséges feltétele B – nek.*

Szükséges és elégséges feltétel:
Ha a B álításból következik az A állítás, és ugyanakkor az is igaz, hogy ha B nem teljesül, akkor A sem teljesül, akkor a B állítást az A állítás szükséges és elégséges feltételének nevezzük.

Megjegyzés:
A szükséges és elégséges feltétel kölcsönösen egyértelmű kapcsolatot jelent: ha B szükséges és elégséges feltétele A – nak, akkor A is szükséges és elégséges feltétele B – nek.

Gyakorló feladatok

K: középszintű feladat **E: emelt szintű feladat**

1. (K) Melyik mondat állítás a következők közül?

A: Szép idő van ma?

B: A 100 szép szám.

C: Minden prímszám páratlan.

D: Bárcsak újra nyár lenne!

E: Az óvodában a legszebb lány Ildikó.

F: A 21 osztható 5 – tel és 2 – vel.

G: Sápadt a Hold.

2. (K) Logikai kijelentésnek tekinthetjük - e az alábbi állításokat?

A: Jómagam matematikából okos vagyok.

B: Jómagam matematikából ötös voltam tavaly év végén.

C: Te vagy a legszebb lány a világon!

D: Repül a bálna.

E: Holnap jó műsor lesz a tv – ben.

F: Minden páros négyzetszám összetett.

G: A 21 szerencsésebb szám, mint a 13.

H: A négyszög belső szögeinek összege $360°$.

3. (K) Logikai kijelentésnek tekinthetők-e a következő mondatpárok? Ha igen, mi a logikai értékük?

$\boldsymbol{A}$: **Ez a mondat igaz. Az előző mondat hamis.**

$\boldsymbol{B}$: **A következő mondat hamis. Ez a második mondat igaz.**

$\boldsymbol{C}$: **A következő mondat igaz. Az előző mondat hamis.**

$\boldsymbol{D}$: **A következő mondat hamis. Az előző mondat hamis.**

4. (K) „Ma kedd van.” Add meg a következő kijelentések logikai értékét!

$\boldsymbol{A}$: **Nincs hétvége.**

$\boldsymbol{B}$: **Vasárnap van, vagy hétköznap.**

$\boldsymbol{C}$: **Holnap kedd van vagy ma hétfő.**

$\boldsymbol{D}$: **Holnap szerda van és ma csütörtök.**

$\boldsymbol{E}$: **Tegnap hétköznap volt és holnap nem lesz hétvége.**

$\boldsymbol{F}$: **Holnap péntek lesz, vagy tegnapelőtt hétvége volt vagy csütörtök.**

5. (K) Állapítsd meg a következő kijelentések logikai értékét!

$\boldsymbol{A}$: **Végtelen sok prímszám van.**

$\boldsymbol{B}$: **Egy egész szám pontosan akkor osztható $\mathbf{45}$ – tel, ha osztható $\mathbf{5}$ – tel és $\mathbf{9}$ – cel.**

$\boldsymbol{C}$: **Ha egy háromszögnek két hegyesszöge van, akkor az derékszögű.**

$\boldsymbol{D}$: **Az $\boldsymbol{x^2 + 45 = 0}$ egyenletnek van valós gyöke.**

$\boldsymbol{E}$: **A $\boldsymbol{\sin x = 2}$ egyenletnek van egész megoldása.**

$\boldsymbol{F}$: **Egy húrnégyszögnek nem lehet minden szöge derékszög.**

6. (K) Melyek kijelentések? A kijelentéseknek add meg a logikai értékét!

A: Szeged a Tisza partján fekszik.

B: Mikor mész moziba?

C: Tegnap jó film volt a moziban.

D: A $\sqrt{11}$ racionális szám.

E: Egy háromszögnek nem lehet két derékszöge.

F: A téglalapnak van derékszöge.

G: $2 \cdot 2$ egyenlő 5 – tel.

7. (K) Válaszd ki az alábbi mondatok közül az ítéleteket! Add meg az ítéletek logikai értékét!

A: Deák Ferenc államférfi volt.

B: $2 \cdot 2$ egyenlő 4 – gyel.

C: De szeretnék okos lenni!

D: Kata szép lány.

E: Most hazudok.

F: Józsi alacsonyabb, mint Géza; Géza alacsonyabb, mint Feri, és Józsi magasabb, mint Feri.

G: A 100 nagy szám.

8. (K) Logikai kijelentések - e az alábbi mondatok? Ha igen, akkor mi a logikai értékük?

A: **Szeretnék gazdag lenni!**

B: **Messi brazil focista.**

C: **Van élet a Földön kívül?**

D: **A 100 a 10 – nek négyzete.**

E **A 100 csak a 10 – nek négyzete.**

F: **Láttál-e már karón varjút?**

G: **Esik az eső.**

9. (K) A következő mondatok közül melyik állítások?
Amelyik állítás, annak mi a logikai értéke? Amelyik nem állítás, miért nem az?

A: **Minden rombusz négyzet.**

B: **Béla nagyon okos.**

C: **Állj, vagy jövök!**

10. (K) A következő mondatok közül melyek fejezik ki ugyanazt a gondolatot? (Az értelmezési tartomány: Természetes számok halmaza.)

A: **Nem igaz, hogy van olyan szám, amelynek egynél több osztója van.**

B: **Nem igaz, hogy minden számnak egynél több osztója van.**

C: **Egyetlen számnak sincs egynél több osztója.**

D: **Nem minden számnak van egynél több osztója.**

E: **Van olyan szám, amelynek nincs egynél több osztója.**

F: **Nincs olyan szám, amelynek nincs egynél több osztója.**

G: **Van olyan szám, amelynek egynél kevesebb osztója van.**

11. (E) A következő állítások közül melyek fejezik ki ugyanazt a (természetes számokkal kapcsolatos) gondolatot?

A: Ha az adott szám 75 - re végződik, akkor osztható 25 – tel.

B: Ha az adott szám osztható 25 – tel, akkor 75 – re végződik.

C: Ha az adott szám nem osztható 25 – tel, akkor nem végződik 75 – re.

D: Nem igaz, hogy ha az adott szám nem 75 – re végződik, akkor nem osztható 25 – tel.

E: Az adott szám csak akkor végződik 75 – re, ha osztható 25 – tel.

F: Az adott szám nem 75 – re végződik vagy osztható 25 – tel.

G: Nem igaz, hogy az adott szám 75 – re végződik és nem osztható 25 – tel.

12. (K) Logikailag egyenértékű kijelentések - e az alábbiak?

A: Nem igaz, hogy tanultam és hármast kaptam.

B: Nem tanultam és nem is kaptam hármast.

C: Kerékpározom, és futok vagy síelek.

D: Kerékpározom és futok, vagy kerékpározom és síelek.

13. (K) András ezt mondja: „Moziba megyek, és úszom vagy biciklizek.”
Béla pedig azt mondja: „Moziba megyek és úszom, vagy biciklizek.”
Ugyanazt mondják – e?

14. (K) Az alábbi állítások között vannak - e ekvivalensek, illetve melyikből következik valamelyik másik? (n pozitív egész)

A: Az n összetett szám.

B: Az n osztható 4 – gyel.

C: Az n számnak van 1 – nél nagyobb négyzetszám osztója.

D: Az n számnak van nála kisebb prímosztója.

15. (K) Az alábbi állítások között vannak - e ekvivalensek, illetve melyikből következik valamelyik másik?

A: Az $ABCD$ négyszög középpontosan szimmetrikus.

B: Az $ABCD$ négyszög trapéz.

C: Az $ABCD$ négyszög paralelogramma.

16. (K) A matematikusok között a legjobb zenész és a zenészek között a legjobb matematikus vajon ugyanaz a személy - e? A matematikusok között a legöregebb zenész és a zenészek között a legöregebb matematikus vajon ugyanaz a személy - e?

17. (K) Igazold, hogy helyes az alábbi következtetés!
„Ha a b pozitív egész szám nem osztható kettővel, akkor prímszám. A b szám nem prímszám – ezt tudjuk. Ezekből következik, hogy $2 \mid b$."

18. (E) A következő kijelentésekben mely logikai műveletet fejezheti ki a „vagy" kötőszó?

A: Az adott valós szám pozitív, vagy negatív.

B: Az adott egész szám vagy páros, vagy páratlan.

C: Az adott négyszögnek van beírt köre, vagy köré írt köre.

D: A négyszög amit rajzoltam paralelogramma vagy deltoid.

E: Vagy Emmával jársz, vagy velem.

F: Zsuzsi dunántúli vagy nagyvárosi.

G: A pénzfeldobás eredménye fej vagy írás.

**19. (E) Tekintsük a következő kijelentéseket: A: a 2 prímszám; B: a 2 páros szám.
Írd le a matematikai logika szimbólumai segítségével a következő összetett ítéleteket, majd határozd meg a logikai értéküket.**

C: A 2 prímszám, pedig páros szám.

D: A 2 prímszám, vagy páros szám.

E: A 2 nem prímszám vagy nem páros szám.

F: Nem igaz, hogy a 2 prímszám, de páros szám.

G: A 2 prímszám vagy nem páros szám.

H: A 2 sem prímszám, sem páros szám.

I: Nem igaz, hogy a 2 nem párosszám vagy nem prímszám.

J: Nem igaz, hogy a 2 prímszám vagy nem páros szám.

**20. (E) Tekintsük a következő kijelentéseket: A: rossz a kedvem; B: esik az eső.
Írd fel logikai műveletek segítségével a következő kijelentéseket!**

C: Nem esik az eső.

D: Esik az eső és rossz a kedvem.

E: Nem rossz a kedvem és nem esik az eső.

F: Esik az eső, mégsem rossz a kedvem.

G: Esik az eső, vagy rossz a kedvem.

H: Nem esik az eső, vagy rossz a kedvem.

I: Nem esik az eső, mégis rossz a kedvem.

Az állítások tagadását írd fel logikai műveletek segítségével (a lehető legegyszerűbben), majd fogalmazd meg azokat szavakkal!

21. (E) Legyen: F: Idén a falábúak nyertek; K: Idén a Kurtalábúak nyertek.
Írd fel logikai műveletekkel a következő kijelentéseket, ha

A: Nem igaz, hogy a Falábúak vagy a Kurtalábúak nyertek.

B: Sem a Falábúak, sem a Kurtalábúak nem nyertek.

C: Nem lett holtversenyben első a Falábúak és a Kurtalábúak csapata.

D: A Falábúak és a Kurtalábúak közül az egyik biztos nem nyert.

22. (E) Legyen: A: Kati szomorú; B: Kati mérges; C: Kati vidám.
Írd fel logikai műveletekkel a következő kijelentéseket:

D: Kati szomorú is, mérges is, semmiképpen sem vidám.

E: Kati szomorú vagy mérges, de nem vidám.

F: Kati nem szomorú, és nem is mérges, azért még nem vidám.

G: Kati szomorú és mérges, vagy vidám.

23. (E) Tekintsük az alábbi kijelentéseket!

A: A szabályos dobókockával prímszámot dobunk.

B: A szabályos dobókockával páros számot dobunk.

C: A szabályos dobókockával egyest dobunk.

***a)* Fogalmazd meg a $\overline{B}$ és az $A \wedge B$ kijelentéseket!**

***b)* Add meg a C kijelentést, az A és a B kijelentések, illetve a logikai műveletek segítségével!**

24. (E) Ha H: Ma hétfő van. és F: Fáradt vagyok., akkor írd fel logikai műveletek segítségével a következő kijelentéseket, majd írd fel a negációjukat!

A: Ma nem hétfő van.

B: Ma hétfő van, és fáradt vagyok.

C: Ma hétfő van, de nem vagyok fáradt.

D: Ma nincs hétfő, mégis fáradt vagyok.

E: Ma nincs hétfő, és nem is vagyok fáradt.

25. (E) Fogadjuk el a kiindulásul vett két ítélet logikai értékét.

A: A 2491 a 23 többszöröse. (Hamis) **B: A 2491 a 47 többszöröse. (Igaz)**

Írd le a matematikai logika szimbólumai segítségével a következő összetett ítéleteket, majd határozd meg a logikai értéküket.

C: Nem igaz, hogy a 2491 a 23 – nak nem többszöröse

D: Nem igaz, hogy a 2491 a 23 – nak vagy a 47 – nek többszöröse.

E: Nem igaz, hogy a 2491 a 23 – nak többszöröse, de a 47 – nek nem többszöröse.

F: Nem igaz, hogy a 2491 a 23 – nak nem többszöröse, de a 47 – nek többszöröse.

G: A 2491 a 23 – nak nem többszöröse vagy többszöröse.

H: A 2491 a 23 – nak nem többszöröse és többszöröse is.

26. (E) Tekintsük a következő kijelentéseket: A: A 19 összetett szám. és B: A 19 kisebb 20 – nál. Fogalmazd meg a következő összetett ítéleteket, majd határozd meg a logikai értéküket.

$A \land B$ $\qquad$ $\neg (A \land B)$ $\qquad$ $\neg A \land \neg B$ $\qquad$ $\neg A \land B$

$A \lor B$ $\qquad$ $\neg (A \lor B)$ $\qquad$ $\neg A \lor \neg B$ $\qquad$ $\neg A \lor B$

27. (E) Tekintsük a következő kijelentéseket: A: hideg van; B: jól felöltözöm; C: fázom; D: mozogni kell. Írd le szöveggel a következőket!

$A \land C$ $\qquad$ $B \lor D$ $\qquad$ $D \land \neg C$ $\qquad$ $\neg (C \land D) \lor B$ $\qquad$ $(A \land C) \lor (B \land \neg D)$

28. (E) Írd le magyar mondattal a következő kijelentéseket, ha A: kinyitottam a sütőt; B: kivettem a tálat; C: megégettem a kezem.

$D: (A \vee B) \wedge C$ $\quad$ $E: \urcorner (A \wedge B)$ $\quad$ $F: (A \wedge B) \vee (\urcorner B \wedge C)$

Írd le a kijelentések tagadását!

29. (E) Írd le szavakkal az alábbi kijelentéseket, ha P: én megyek; Q: te mégy; és R: Ottó megy.

$P \wedge (Q \vee R)$ $\quad$ $(Q \wedge P) \vee (R \wedge P)$ $\quad$ $\urcorner (P \wedge Q)$ $\quad$ $\urcorner Q \vee \urcorner P$

30. (E) Az $ABCD$ négyszög AB, BC, CD, DA oldalai rendere $1, 9, 8, 6$.
Tekintsük a következő öt kijelentést:

p: Az $ABCD$ négyszög köré kör írható.

q: Az $ABCD$ négyszög nem körbe írható.

r: Az AC és BD átlók nem merőlegesek.

s: Az $ADC\sphericalangle \geq 90°$.

t: A BCD háromszög egyenlőszárú.

Írd le a következő kijelentéseket és válaszd ki melyik igaz!

$p \wedge \urcorner q \wedge r$ $\quad$ $p \wedge \urcorner s \wedge t$ $\quad$ $r \wedge \urcorner s \wedge \urcorner t$ $\quad$ $\urcorner q \wedge \urcorner r \wedge s$

31. (E) Lehetséges - e, hogy az $(A \vee B) \wedge C$ kijelentés igaz, és ugyanakkor az $(A \wedge B) \vee C$ kijelentés hamis?

32. (E) Írj a $(pq)p$ logikai változókat jelölő betűk közé két olyan műveleti jelet, hogy az eredmény értéktáblázata a következő legyen:

p	q	$(p\quad q)\quad p$
i	i	i
i	h	i
h	i	h
h	h	h

33. (E) Fejezd ki két logikai változó konjunkcióját a változókra alkalmazott negáció és diszjunkció segítségével.

34. (E) Következik - e a $p \wedge q = i$ formulából, hogy $\neg\, p \vee q = i$?

35. (E) Következik-e a $p \wedge q = i$ formulából, hogy $p \vee q = i$?

36. (E) Milyen logikai értéket adjunk az A, B, C, D kijelentéseknek, hogy a formulák logikai értéke hamis legyen? (Keress minél egyszerűbb megoldást.)

$[\neg\,(A \wedge B) \vee C] \wedge D$

$A \vee B \vee C \vee D$

$(A \vee B) \wedge (C \vee D)$

$\neg\,(A \wedge B) \wedge (C \vee D)$

37. (E) Legyen P: péntek van és F: fáradt vagyok. Írd le logikai műveletek segítségével a következő kijelentéseket!

A: Ma péntek van, vagy fáradt vagyok.

B: Ha ma nincs péntek, akkor nem vagyok fáradt.

C: Akkor és csak akkor vagyok fáradt, ha péntek van.

38. (E) Legyen A: A 11 prímszám. és B: A 11 páros.. Írd le logikai műveletek segítségével a következő kijelentéseket! Add meg az állítások logikai értékét!

C: Ha a 11 prímszám, akkor nem páros.

D: Nem igaz, hogy a 11 páros.

E: A 11 prímszám, pedig páros.

F: A 11 akkor és csak akkor nem prímszám, ha páros.

G: A 11 nem prímszám, de páros.

H: Nem igaz, hogy a 11 prímszám vagy nem páros.

39. (E) Jelölje p azt a kijelentést, hogy „esik az eső”, q azt, hogy „süt a nap”, r pedig azt, hogy „fúj a szél”. Írd le logikai jelekkel a következő mondatokat!

A: Süt a nap és esik az eső.

B: Ha esik az eső, akkor nem süt a nap.

C: Ha esik az eső, akkor fúj a szél.

D: Ha fúj a szél, akkor esik az eső.

E: Ha a szél fúj, akkor nem esik az eső.

F: Nem esik az eső vagy fúj a szél.

40. (E) Írd fel logikai műveletekkel a következő kijelentéseket, ha F: A bajnokságot a Falábúak nyerik. és K: Megeszem a kalapom..

A: Ha a bajnokságot a Falábúak nyerik, akkor megeszem a kalapom.

B: Nem nyernek a Falábúak, vagy megeszem a kalapom.

C: Ha nem eszem meg a kalapom, akkor nem nyernek a Falábúak.

D: Nem igaz, hogy nyernek a Falábúak és nem eszem meg a kalapom.

41. (E) Írd fel logikai műveletekkel a következő kijelentéseket, ha A: A jég legalább $20\ cm$ a tavon. és B: Megyek korcsolyázni a tóra..

C: Ahhoz, hogy menjek korcsolyázni a tóra, legalább $20\ cm$ jég kell legyen rajta.

D: Ha nincs legalább $20\ cm$ jég a tavon, nem megyek korcsolyázni a tóra.

E: Megyek korcsolyázni a tóra, ha legalább $20\ cm$ jég van rajta.

F: Legalább $20\ cm$ jég van a tavon, vagy nem megyek korcsolyázni.

42. (E) Tekintsük a következő kijelentéseket:

A: **Az adott szám prímszám.**

B: **Az adott számnak két osztója van a természetes számok körében.**

Írd le a matematikai logika szimbólumai segítségével a következő összetett ítéleteket.

C: **Ha az adott szám prímszám, akkor az adott számnak két osztója van a természetes számok körében.**

D: **Ha az adott számnak nem két osztója van a természetes számok körében, akkor az adott szám nem prímszám.**

E: **Ha az adott szám nem prímszám, akkor az adott számnak nem két osztója van a természetes számok körében.**

F: **Az adott szám akkor és csak akkor prímszám, ha az adott számnak két osztója van a természetes számok körében.**

G: **Ha az adott szám prímszám, akkor két osztója van a természetes számok körében, és ha az adott számnak két osztója van a természetes számok körében, akkor az prímszám.**

43. (E) Írd fel logikai műveletekkel a következő kijelentéseket, ha A: Tél van. és B: Esik a hó..

C: **Ha tél van, akkor esik a hó.**

D: **Ha esik a hó, akkor tél van.**

E: **Ha nem esik a hó, akkor nem tél van.**

F: **Nem igaz, hogy tél van, és nem esik a hó.**

G: **Esik a hó, vagy nem tél van.**

44. (E) Tekintsük a következő ítéleteket.

A: n osztható 4 – gyel. **B: n osztható 3 – mal.** **C: n osztható 12 – vel.**

Írd fel logikai műveletek segítségével az alábbi kijelentéseket!

D: n nem osztható 4 – gyel.

E: n osztható 4 – gyel és osztható 3 – mal.

F: n osztható 4 – gyel, vagy nem osztható 3 – mal.

G: Ha n osztható 12 – vel, akkor osztható 3 – mal.

H: Ha n nem osztható 12 – vel, akkor nem osztható 3 – mal.

I: n akkor és csak akkor osztható 12 – vel, ha osztható 4 – gyel és osztható 3 – mal.

45. (E) Legyen A: Ma péntek van. és B: Holnap szombat lesz.. Írd fel logikai műveletekkel a következő kijelentéseket:

C: Ha ma péntek van, akkor holnap szombat lesz.

D: Ha holnap nem szombat lesz, akkor ma nem péntek van.

E: Ahhoz, hogy holnap szombat legyen, szükséges, hogy ma péntek legyen.

F: Holnap szombat lesz, ez elégséges ahhoz, hogy ma péntek legyen.

G: Holnap nem szombat lesz, ez elegendő ahhoz, hogy ma ne péntek legyen.

H: Akkor és csak akkor lesz holnap szombat, ha ma péntek van.

I: Ma péntek van, ez szükséges és elegendő ahhoz, hogy holnap szombat legyen.

46. (E) Írd le a következő kijelentéseket logikai műveletek segítségével!

A: Minden hétvégén focizok, vagy moziba megyek.

B: Van olyan sportoló, aki nem tud vezetni, de szeret repülni.

C: Bármely két különböző szám között van egy harmadik.

47. (E) Az ABC háromszög oldalainak hosszúsága: $a = 10, b = 24$ és $c = 26$ egység. Tekintsük a következő ítéleteket:

A: Az ABC háromszög tengelyesen szimmetrikus.

B: Az ABC háromszög derékszögű.

C: Az ABC háromszög egyik középvonalának hossza egyenlő a köréírt kör sugarának hosszával.

Fogalmazd meg az alább megadott formális kifejezéseket és add meg a logikai értéküket!

$A \vee B$ $\quad$ $\urcorner A \wedge C$ $\quad$ $B \rightarrow A$ $\quad$ $B \leftrightarrow C$

48. (E) Jelölje A: próbára megyek; B: fáradt vagyok; C: esik az eső kijelentéseket. Írd fel formulával a következő összetett kijelentéseket!

D: Akkor és csak akkor vagyok fáradt, ha próbára megyek és esik az eső.

E: Ha esik az eső és fáradt vagyok, akkor nem megyek próbára.

Írd le magyar mondattal a következő formulákat:

$F: C \rightarrow (A \vee B)$ $\quad$ $G: A \wedge (\urcorner B) \wedge C.$

49. (E) Tekintsük a következő kijelentéseket: A: A 19 összetett szám. és B: A 19 kisebb 20 – nál. Fogalmazd meg a következő összetett ítéleteket, majd határozd meg a logikai értéküket.

$C: B \Rightarrow A$ $\quad$ $D: A \Leftrightarrow \urcorner B$

50. (E) Tekintsük a következő állításokat: A: A háromszög egyenlő oldalú. és B: A háromszög szabályos. Fogalmazd meg a következő logikai szimbólumokkal leírt állításokat!

$C: B \Rightarrow \urcorner A$ $\quad$ $D: \urcorner(A \Rightarrow B)$ $\quad$ $E: (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$

51. (E) Tekintsük a következő kijelentéseket:

A: n osztható 5 - tel $\quad$ **B: n osztható 3 - mal** $\quad$ **C: n osztható 15 - tel**

Fogalmazd meg a következő kijelentéseket szavakkal:

$D: C \rightarrow A$ $\quad$ $E: C \leftrightarrow (A \wedge B)$ $\quad$ $F: (A \wedge \urcorner B) \rightarrow \urcorner C$ $\quad$ $G: \urcorner C \rightarrow (\urcorner A \vee \urcorner B)$

52. (E) Az alábbi kijelentések csak négyszögekről szólnak. Használd a következő jelöléseket:

N: négyzet, P: paraelelogramma, R: rombusz, E: két – két szemközti oldala egyenlő, K: két – két szomszédos oldala egyenlő, T: szögei egyenlők.

Fordítsd le „magyarra” az alábbi kijelentéseket, majd döntsd el, igazak-e vagy sem.

$N \rightarrow P$ $\quad$ $P \rightarrow R$ $\quad$ $P \leftrightarrow E$ $\quad$ $(E \wedge K) \rightarrow R$

$(E \wedge K \wedge T) \rightarrow N$ $\quad$ $(E \wedge K \vee T) \rightarrow R$ $\quad$ $N \leftrightarrow (R \wedge T)$

53. (E) Legyenek a következő kijelentések:

A: Az n szám 12 – vel osztható. $\quad$ **B: Az n szám 36 – ra végződik.**

C: Az n szám prím. $\quad$ **D: Az n szám páros.**

E: Az n szám 4 – gyel osztható. $\quad$ **F: Az n szám 6 – tal osztható.**

G: Az n szám számjegyeinek összege 3 – mal osztható.

Fogalmazd meg a következő kijelentéseket:

$B \rightarrow E$ $\quad$ $A \rightarrow \urcorner C$ $\quad$ $E \rightarrow (\urcorner C \wedge D)$

$(D \wedge G) \leftrightarrow F$ $\quad$ $A \leftrightarrow (E \wedge G)$ $\quad$ $(\urcorner D \wedge G) \rightarrow \urcorner F$

54. (E) Az alábbi kijelentések n pozitív egész számokra vonatkoznak:

A: n 3 – mal osztható $\quad$ **B: n 8 – cal osztható** $\quad$ **C: n 24 – gyel osztható**

D: n páros $\quad$ **E: n osztható 12 – vel** $\quad$ **F: n prím**

Fogalmazd meg szövegesen a következő formulákat:

$(A \wedge B) \rightarrow C$ $\quad$ $D \rightarrow \urcorner F$ $\quad$ $E \leftrightarrow (A \vee B)$ $\quad$ $(F \wedge \urcorner A) \rightarrow D$

Add meg a formulák logikai értékét.

55. (E) Mi mondható $p \rightarrow q = p \leftrightarrow q$ esetén a $q \rightarrow p$ művelet eredményéről?

56. (E) Igaz - e, hogy $(p \rightarrow q) = h$ esetén $(p \wedge \urcorner q) = h$?

57. (E) Tekintsük a következő kijelentéseket:

A: Az $ABCD$ négyszög húrnégyszög. **B: Az $ABCD$ négyszög téglalap.**

Írd fel logikai műveletekkel a következő kijelentéseket:

C: Ahhoz, hogy az $ABCD$ négyszög téglalap legyen, szükséges, hogy húrnégyszög legyen.

D: Ahhoz, hogy az $ABCD$ négyszög húrnégyszög legyen, elegendő, hogy téglalap legyen.

58. (E) Tekintsük a következő kijelentéseket:

A: Az ABC háromszög derékszögű.

B: Az ABC háromszög két oldalának négyzetösszege egyenlő a harmadik oldal négyzetével.

Írd fel logikai műveletekkel a következő kijelentéseket:

C: Az A elegendő feltétele a B – nek.

D: A B elegendő feltétele az A – nak.

E: A B szükséges feltétele az A – nak.

F: Az A akkor és csak akkor teljesül, amikor a B.

59. (E) Tekintsük a következő kijelentéseket:

A: Az a_n sorozat korlátos. **B: Az a_n sorozat konvergens.**

Írd fel logikai műveletekkel a következő kijelentéseket:

C: Az A elegendő feltétele a B – nek.

D: A B elegendő feltétele az A – nak.

E: A B szükséges feltétele az A – nak.

F: Az A szükséges feltétele a B – nek.

G: Az A akkor és csak akkor teljesül, amikor a B.

Melyik állítások igazak a fentiek közül?

60. (K) Fogalmazd meg a kijelentéseket a „szükséges”, valamint az „elégséges” feltétel kifejezések használatával! Az implikációknak fogalmazd meg a megfordítását, és döntsd el, hogy a megfordítás igaz vagy hamis!

A: **Ha egy háromszög tompaszögű, akkor két hegyesszöge van.**

B: **Ha egy pozitív egész szám osztható 36 – tal, akkor osztható 12 – vel és 3 – mal is.**

C: **Egy háromszög pontosan akkor derékszögű, ha az átfogóhoz tartozó magasság az átfogót két olyan szeletre osztja, amelyek mértani közepe a magasság.**

61. (K) A következő állítások esetén az A - nak milyen feltétele a B?

a) A: **Két szám összege páros.** B: **Mindkét szám páros.**

b) A: **Két szám különbsége osztható 3-mal.** B: **Ugyanaz a maradékuk 3 - mal osztva.**

c) A: **Egy négyszög négyzet.** B: **Egy négyszög minden oldala egyenlő.**

d) A: **Egy négyszög paralelogramma.** B: **A négyszög átlói merőlegesek egymásra.**

62. (K) Döntsd el, hogy a 24 - gyel való oszthatóságnak milyen feltételei a következők! (Szükséges és elégséges; Szükséges, de nem elégséges; Elégséges, de nem szükséges; Nem szükséges és nem elégséges)

a) **A számnak oszthatónak kell lennie 48 - cal.**

b) **A számnak oszthatónak kell lennie 5 - tel.**

c) **A számnak oszthatónak kell lennie 4 - gyel és 6 - tal.**

d) **A számnak oszthatónak kell lennie 3 - mal és 8 - cal.**

63. (K) Tekintsük a $3x+7\geq 31$ egyenlőtlenséget. Az egyenlőtlenség teljesülésének milyen feltétele (szükséges, elégséges, szükséges és elégséges) a következő?

$A: x\geq 0$ $B: x\geq 10$ $C: x\geq 8$

64. (K) Debrecen és Nyíregyháza csapata labdarúgó mérkőzést játszik egymással. Tudjuk, hogy nem történt speciális esemény, s a végén Debrecen győzött. Adj meg ennek az eseménynek megfelelő feltételeket! (Szükséges és elégséges; Szükséges, de nem elégséges; Elégséges, de nem szükséges; Nem szükséges és nem elégséges)

65. (K) Írd fel a következő állítások megfordítását!

A: Ha esik az eső a városban, akkor vizes az úttest.

B: Ha elmegyek otthonról, akkor bezárom az ajtót.

C: Ha ő Micimackó, akkor ő medve.

D: Ha megnyerem az OKTV – t, akkor felvesznek az egyetemre.

E: Ha van jegyem, bemehetek a színházi előadásra.

66. (K) „Két páros szám összege mindig páros.” Fogalmazd meg az állítás megfordítását, majd döntsd el, hogy igaz vagy hamis az eredeti állítás és megfordítása!

67. (K) Írd fel a következő állítások megfordítását és add meg a logikai értéküket!

A: Ha egy szám osztható 8 - cal, akkor osztható 2 - vel.

B: Ha két szám közül legalább az egyik 0, akkor a két szám szorzata 0.

C: Ha egy híd kőoroszlánjai észreveszik, hogy esik az eső, akkor bemásznak a híd alá.

D: Ha a fű zöld, akkor a Hold sajtból van.

E: Két páratlan szám összege mindig páros.

68. (K) Írd fel a következő tételek megfordítását, majd döntsd el, hogy igazak – e?

A: Ha egy szám osztható 4 – gyel, akkor osztható 2 – vel.

B: Ha egy szám véges tizedes tört, akkor racionális szám.

C: Ha egy háromszög derékszögű, akkor leghosszabb oldalának négyzete egyenlő a másik két oldal négyzetének összegével.

D: Ha két szám közül legalább az egyik 0, akkor a két szám szorzata 0.

E: Ha a TV füsttel működik, akkor a füstölő TV nem működik.

69. (K) Fogalmazd meg az alábbi állítások megfordítását, majd döntsd el az eredeti és a kapott állításról, hogy igaz - e vagy sem.

A: Ha egy négyszög átlói felezik egymást, akkor az paralelogramma.

B: Ha egy háromszög súlypontja a háromszögön kívülre esik, akkor belső szögeinek felezői egy pontban metszik egymást.

C: Ha egy függvénynek van minimuma, akkor felülről korlátos.

D: Ha egy egész szám osztható 7 – tel, akkor osztható 21 – gyel.

E: Ha két pozitív egész szám legkisebb közös többszöröse 45, akkor az egyik osztható 9 – cel.

70. (K) Fogalmazd meg az alábbi állítások megfordítását! Döntsd el mindegyik esetben hogy igaz - e az állítás, illetve annak megfordítása!

A: Ha egy négyszög téglalap, akkor átlói felezik egymást.

B: Ha egy háromszög egyik súlyvonala merőleges az egyik oldalra, akkor a háromszög egyenlő szárú.

C: Ha egy háromszög belső szögeinek az aránya $1:2:3$, akkor az egyik oldala fele egy másik oldalnak.

D: Ha egy négyszög két szögének összege $180°$, akkor van köré írható köre.

E: Ha egy négyszög két átlója merőlegesen felezi egymást, akkor oldalai egyenlők.

71. (K) Fogalmazd meg az alábbi állítások megfordítását! Az eredeti állítás és a megfordítás igaz vagy hamis?

A: Ha egy természetes szám nullára végződik, akkor osztható 5 – tel.

B: Ha egy háromszög egyenlőszárú, akkor van két egyenlő szöge.

C: Ha a $\sqrt{2}$ racionális, akkor a $\sqrt{2}$ felírható két pozitív egész szám hányadosaként.

D: Ha egy természetes szám négyzetszám, akkor hármas maradéka 0 vagy 1.

E: Ha egy sokszög szabályos, akkor a sokszög oldalai egyenlő hosszúságúak.

72. (K) Megadunk két állítást:

1. **Ha egy négyszög paralelogramma, akkor átlói kölcsönösen felezik egymást.**
2. **Ha egy négyszög átlói kölcsönösen felezik egymást, akkor a négyszög paralelogramma.**

Igaz – e a következő:

$\boldsymbol{A}$: **az első állítás a második megfordítása;**

$\boldsymbol{B}$: **a második állítás az első megfordítása;**

$\boldsymbol{C}$: **az első állítás a második tagadása;**

$\boldsymbol{D}$: **a második állítás az első tagadása;**

$\boldsymbol{E}$: **mindkét állítás igaz;**

$\boldsymbol{F}$: **az egyik állítás hamis?**

73. (K) Melyik alábbi tételeket lehet csak implikációként, illetve melyeket lehet ekvivalenciaként megfogalmazni úgy, hogy igaz legyen?

$\boldsymbol{A}$: **Ha egy háromszög derékszögű, akkor befogóinak négyzetösszege az átfogójának négyzetével egyenlő.**

$\boldsymbol{B}$: **Ha egy szám osztható $\boldsymbol{10}$ – zel, akkor osztható $\boldsymbol{5}$ – tel is.**

$\boldsymbol{C}$: **Ha egy háromszög köré írt körének középpontja az egyik oldal felezőpontja, akkor a háromszög derékszögű.**

$\boldsymbol{D}$: **Ha egy $\mathbb{R}$ - en értelemeztt függvény monoton növekvő, akkor nem monoton csökkenő.**

74. (K) Melyik tétel egyik irányú megfogalmazása a következő kijelentés?

***A*: Ha egy háromszög derékszögű, akkor az átfogó felezőpontja a háromszög köré írt kör középpontja.**

Döntsd el az alábbi mondatok közül, melyik az így kimondott tétel megfordítása.

***B*: Ha egy háromszög átfogójának felezőpontja a háromszög köré írt kör középpontja, akkor a háromszög derékszögű.**

***C*: Ha egy háromszög egyik oldalának felezőpontja a háromszög köré írt kör középpontja, akkor a háromszög derékszögű.**

***D*: Ha egy háromszög egyik oldalának felezőpontja a háromszög köré írt kör középpontja, akkor a háromszög befogóinak négyzetösszege az átfogó négyzetével egyenlő.**

75. (K) Igaz – e a következő implikáció: Ha a Hold sajtból van, akkor ez matematikakönyv?

76. (K) Mit kell tennünk ahhoz, hogy igazzá váljanak a kijelentések?

***A*: Délután megcsinálom a matek és a fizika házit, vagy megtanulom a verset.**

***B*: Vacsorára rántottát sütök vagy bundáskenyeret és este megnézem a Szívszerelem című filmet.**

77. (K) Tagadd a következő állításokat!

A: **Holnap délután focizni megyek vagy tanulok.**

B: **Kék a fű, és zöld az ég.**

C: **Van olyan fiú, aki nem játszik számítógépen és nem is néz sorozatokat.**

D: **Hull a hó és Micimackó fázik.**

E: **István szereti a zenét és gyakran énekel a fürdőszobában.**

F: **Van olyan kutya, amelyik nyávog.**

G: **Minden nyáron kirándulunk és bulizunk.**

H: **A 9 – nek legalább három osztója van.**

I: **Minden magyar egyetemistának van nyelvvizsgája vagy autója.**

J: **Van olyan olasz fiú, akinek nem tetszenek a magyar lányok.**

78. (K) Tagadd a következő állításokat!

A: **Van olyan rokon, aki legalább négy szelet tortát megeszik ebéd után.**

B: **Ma este moziba megyek vagy olvasok.**

C: **Minden nyáron megrendezik a Sziget Fesztivált és a Szegedi Ifjúsági Napokat.**

D: **Van olyan deltoid, amely rombusz.**

E: **Minden háromszög derékszögű.**

F: **Létezik homorúszögű háromszög.**

G: **A 4 nagyobb vagy egyenlő, mint az 5.**

H: **Van olyan falu, ahol nincs posta.**

I: **Szabályos dobókockával legfeljebb 6 – ost dobhatunk.**

J: **A szabályos ötszögnek egyik szöge sem derékszög.**

79. (K) Tagadd a következő állításokat!

A: Minden holland háztartásban van legalább egy televízió.

B: Van olyan trapéz, amelyik nem paralelogramma.

C: Minden ember kékszemű.

D: Van olyan tanuló, aki sportol.

E: Esik az eső, vagy süt a nap.

F: Bármely háromszög köré kör írható.

G: A 3 kisebb, mint a π.

H: Nincs lila tehén.

I: Zenét hallgatok, vagy nem tanulok.

J: Nem írok és nem olvasok.

80. (K) Tagadd a következő állításokat!

A: A négyzet minden szöge derékszög.

B: Minden póknak legfeljebb 8 szeme van.

C: Van olyan gimnazista, aki nem készül az órákra.

D: A foci vb-t négyévente rendezik meg.

E: A 24 osztható 3 – mal és 4 – gyel.

F: Van olyan másodfokú egyenlet, amelynek legalább 3 gyöke van.

G: Vasárnap olvasok, vagy kirándulok.

H: Bármely tanuló sportol.

I: Esik a hó, és nem fúj a szél.

J: Holnap nem megyek úszni vagy könyvtárba leszek.

81. (K) Tagadd a következő állításokat!

A: Van olyan bolt, ahol nincs próbafülke.

B: Minden lónak pontosan négy lába van.

C: Van olyan meccs, amikor végig játszik és gólt is lő.

D: Van olyan év, amikor a február 30 napos.

E: A 15 nem osztható 7 – tel és osztható 3 – mal.

F: Létezik olyan háromszög, amelynek két tompaszöge van.

G: Minden kapu zöldre van festve.

H: Az $ABCD$ négyszög trapéz vagy deltoid.

I: Van olyan ember, aki nem iszik alkoholt.

J: A 0 nem páratlan szám.

82. (K) Fogalmazd meg azokat a kijelentéseket, melyeknek negációja a következők!

A: Süt a nap.

B: Minden bogár rovar.

C: Az ABC háromszög egyenlő szárú és hegyesszögű háromszög.

D: Van olyan rombusz, amely nem négyzet.

E: Minden emlősnek van lába.

F: A 12 nem osztható 3 – mal vagy nem osztható 4 – gyel.

G: Van olyan deltoid, amelyik húrnégyszög.

H: Andrea szőke és kék szemű.

I: Minden páros szám nullára végződik.

J: Van olyan sorozat, amely nem korlátos.

83. (K) Fogalmazd meg azokat a kijelentéseket, melyeknek negációja a következők!

A: Minden lakás minden szobájában van világítás.

B: Van olyan paralelogramma, amely nem trapéz.

C: Minden négyszögnek van beírt köre.

D: Van olyan 5 – tel osztható egész szám, amelyik nem nullára végződik.

E: Minden végtelen nem szakaszos tizedestört irracionális szám.

F: A 30 osztható 5 – tel vagy osztható 6 – tal.

G: Minden prímszám páratlan.

H: Minden embernek van olyan barátja, aki szereti a meggyet.

I: Van olyan hét, hogy minden lottószelvényemen van találat.

J: Minden évben van olyan tantárgy, amelynek minden órájára felkészültem.

84. (K) Fogalmazd meg azokat a kijelentéseket, melyeknek negációja a következők!

A: Nem félek a dolgozattól.

B: Minden filmet láttam már.

C: Minden szarka farka tarka.

D: Van rövid nyakú zsiráf, amely jól fésült.

E: Létezik olyan geometriai rendszer, amelyben a háromszög belső szögeinek összege nem $180°$.

F: Minden érettségi feladatsorban van ilyen feladat.

G: Létezik holló, amely nem fekete.

H: Egyik 7 – tel osztható szám sem osztható 5 – tel.

I: Bármely két egyenes metszi egymást.

J: Van olyan deltoid, melynek szöge különböző.

85. (K) Az alábbi négy kijelentés közül háromnak a tagadása is megtalálható a felsorolt négy kijelentés között. Melyik ez a három kijelentés, és melyiknek mi a tagadása?

A: **Nem minden derékszögű háromszög egyenlő szárú.**

B: **Van olyan derékszögű háromszög, amelyik nem egyenlő szárú.**

C: **Minden derékszögű háromszög egyenlő szárú.**

D: **Van olyan derékszögű háromszög, amelyik egyenlő szárú.**

86. (K) Az alábbi négy kijelentés közül háromnak a tagadása is megtalálható a felsorolt négy kijelentés között. Melyik ez a három kijelentés, és melyiknek mi a tagadása?

A: **Minden derékszögű háromszög egyenlő szárú.**

B: **Nincs olyan derékszögű háromszög, amelyik egyenlő szárú.**

C: **Van olyan derékszögű háromszög, amelyik egyenlő szárú.**

D: **Minden derékszögű háromszögnek két különböző hosszúságú befogója van.**

87. (K) „Minden fiú szereti a focit." Válaszd ki az állítás tagadását az alábbiak közül!

A: **Van olyan fiú, aki szereti a focit.**

B: **Nincs olyan fiú, aki szereti a focit.**

C: **A lányok szeretik a focit.**

D: **Van olyan fiú, aki nem szereti a focit.**

E: **A lányok nem szeretik a focit.**

F: **Nem minden fiú szereti a focit.**

88. (K) Fogalmazd meg a következő állítások tagadását az egzisztenciális ($\exists$) kvantor segítségével. Határozd meg az eredeti és a kapott állítások logikai értékét.

A: **Minden 4 – gyel osztható szám 4 – re vagy 8 – ra végződik.**

B: **Minden összetett számnak kettőnél több osztója van.**

C: **Minden 100 – zal osztható szám osztható 25 – tel.**

D: **Minden paralelogramma tengelyesen szimmetrikus négyszög.**

89. (K) Fogalmazd meg a következő állítások tagadását az univerzális $(\forall)$ kvantor segítségével. Határozd meg az eredeti és a kapott állítások logikai értékét.

$\boldsymbol{A}$: **Van olyan trapéz, amelyik deltoid.**

$\boldsymbol{B}$: **Van olyan egyenlő szárú trapéz, amelyik nem tengelyesen szimmetrikus.**

$\boldsymbol{C}$: **Van olyan paralelogramma, amelyik középpontosan szimmetrikus négyszög.**

$\boldsymbol{D}$: **Van olyan páros szám, amelyik $\mathbf{5}$ – re végződik.**

90. (K) Fogalmazd meg a következő állítások tagadását az egzisztenciális $(\exists)$ és az univerzális $(\forall)$ kvantor segítségével. Határozd meg az eredeti és a kapott állítások logikai értékét.

$\boldsymbol{A}$: **Minden nem középpontosan szimmetrikus paralelogramma húrnégyszög.**

$\boldsymbol{B}$: **Minden $\mathbf{10}$ – zel osztható prímszám osztható $\mathbf{17}$ – tel.**

$\boldsymbol{C}$: **Minden élő aranytojást tojó verébnek csilingelő hangja van.**

$\boldsymbol{D}$: **Van olyan négyszög, amelynek $\mathbf{20}$ átlója van.**

91. (K) Az alábbi mondatok közül melyik a „Zsoltinak matematikából minden jegye ötös.” kijelentés tagadása?

$\boldsymbol{A}$: **Zsoltinak matematikából csak hármasai vannak.**

$\boldsymbol{B}$: **Zsoltinak matekból van ötösnél rosszabb jegye is.**

$\boldsymbol{C}$: **Zsoltinak matekból két hármasa van és biológiából megbukott félévkor.**

$\boldsymbol{D}$: **Zsoltinak nincs ötöse matekból.**

92. (K) Keresd meg, melyik kijelentésnek melyik a tagadása. Állítsd párba őket.

$\boldsymbol{A}$: **Minden egész szám osztható hárommal.**

$\boldsymbol{B}$: **Van olyan egész szám, amely osztható hárommal.**

$\boldsymbol{C}$: **Egyetlen egész szám sem osztható hárommal.**

$\boldsymbol{D}$: **Van olyan egész szám, amely nem osztható hárommal.**

93. (E) Fogalmazd meg azokat a kijelentéseket, melyeknek negációja a következők!

A: Minden jó, ha jó a vége.

B: Minden asszony életében van egy pillanat, mikor olyat akar tenni, amit nem szabad.

C: Ma este 8 – kor vagy alszok, vagy meccset nézek.

D: A háromszög akkor és csak akkor derékszögű, ha nincs tompaszöge.

E: Ha fürdőbe megyek, akkor veszek lángost.

F: Minden szállodában minden szobában van telefon.

G: Van olyan munkahely, ahol van olyan ember, aki dolgozik.

H: Ha süt a nap, megyek biciklizni.

I: Minden trapéznak van két párhuzamos oldala és minden szöge különböző.

94. (E) Fogalmazz meg olyan állításokat, amelyek tagadásai a következő állítások!

A: Ha macskát látok, az biztosan fekete színű.

B: Minden vonat minden kocsijában van ülés és fűtés is.

C: Van olyan mozi, ahol van olyan alkalmazott, aki takarít vagy jegyet árul.

D: Minden embernek van legfeljebb két háza, vagy legalább egy háziállata.

E: Ha sok vizet iszom, akkor nem leszek szomjas.

F: Egyik héten sincs olyan nap, hogy két órát sportolnék.

G: Akkor és csak akkor veszek sálat, ha esik a hó, vagy fúj a szél.

H: Ha esik a hó, akkor zenét hallgatok.

I: Létezik négyzet, melynek minden oldala vagy területe egységnyi.

95. (E) Fogalmazz meg olyan állításokat, amelyek tagadásai a következő állítások!

A: Van olyan nap, amelynek egy bizonyos órája egyik percében nem gondolok rád.

B: Létezik együttes, amelynek minden számában van olyan versszak, amit nem értek.

C: Minden ételnek van olyan ételkészítési módja, melyet egy bizonyos napszakban nem vagyok hajlandó megenni.

D: Minden feladat könnyű volt és mindet meg is oldottam.

E: Ebben a pizzériában minden pizza finom, vagy van olyan, amit még nem kóstoltunk meg.

F: Létezik olyan háromszög, amelynek minden szöge derékszög.

G: Minden Rubik-kockának van olyan oldala, hogy az azon levő összes négyzet kék.

H: Ha egy pozitív egész szám 9 – re végződik, akkor 10 – zel osztva 9 maradékot ad.

I: Ha megcsinálom a házi feladatot, akkor nem kapok rossz jegyet a dolgozatra.

96. (E) Ellenőrizd értéktáblázattal, hogy helyes-e a következtetés:

Premisszák (feltételek):

1. Ha egy szám páratlan, akkor prímszám.

2. Az n szám nem prímszám.

Konklúzió (következmény): Az n szám nem páratlan szám.

97. (E) Mutasd meg, hogy az A, B, C kijelentések bármely logikai értéke esetén igaz a következő!

$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$ $\quad$ $(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$

98. (E) Készítsd el a következő összetett műveletek igazságtáblázatát!

$(\neg A) \vee B$ $\quad$ $(\neg A) \vee (\neg B)$ $\quad$ $\neg (A \vee B)$ $\quad$ $A \wedge (\neg A)$

$(\neg A) \wedge B$ $\quad$ $(\neg A) \wedge (\neg B)$ $\quad$ $\neg (A \wedge B)$ $\quad$ $A \vee (\neg A)$

99. (E) Értékeld ki igazságtáblázat segítségével a következő formulákat!

$(A \wedge B) \vee \urcorner A$ $\quad$ $A \wedge (B \vee \urcorner A)$ $\quad$ $\urcorner (A \wedge B) \vee C$ $\quad$ $\urcorner A \wedge (B \vee C)$

100. (E) Értékeld ki igazságtáblázat segítségével a következő formulát!

$$\urcorner (A \wedge B) \wedge (C \vee D)$$

101. (E) Igazold értéktáblázat segítségével az úgynevezett de Morgan - féle azonosságokat (tetszőleges A, B ítéletek esetén).

$\urcorner (A \wedge B) = \urcorner A \vee \urcorner B$ $\quad$ $\urcorner (A \vee B) = \urcorner A \wedge \urcorner B$

102. (E) Mutasd meg, hogy bármely A, B, C ítéletek esetén teljesülnek a következők!

$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$ $\quad$ $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$

103. (E) Bizonyítsd be, hogy a következő egyenlőségek azonosságok!

$p \to \urcorner q = \urcorner (p \wedge q)$ $\quad$ $\urcorner p \wedge \urcorner q = \urcorner (\urcorner p \to q)$

$(p \wedge q) \vee (\urcorner p \wedge \urcorner q) = p \leftrightarrow q$ $\quad$ $p \wedge \urcorner q = \urcorner (p \to q)$

104. (E) Igazold igazságtáblázat megadásával a következőket!

$(A \to C) \wedge (B \to C) = (A \vee B) \to C$ $\quad$ $A \leftrightarrow B = (A \to B) \wedge (B \to A)$

105. (E) Készítsd el a következő kifejezések logikai értéktáblázatát!

$(A \wedge B) \to (A \, \Delta \urcorner B)$ $\quad$ $(A \to B) \leftrightarrow (B \vee C)$ $\quad$ $(A \to B) \leftrightarrow (\urcorner A) \vee B$

106. (E) Készítsd el a következő összetett ítéletek értéktáblázatát, majd hasonlítsd össze a kizáró vagy értéktáblázatával.

$(P \wedge \urcorner Q) \vee (\urcorner P \wedge Q)$ $\quad$ $(P \vee Q) \wedge [\urcorner (P \wedge Q)]$

Felhasznált irodalom

(1) Hajdu Sándor; 2005.; Matematika 12.; Műszaki Könyvkiadó; Budapest

(2) Urbán János; 2007.; Sokszínű matematika 12; Mozaik Kiadó; Szeged

(3) Ábrahám Gábor; 2010.; Matematika 11 – 12 emelt szint; Maxim Könyvkiadó; Szeged

(4) Urbán János; 2010.; Sokszínű matematika feladatgyűjtemény 12; Mozaik Kiadó; Szeged

(5) Ruff János; 2012.; Érettségi feladatgyűjtemény matematikából 11 – 12. évfolyam; Maxim Kiadó; Szeged

(6) Fröhlich Lajos; 2006.; Alapösszefüggések matematikából – emelt szint; Maxim Kiadó; Szeged

(7) https://users.itk.ppke.hu/itk_dekani/files/matematika/list.html

(8) Dobcsányi János; Feladattornyok matematikából; Maxim Kiadó; Szeged

(9) Róka Sándor; 2010; 2000 feladat az elemi matematika köréből; Typotex Kiadó, Budapest

(10) Katona Renáta; 2007; Logikai egypercesek; Hungária könyv – és társasjáték kiadó; Budapest

(11) Raymond Smullyan; 2010; A hölgy vagy a tigris?; Typotex Kiadó, Budapest

(12) Saját anyagok