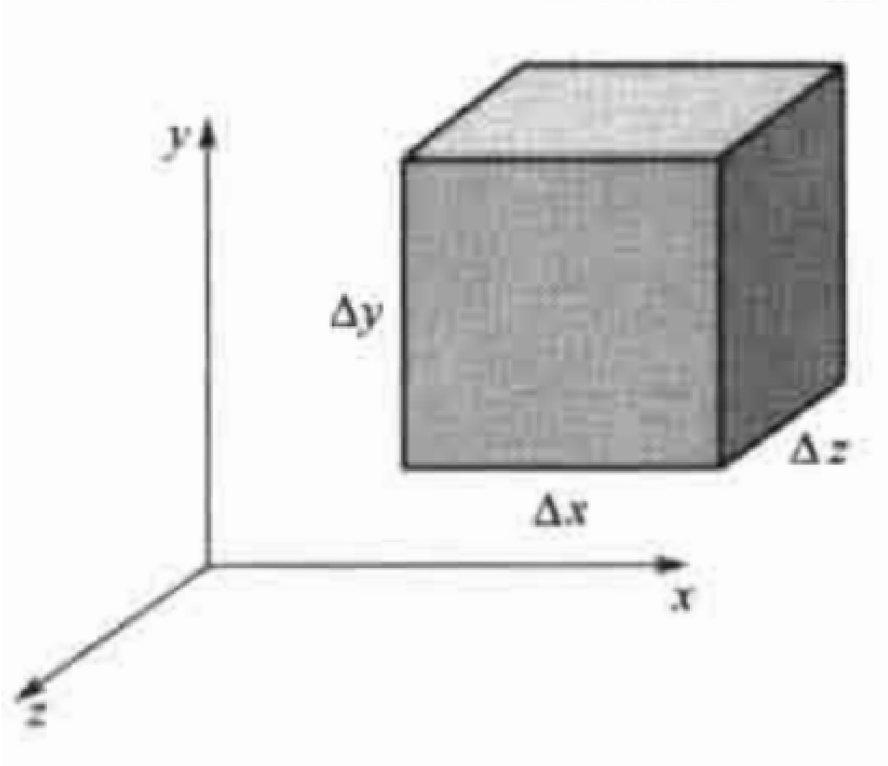
Matlab

weiya

July 8, 2016

目 录

1 热传导方程



定义 **1** 温度场

- 稳态
- 非稳态
- 一维
- 二维
- 三维

定义 **2** 等温面

定义 **3** 热通量 $\vec{q}$ 沿着某一方向单位时间内通过某一个单位面积的热量

定理 **1** $\vec{q}$ 与温度梯度 ∇u 成正比，方向相反

$$q_x = -k\frac{\partial u}{\partial x} \tag{1}$$
$$q_y = -k\frac{\partial u}{\partial y} \tag{2}$$
$$q_z = -k\frac{\partial u}{\partial z} \tag{3}$$

- $k_{金属} > k_{非金属}$
- $k_{固} > k_{液} > k_{气}$
- 空气：0.000057 cm^2/sec^oC 铁：0.163 银：1.01 铜：0.99

定理 2 不同形式的热量子啊传递和转换中，总值保持不变 $Q = \triangle U + W$

1.1 模型假设

- 各向同性的连续介质
- 热导率比热和密度均为已知常数
- $W = 0$
- 热源

$$Q_x = q_x dydzd\tau \tag{4}$$

假设可微线性

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x}dx \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
\delta Q_x &= Q_x - Q_{x+dx} && (6)\\
&= -\frac{\partial q_x}{\partial x}dxdydzd\tau && (7)\\
&= \frac{\partial}{\partial x}(k\frac{\partial u}{\partial x}) && (8)
\end{aligned}$$

$d\tau$ 时间内

$$\delta Q = \rho C \frac{\partial u}{\partial t} dxdydzd\tau \tag{9}$$

其中，C 为比热，ρ 密度

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k}{\rho C} \triangle u = a^2 \triangle u \tag{10}$$

有内部热源

- 非稳态，无内部热源：$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \triangle u$，抛物型 PDE
- 稳态，有内部热源：$\triangle u + f = 0$, 椭圆型 PDE

1.2 适定性

- 几何
- 物理
- 时间 *（初值条件）
- 边界 *（边界条件）

边界条件 (i) Dirichlet (ii) Neumann (iii) Robin 第一类边界条件：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \triangle u \tag{11}$$

$$u(0) = u_0 \tag{12}$$

$$u|_{\partial \Omega} = const \tag{13}$$

第二类边界条件：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \triangle u \tag{14}$$

$$u(0) = u_0 \tag{15}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \vec{n}}|_{\partial \Omega} = const \tag{16}$$

例 1

$$-\triangle \boldsymbol{u} = \boldsymbol{1} \tag{17}$$

$$\boldsymbol{u}|_{\partial\Omega} = \boldsymbol{0} \tag{18}$$

① 对于没有内部热源，导热系数 k 为常数的不可压缩流体，能量方程为

$$\rho c_v \frac{\mathrm{D}T}{\mathrm{D}t}=k\nabla^2 T \tag{16-14}$$

③ 在没有流体运动的情况下，热量的传递全部依靠热传导。假如是这种情况，就像固体那样，$c_v\approx c_p$，能量方程式即变为

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}=\nabla\cdot k\nabla T+\dot{q} \tag{16-16}$$

式（16-16）一般应用于热传导，这里并未假定 k 为常数。如果导热系数 k 为常数，则能量方程为

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\alpha\nabla^2 T+\frac{\dot{q}}{\rho c_p} \tag{16-17}$$

式中，已把比值 $k/\rho c_p$ 用符号 α 来表示，α 为热扩散系数。不难看出，其量纲为 L^2/t，在 SI 制中，它的单位为 $\mathrm{m^2/s}$；在英制单位中为 $\mathrm{ft^2/h}$。

假如传导介质中不含有热源，则式（16-17）可以简化为**傅里叶场方程**，也称作傅里叶热传导第二定律

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\alpha\nabla^2 T \tag{16-18}$$

假如一个系统内有热源，但不随时间变化，式（16-17）即可简化为泊松方程

$$\nabla^2 T+\frac{\dot{q}}{k}=0 \tag{16-19}$$

下面所介绍的导热方程的最终形式，适用于没有热源的稳定状态。这时温度分布必须满足**拉普拉斯方程**（Laplace equation）

$$\nabla^2 T=0 \tag{16-20}$$

2 图像去噪

定义 4 标量图 *I:R->R (x,y)* 离散点（像素点）*I(x,y)* 灰度值 *[0,255]*

定义 5 *1.* 加性 *I(x,y) = g(x,y) + n(x,y); 2.* 乘性 *I(x,y) = g(x,y)(n(x,y) + 1); 3. SaltPepper*

平滑化方法热传导方程

2.1 均值

1. 点数 2. 平均化

$$g(x,y) = \frac{1}{M} \sum_{(x,y)\in S} I(x,y) \tag{19}$$

中值奇数点中间数

$$g(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{M} \sum\limits_{(x,y)\in S} I(x,y) & \text{if} \left| I(x,y) - \sum_{(x,y)\in S} \frac{I(x,y)}{M} \right| > T \\ I(x,y) & other \end{cases} \tag{20}$$

2.2 PDE

$$min \quad \int_{\Omega} \left|\nabla I\right|^2 d\Omega \tag{21}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} = \triangle I \\ I(t_0) = I_0 \qquad \frac{\partial I}{\partial n} = 0 \end{cases} \tag{22}$$

2.3 Peronn-Malk Regulation

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho(\nabla I)\nabla I) \\ I(t_0) = I_0 \qquad \frac{\partial I}{\partial n} = 0 \end{cases} \tag{23}$$

2.4 非线性全变差

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} = \nabla \cdot (\frac{\nabla I}{\left|\nabla I\right|} + \lambda(I - I_0)) \\ I(t_0) = I_0 \qquad \frac{\partial I}{\partial n} = 0 \end{cases} \tag{24}$$