Aufgabe 1

Wir betrachten die folgenden Matrizen aus $\mathrm{Mat}(3, \mathbb{R})$:

$$A := \begin{pmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 3 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad B := \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 4 \end{array}\right)$$

a)

i)

ii)

b)

Aufgabe 2

Sei V ein K-Vektorraum, $\lambda, \mu \in K$ sowie $\varphi \in \mathrm{End}(V)$ und $A \in \mathrm{Mat}(n, K)$.

a)

Die Abbildung φ ist genau dann injektiv, wenn 0 kein Eigenwert von φ ist.

Beweis. $\square$

b)

Ist φ bijektiv und λ ein Eigenwert von φ, so folgt $\lambda \neq 0$ und λ^{-1} ist Eigenwert von φ^{-1}.

Beweis. $\square$

c)

Gilt $p \in K[X]$ und $v \in \mathrm{Eig}(A, \lambda)$, so folgt $v \in \mathrm{Eig}(\tilde{p}(A), \tilde{p}(\lambda))$.

Beweis. $\square$

d)

Seien $v_\lambda, v_\mu \in K^n$ Eigenvektoren von A zu den Eigenwerten λ, μ. Dann ist $v_\lambda + v_\mu$ wieder ein Eigenvektor, wenn ______________

Beweis. $\square$