

**Zad. 1**

Transmitancja po wyprowadzeniu:

$$G(s) = \frac{(s+2)(s+9)}{(s+10)(s+11)(s+12)} = \frac{s^2 + 11s + 18}{s^3 + 33s^2 + 362s + 1320}$$

Wyznaczenie modelu ciągłego pierwszą metodą:

$$E(s) = U(s) - (33s^{-1} + 362s^{-2} + 1320s^{-3}) \cdot E(s)$$

$$Y(s) = (s^{-1} + 11s^{-2} + 18s^{-3}) \cdot E(s)$$

$$\dot{x}_1(t) = -33x_1(t) - 362x_2(t) - 1320x_3(t) + u(t)$$

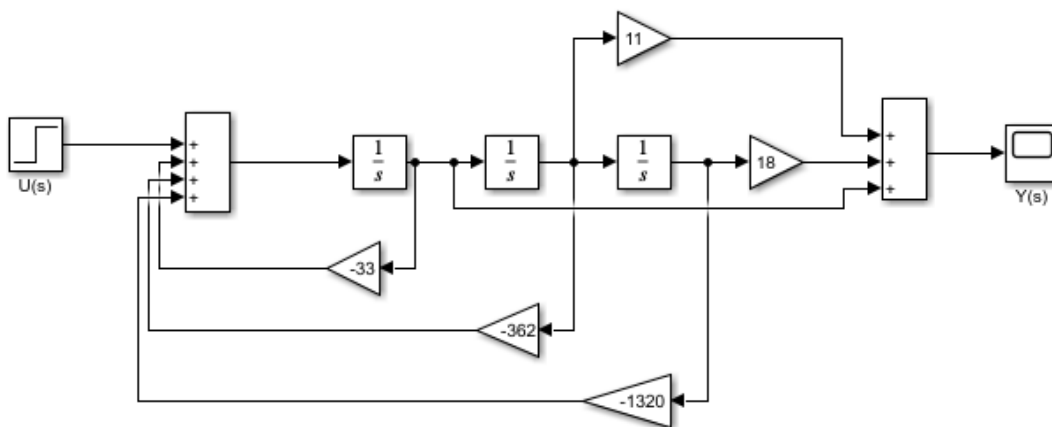
$$\dot{x}_2(t) = x_1(t)$$

$$\dot{x}_3(t) = x_2(t)$$

$$y(t) = x_1(t) + 11x_2(t) + 18x_3(t)$$

Do potwierdzenia obliczeń zostało wykorzystane polecenie tf2ss:

`[A,B,C,D] = tf2ss([0 1 11 18], [1 33 362 1320])`



Rys. 1 Przedstawienie graficzne modelu wyznaczonego za pomocą metody pierwszej

Wyznaczenie modelu ciągłego drugą metodą:

$$A_2 = A_1^T,$$

$$B_2 = C_1^T,$$

$$C_2 = B_1^T,$$

$$D_2 = D_1^T$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -33 & -362 & -1320 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -33 & 1 & 0 \\ -362 & 0 & 1 \\ -1320 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = [1 \quad 11 \quad 18]^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 11 \\ 18 \end{bmatrix}$$

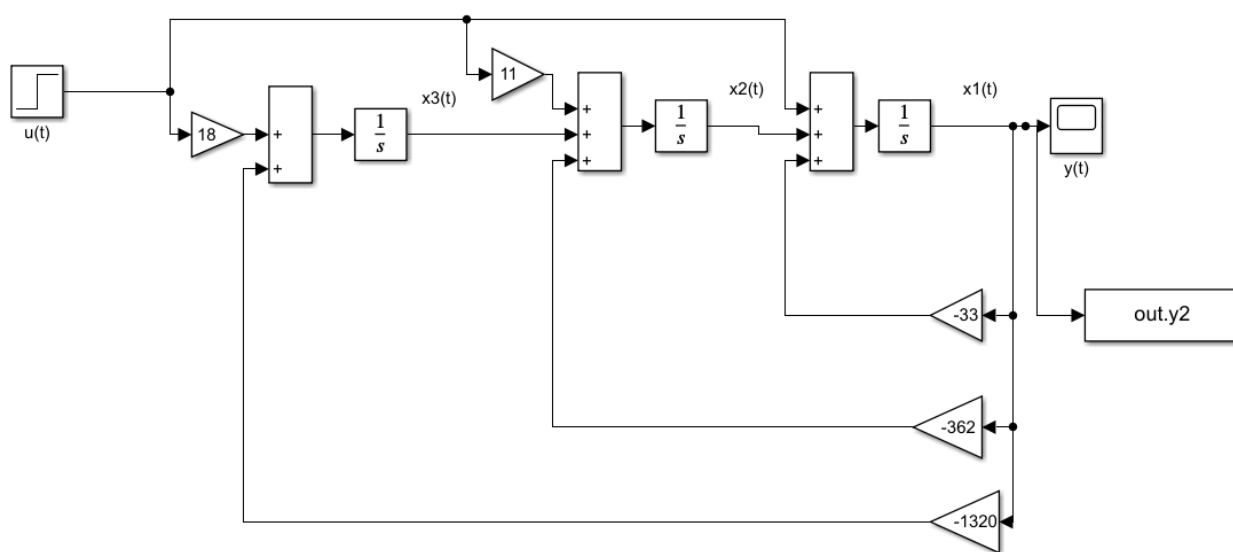
$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T = [1 \quad 0 \quad 0]$$

$$\dot{x}_1(t) = -33x_1(t) + x_2(t) + u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -362x_1(t) + x_3(t) + 11u(t)$$

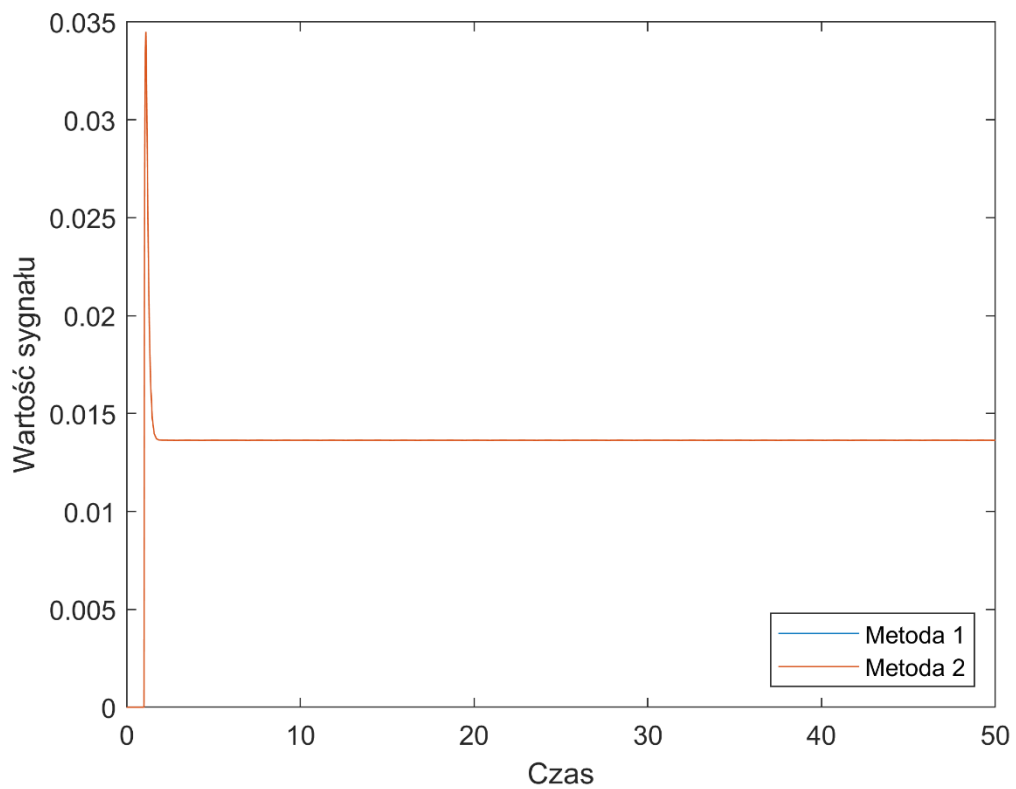
$$\dot{x}_3(t) = -1320x_1(t) + 18u(t)$$

$$y(t) = x_1(t)$$

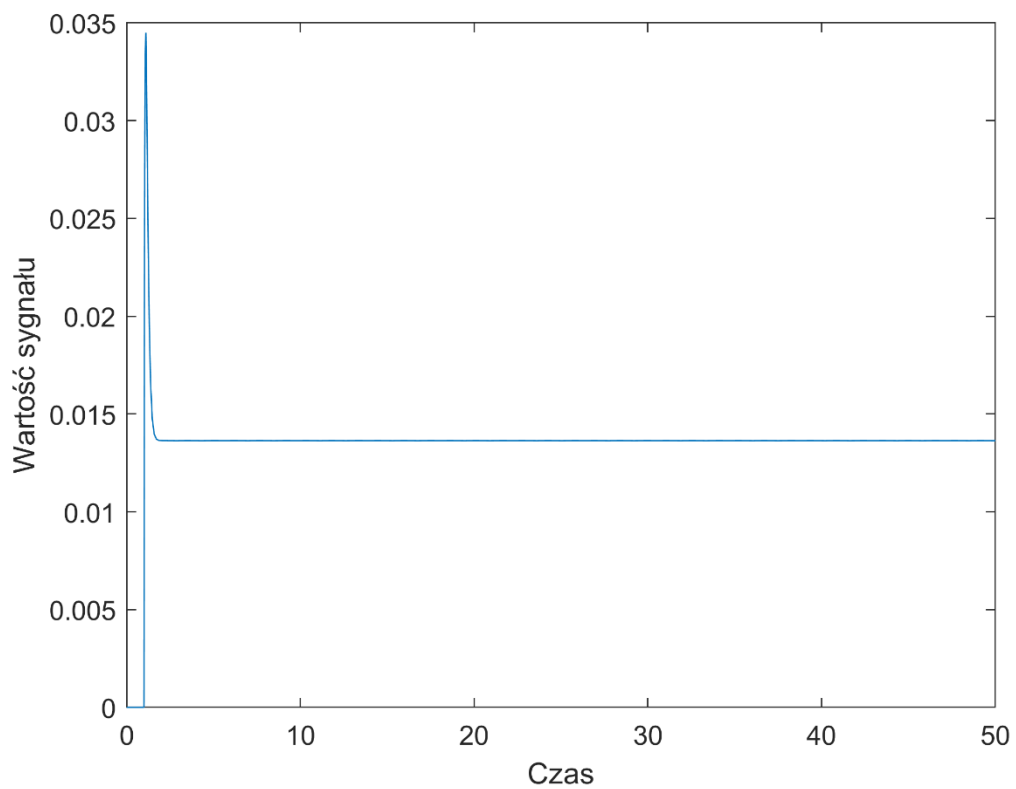


Rys. 2 Przedstawienie graficzne modelu wyznaczonego za pomocą metody drugiej

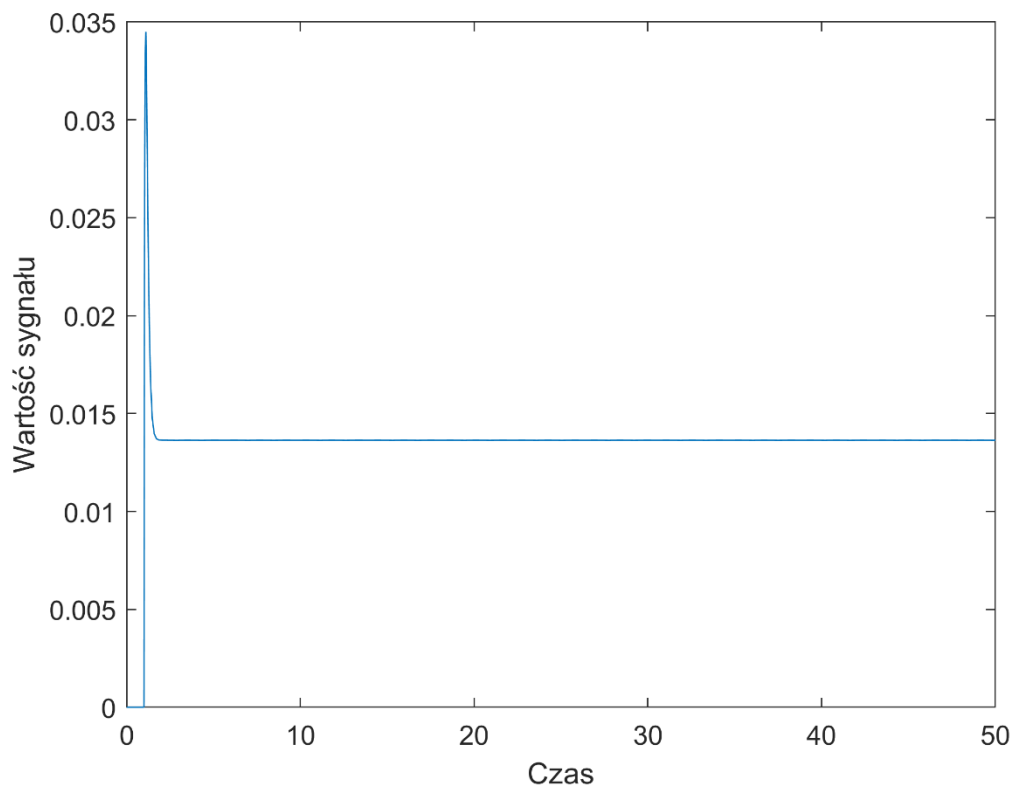
Zad. 2



Rys. 3 Wykres odpowiedzi skokowej transmitancji modeli przy zerowych warunkach początkowych

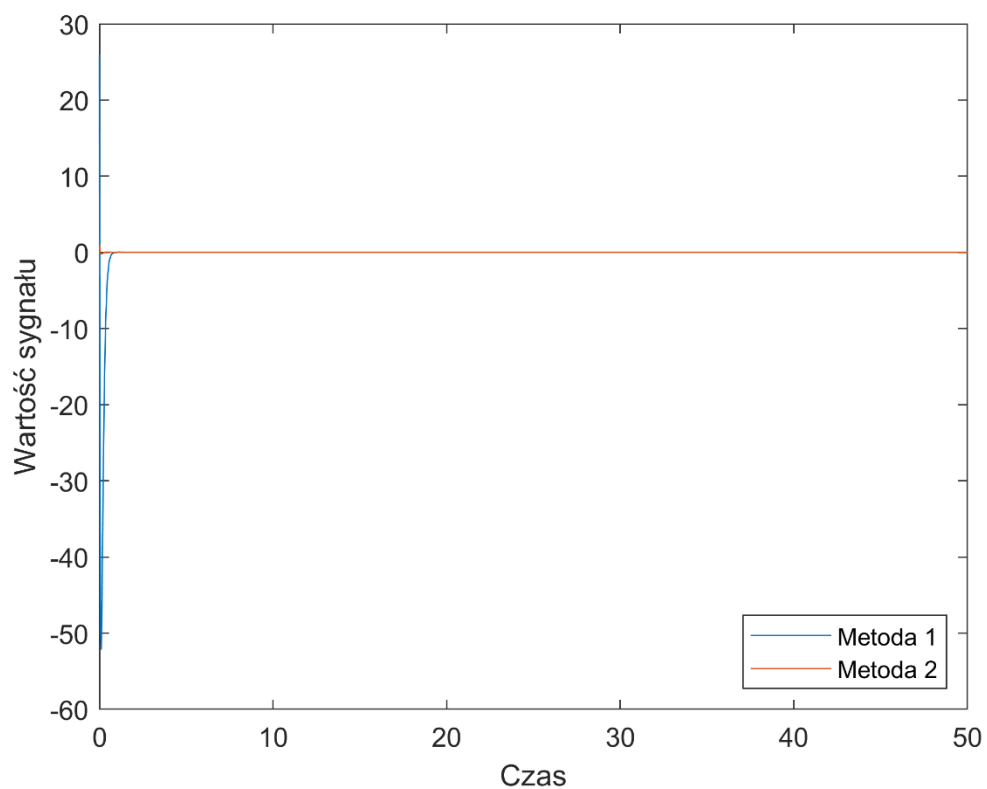


Rys. 4 Wykres odpowiedzi skokowej transmitancji modelu pierwszego przy zerowych warunkach początkowych

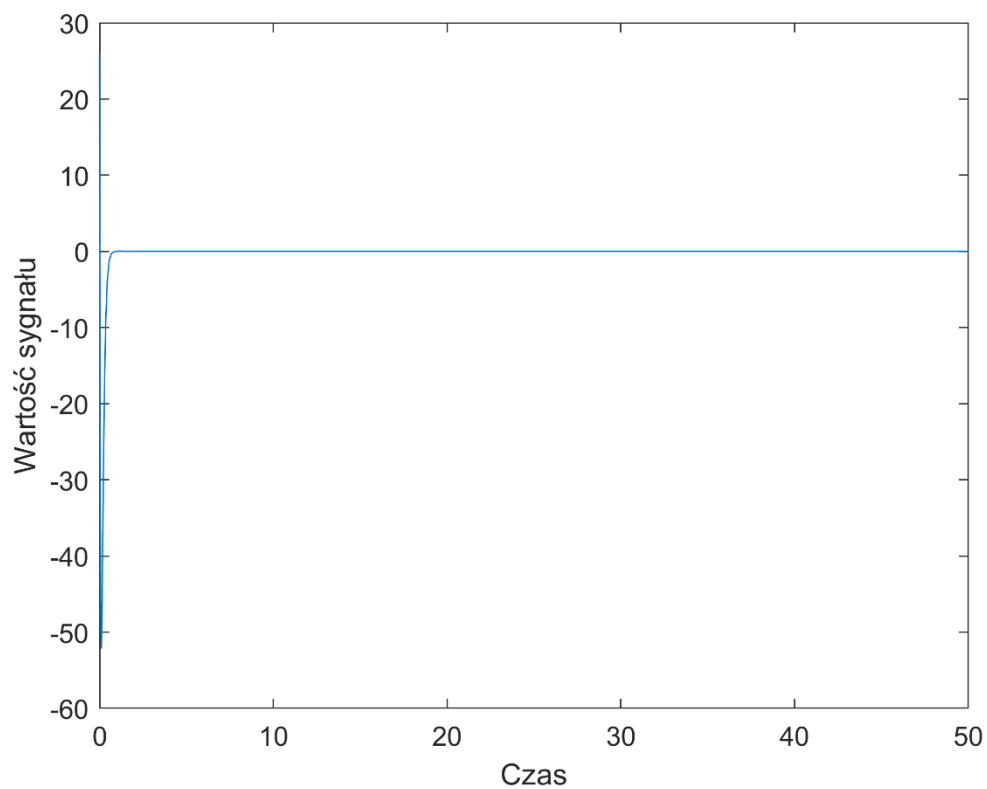


Rys. 5 Wykres odpowiedzi skokowej transmitancji modelu drugiego przy zerowych warunkach początkowych

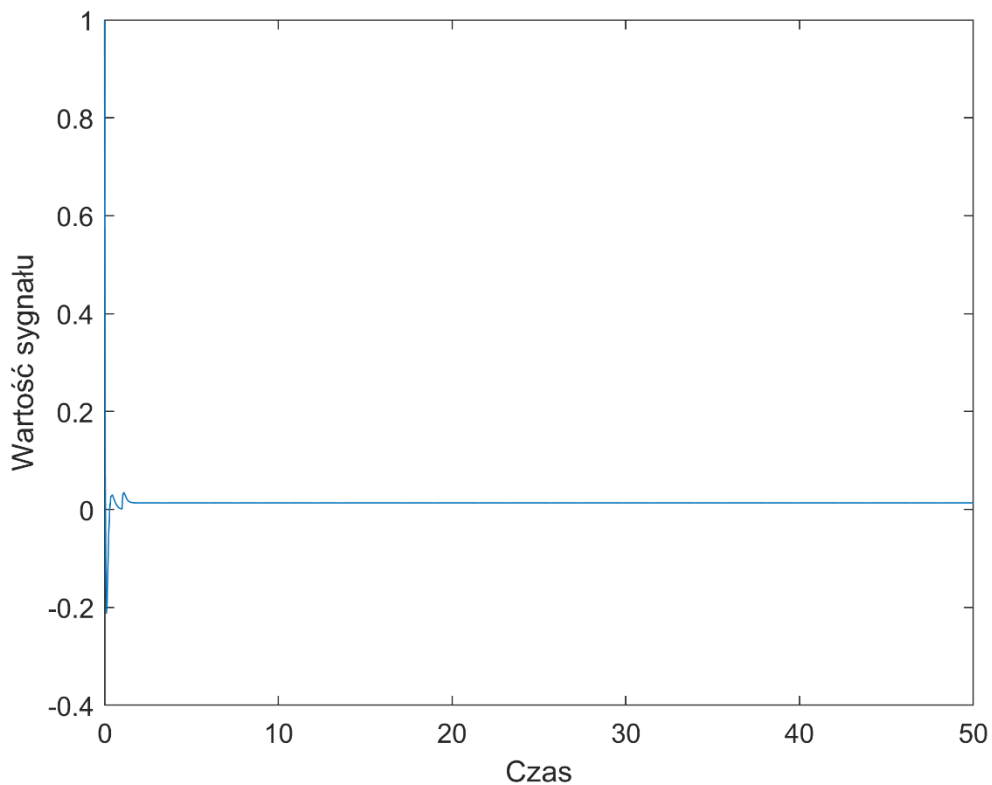
Jako warunki początkowe przyjmuję  $x = [1, -1, 2]$



Rys. 6 Wykres odpowiedzi skokowej transmitancji modeli przy warunkach początkowych  $x = [1, -1, 2]$



Rys. 7 Wykres odpowiedzi skokowej transmitancji modelu pierwszego przy warunkach początkowych  $x = [1, -1, 2]$



Rys. 8 Wykres odpowiedzi skokowej transmitancji modelu drugiego przy warunkach początkowych  $x = [1, -1, 2]$

### Zad. 3

Aby wyznaczyć elementy wektora  $k$  korzystam z równań:

$$\det(sI - A + Bk) = 0$$

$$(s - s_b)^3 = 0$$

$$\det \left( s \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -33 & -362 & -1320 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [k_1 k_2 k_3] \right) = s^3 + (k_1 + 33)s^2 + (k_2 + 362)s + k_3 + 1320 = 0$$

$$s^3 + (-3s_b)s^2 + (3s_b^2)s - s_b^3 = 0$$

$$k_1 = -3s_b - 33$$

$$k_2 = 3s_b^2 - 362$$

$$k_3 = -s_b^3 - 1320$$

Wyniki dla wartości bieguna 1:

$$k_1 = -36$$

$$k_2 = -359$$

$$k_3 = -1321$$

Wyniki dla wartości bieguna -1:

$$k_1 = -30$$

$$k_2 = -359$$

$$k_3 = -1319$$

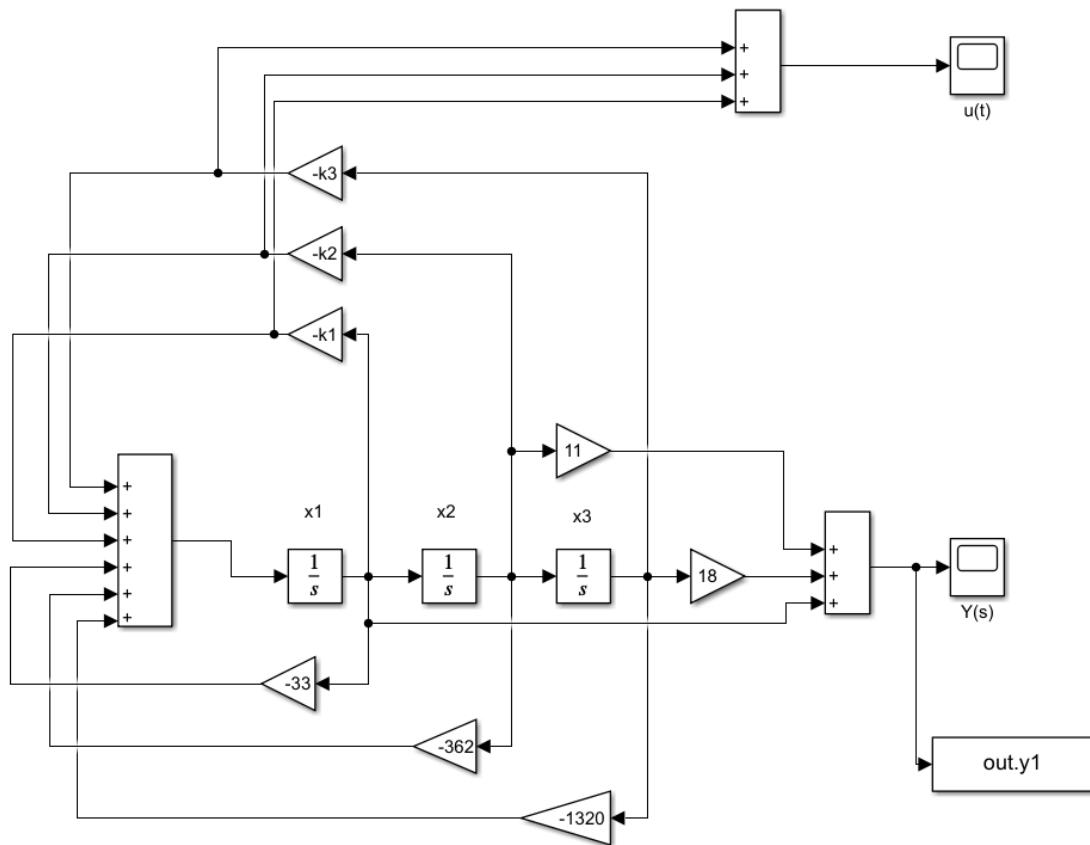
Wyniki dla wartości bieguna -3:

$$k_1 = -24$$

$$k_2 = -335$$

$$k_3 = -1293$$

#### Zad 4

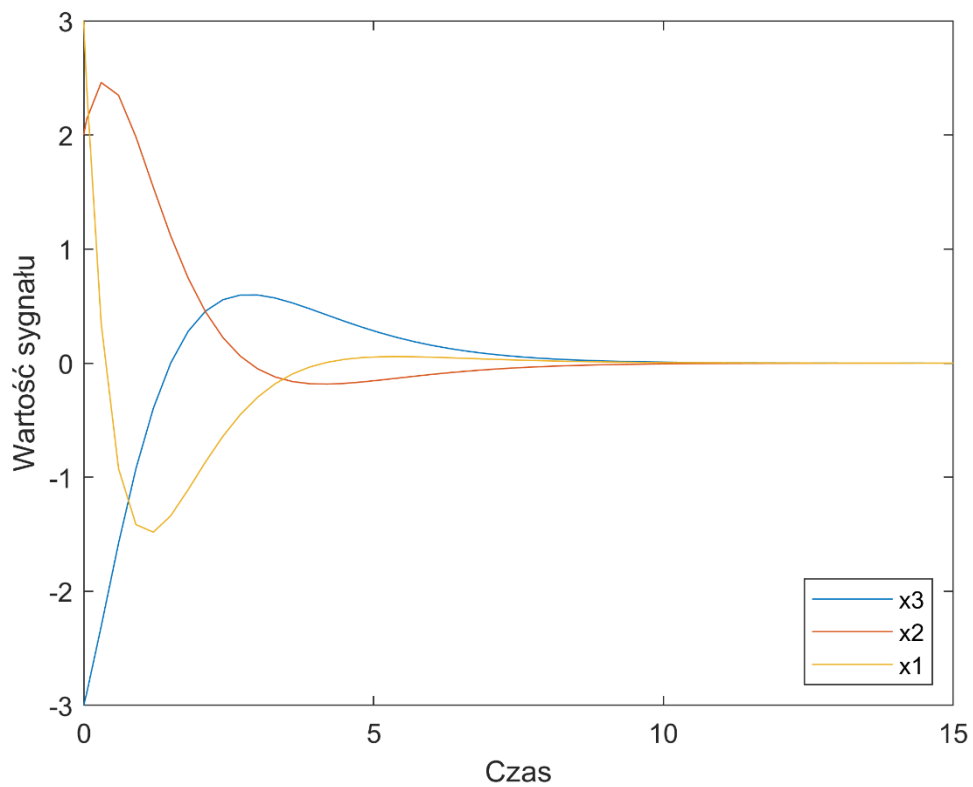


Rys. 9 Przedstawienie graficzne struktury regulatora

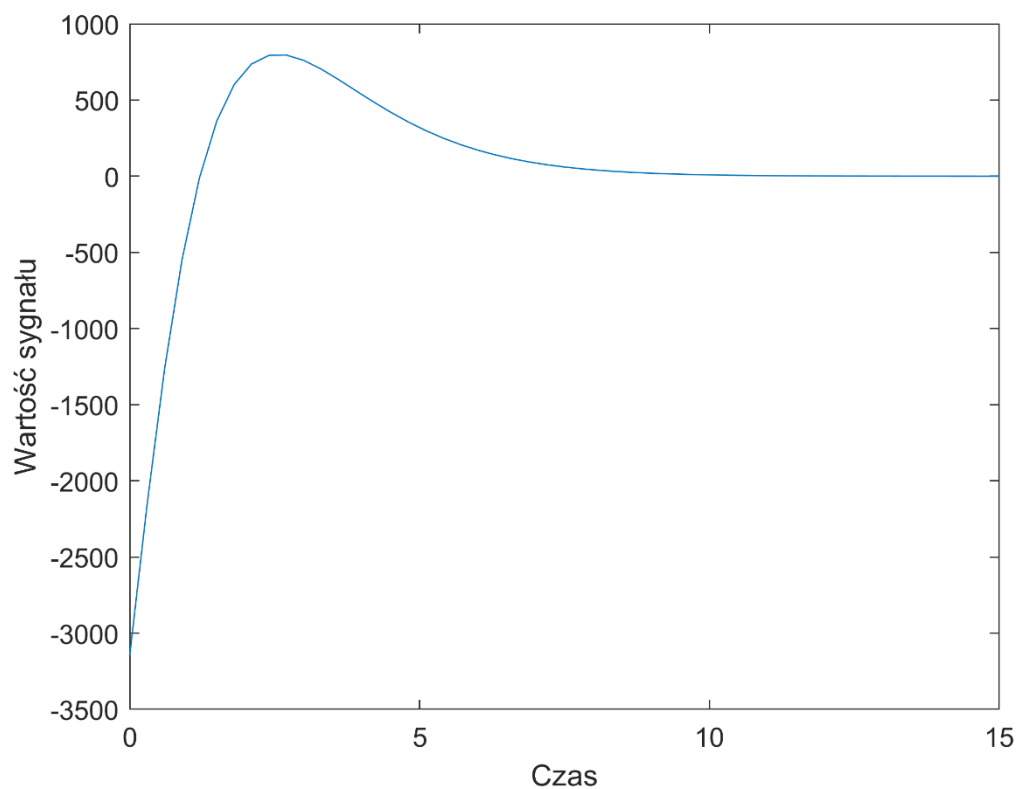


## Symulacja obiektu:

Biegun „wolny”  $s_b = -1$ :

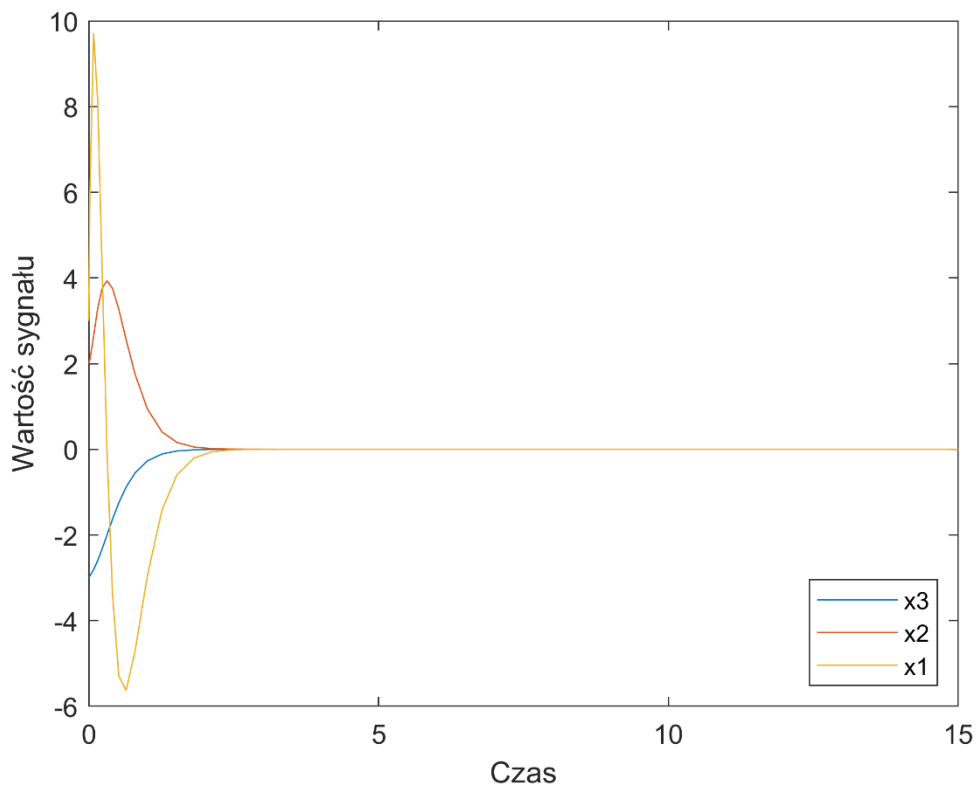


Rys. 10 Przebieg zmiennych stanu dla bieguna wolnego

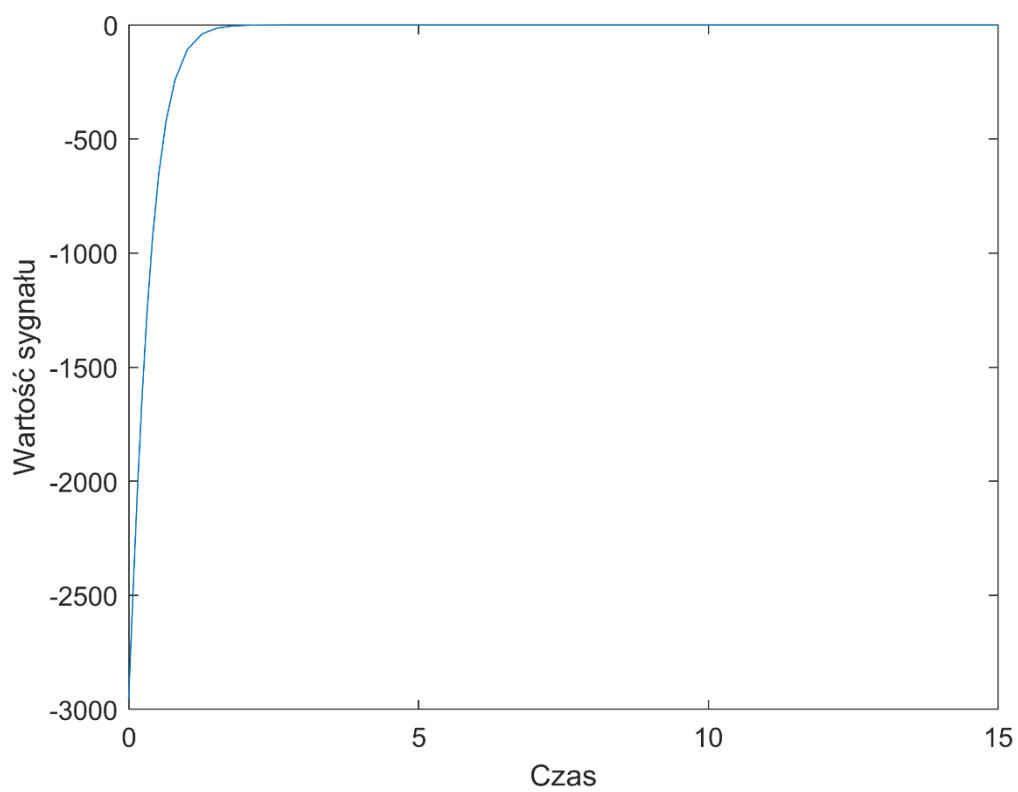


Rys. 11 Przebieg wartości sterowania dla bieguna wolnego

Biegun „średni”  $s_b = -5$ :

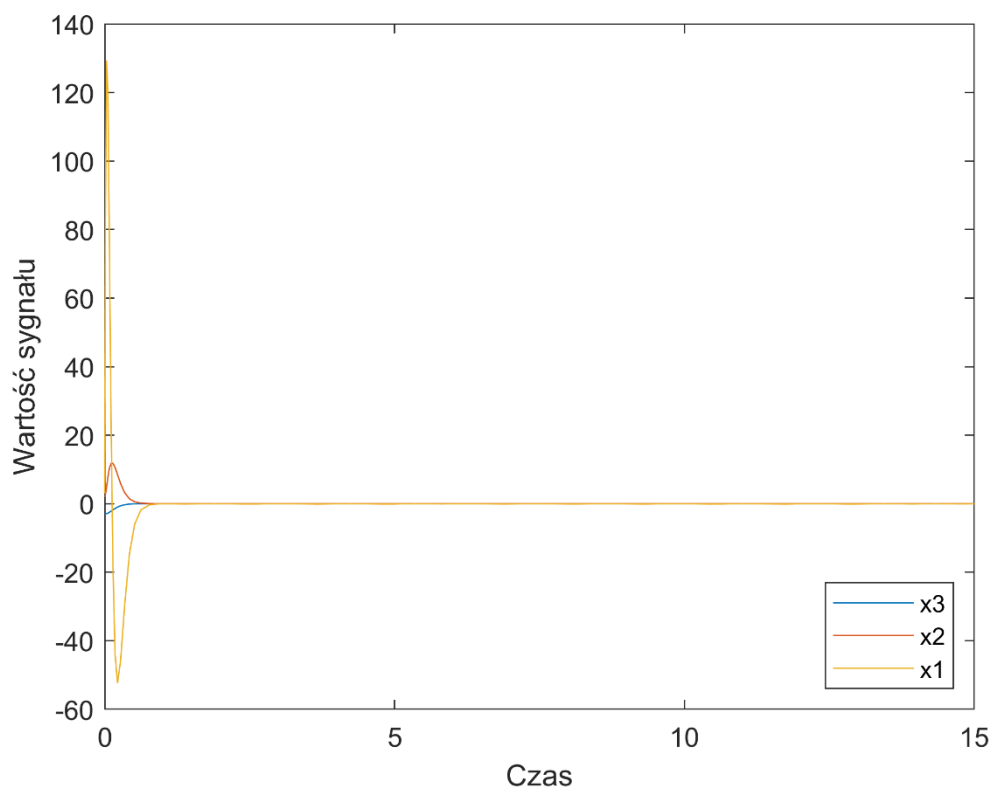


Rys. 12 Przebieg zmiennych stanu dla bieguna średniego

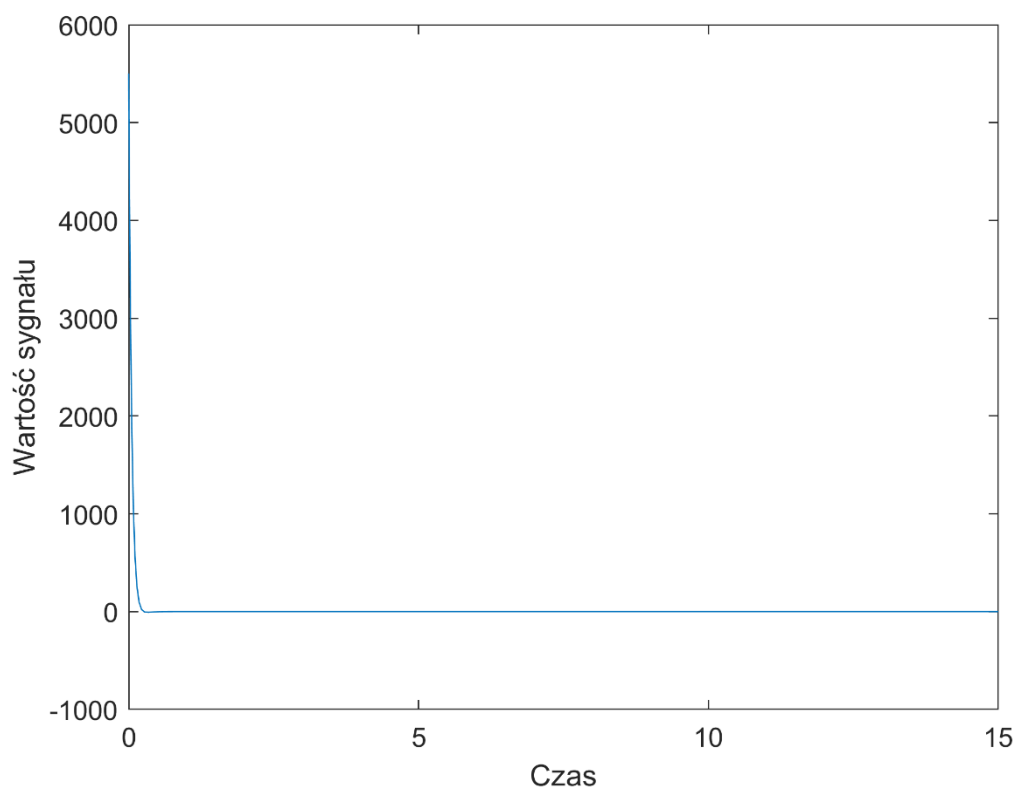


Rys. 13 Przebieg wartości sterowania dla bieguna średniego

Biegun „szybki”  $s_b = -15$ :



Rys. 14 Przebieg zmiennych stanu dla bieguna szybkiego



Rys. 15 Przebieg wartości sterowania dla bieguna szybkiego

Na podstawie powyższych wykresów jesteśmy w stanie stwierdzić, że najwolniejszy czas regulacji ma biegun wolny, najszybszy zaś biegun szybki. Niestety wiąże się z tym to, że dla bieguna szybkiego nasze zmienne stanu podlegają dużym zmianom. Idąc na kompromis najlepszym wyborem jest biegun średni, ponieważ zapewnia on akceptowalne zmiany wartości zmiennych stanu od wartości początkowych.

Biegunem, który będę wykorzystywał w kolejnych punktach jest biegun  $s_b = -5$

## Zad 5

Do wyznaczenia równania obserwatora korzystam z równań:

$$\begin{aligned} \det(sI - A + LC) &= 0 \\ (s - s_0)^3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_1 &= -\frac{347 s_0^3}{180} - \frac{781 s_0^2}{15} - \frac{14149 s_0}{30} - \frac{130493}{90} \\ L_2 &= \frac{77 s_0^3}{360} + \frac{347 s_0^2}{60} + \frac{781 s_0}{15} + \frac{14149}{90} \\ L_3 &= -\frac{17 s_0^3}{720} - \frac{77 s_0^2}{120} - \frac{347 s_0}{60} - \frac{781}{45} \end{aligned}$$

Ogólny wzór na obliczenie równań obserwatora:

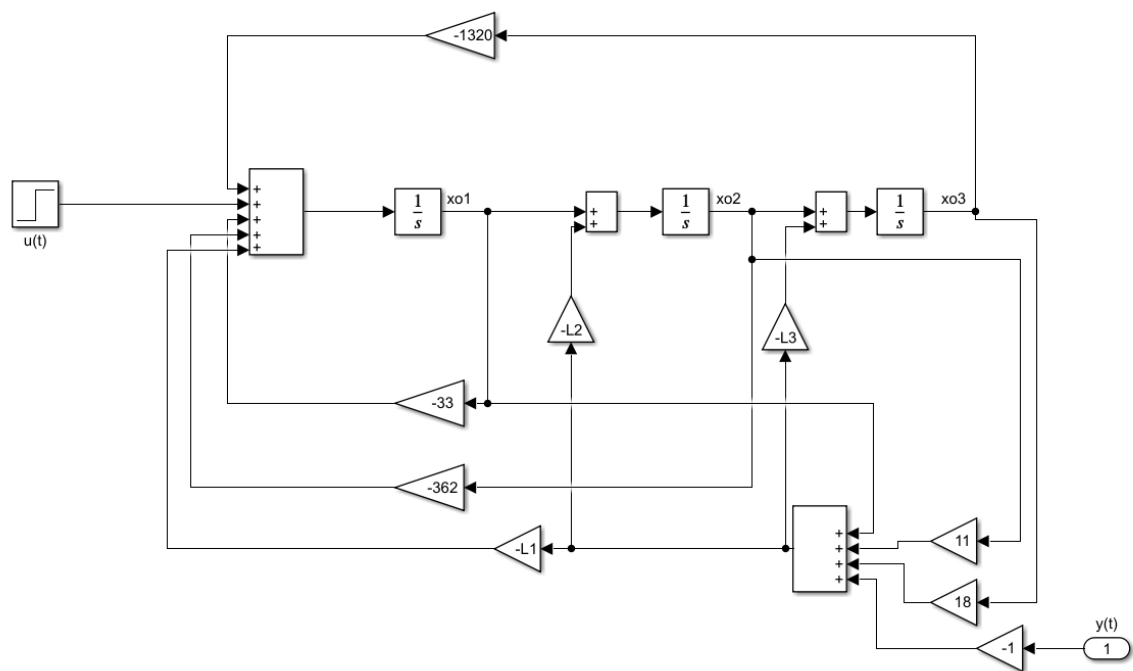
$$\frac{d\hat{x}}{dt} = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - C\hat{x}(t))$$

Równania obserwatora pełnego rzędu:

$$\frac{d\hat{x}_1}{dt} = u - 33\hat{x}_1 - 362\hat{x}_2 - 1320\hat{x}_3 - L_1(\hat{x}_1 + 11\hat{x}_2 + 18\hat{x}_3 - y)$$

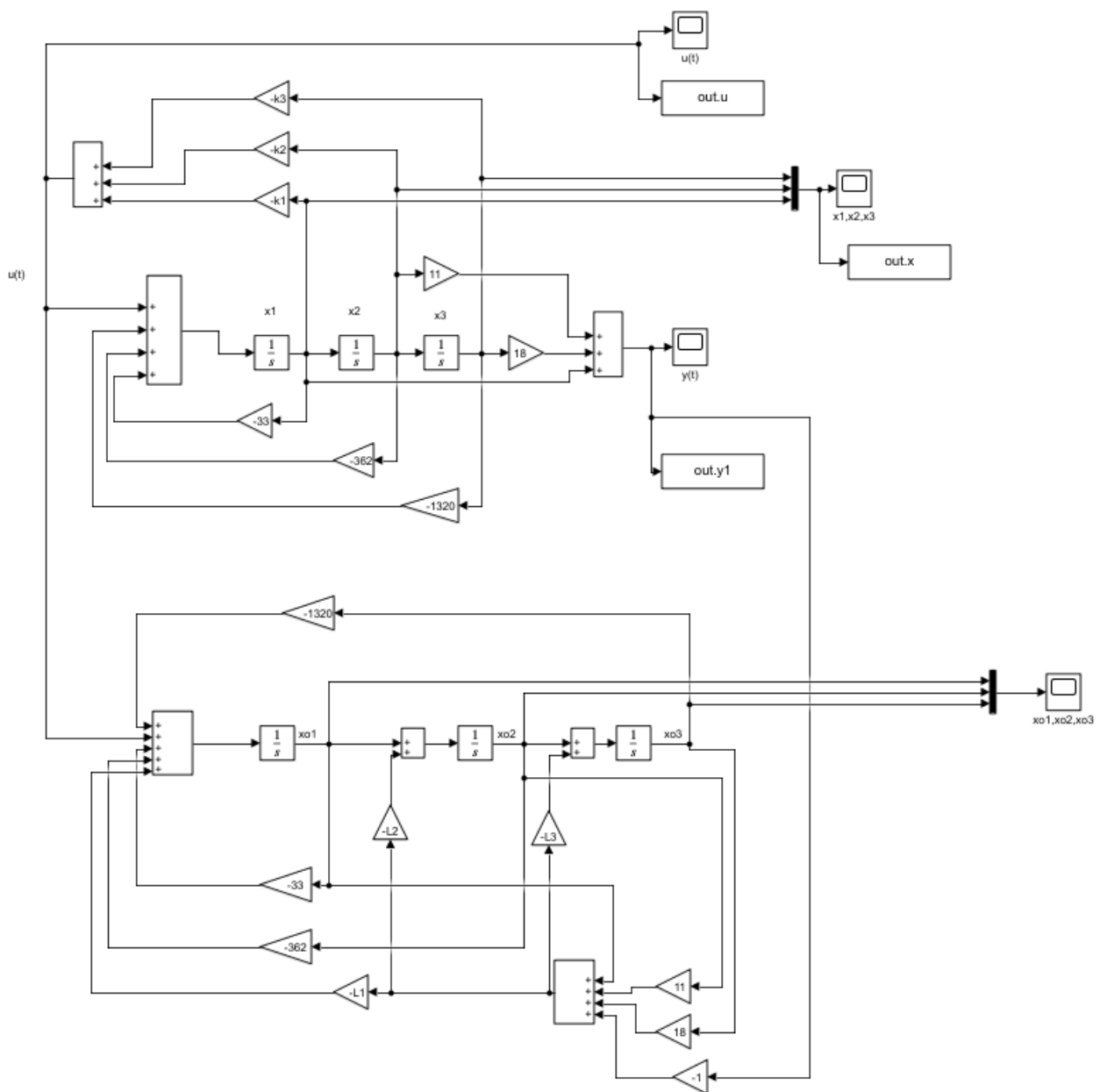
$$\frac{d\hat{x}_2}{dt} = \hat{x}_1 - L_2(\hat{x}_1 + 11\hat{x}_2 + 18\hat{x}_3 - y)$$

$$\frac{d\hat{x}_3}{dt} = \hat{x}_2 - L_3(\hat{x}_1 + 11\hat{x}_2 + 18\hat{x}_3 - y)$$



Rys. 16 Przedstawienie graficzne struktury obserwatora

## Zad 6

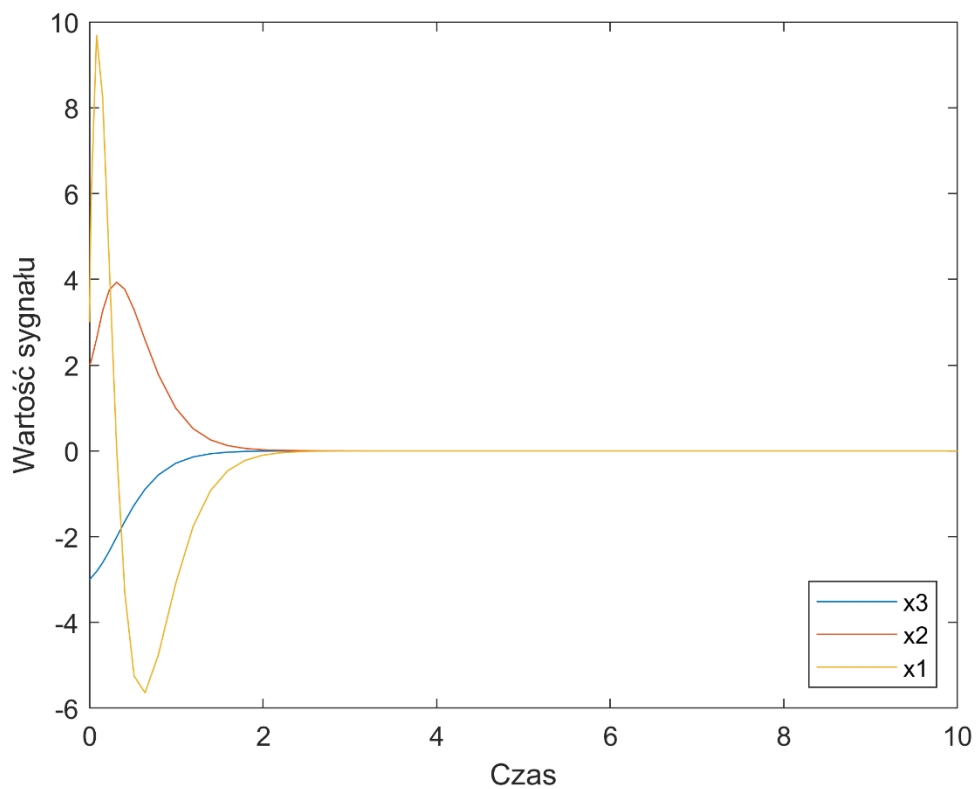


Rys. 17 Przedstawienie graficzne systemu

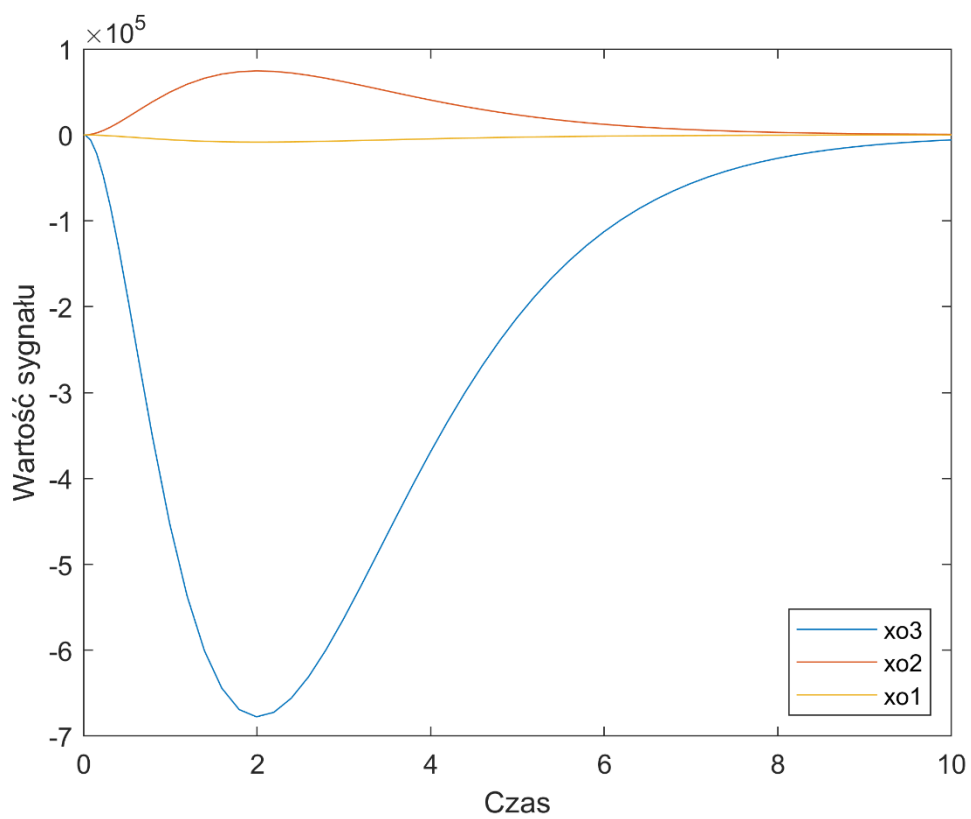
Warunki początkowe obserwatora  $\hat{x} = [0 \ 0 \ 0]$ .

Warunki początkowe regulatora  $x = [3 \ 2 \ -3]$

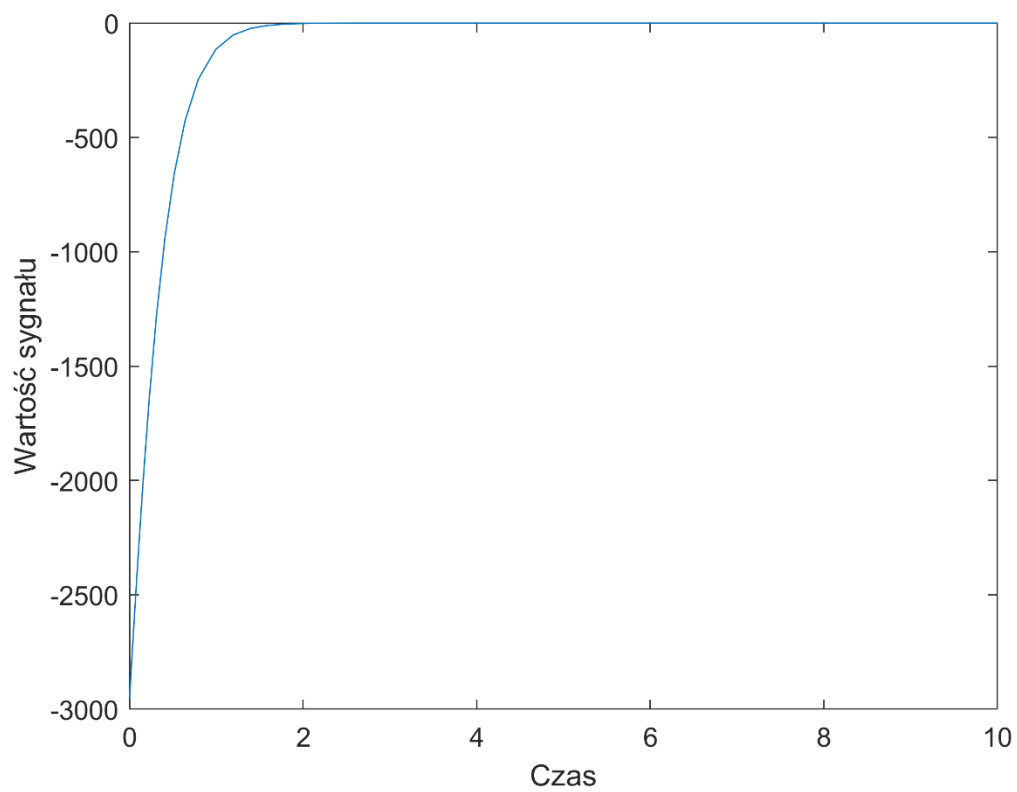
Biegun „wolny”  $s_0 = -1$ :



Rys. 18 Przebieg zmiennych stanu dla bieguna wolnego

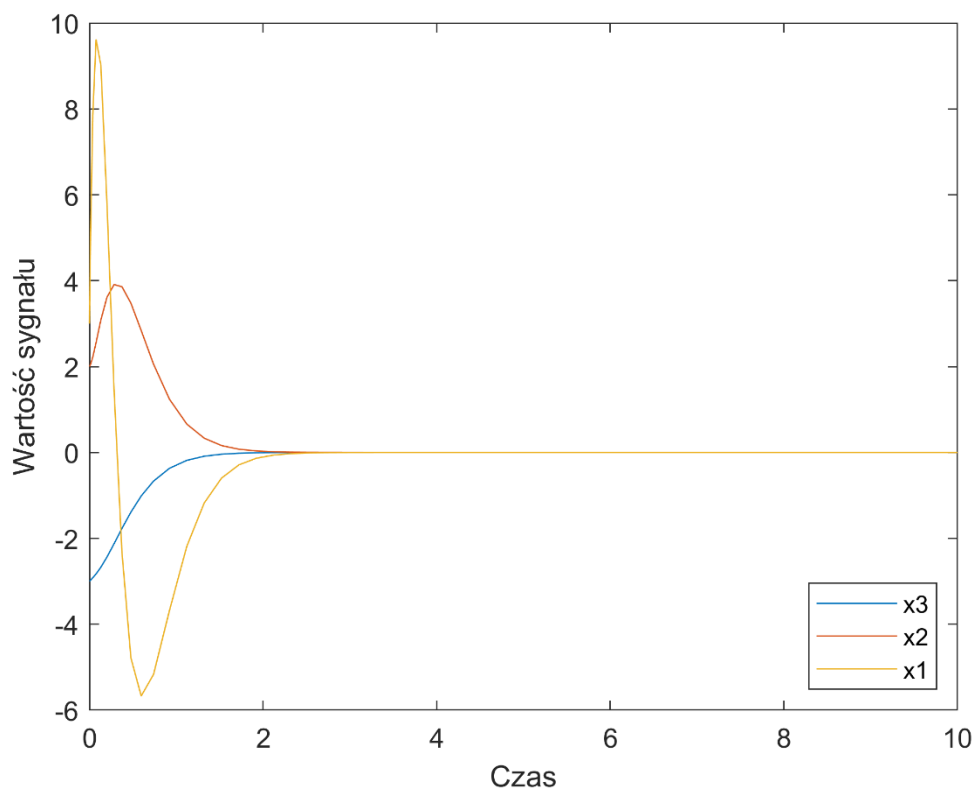


Rys. 19 Estymowane zmienne stanu dla bieguna wolnego



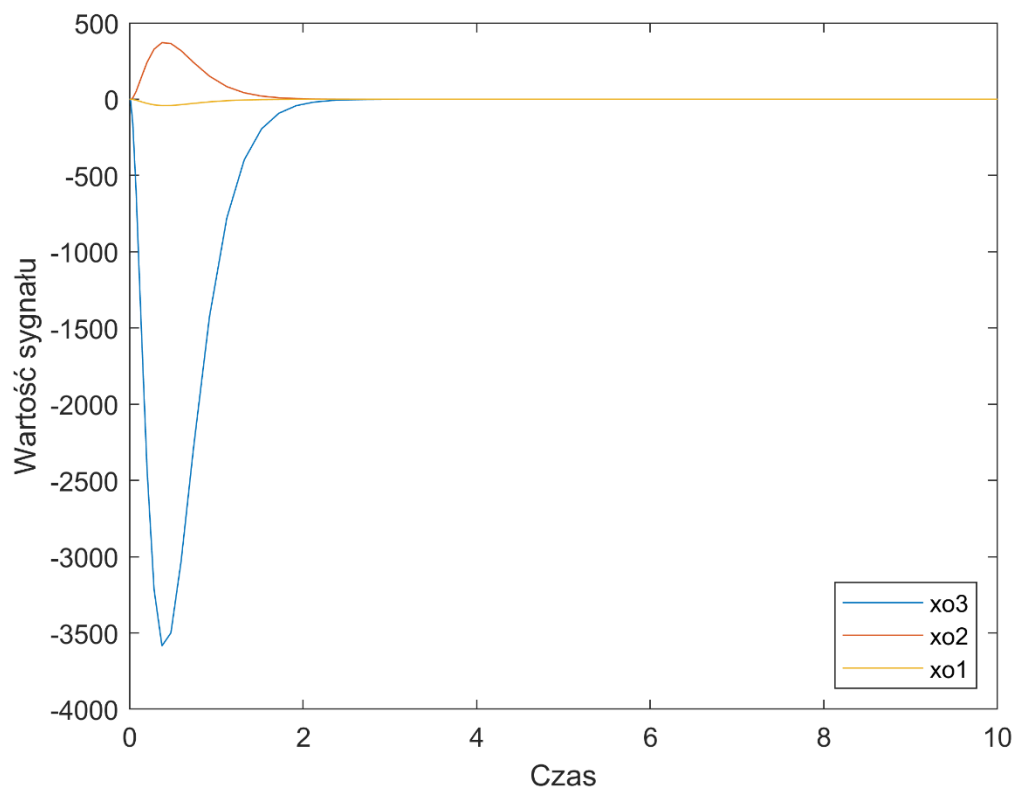
Rys. 20 Przebieg wartości sterowania dla bieguna wolnego

Biegun „średni”  $s_0 = -5$ :

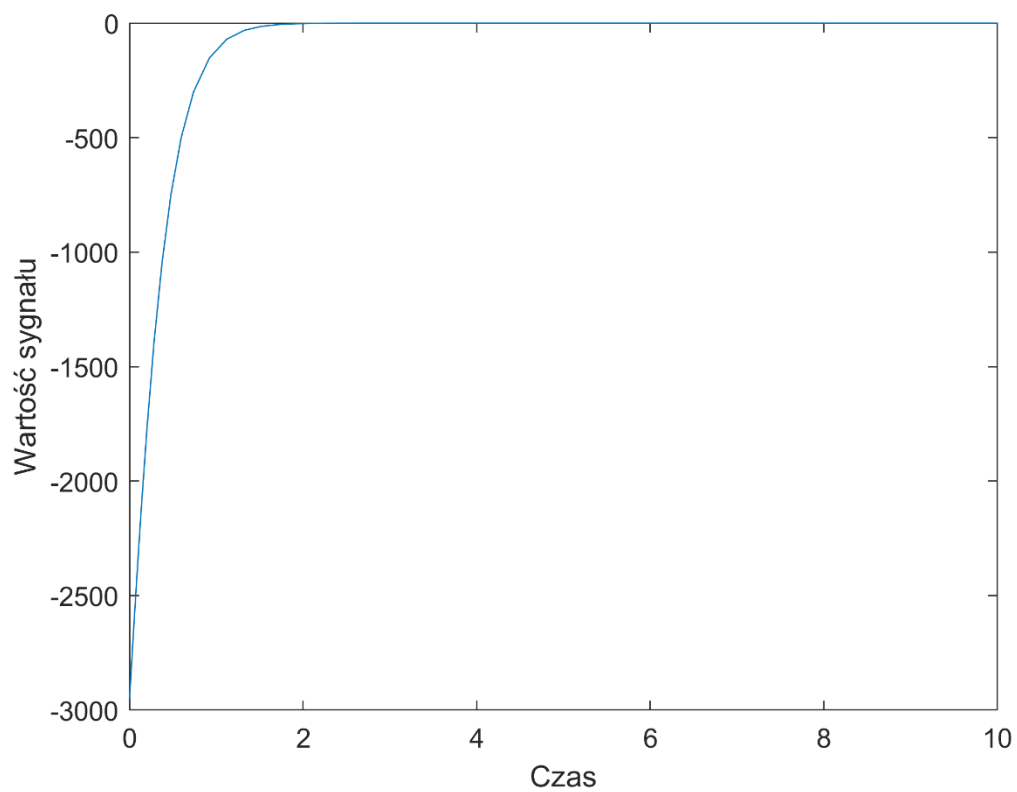


Rys. 21 Przebieg zmiennych stanu dla bieguna średniego



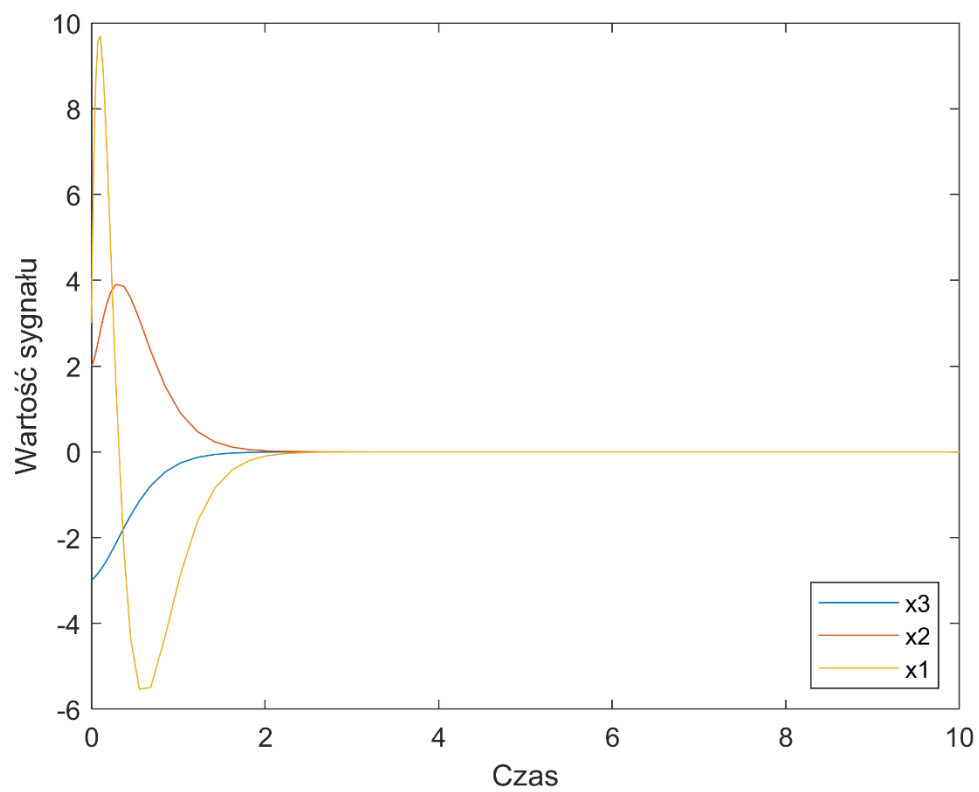


Rys. 22 Estymowane zmienne stanu dla bieguna średniego

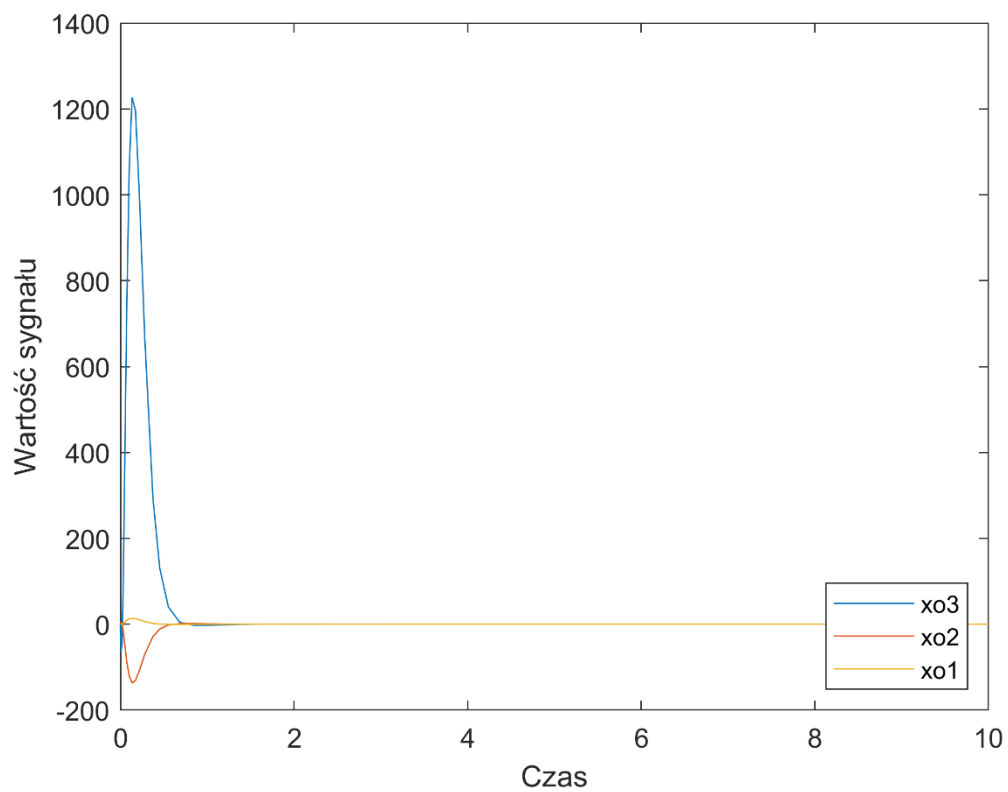


Rys. 23 Przebieg wartości sterowania dla bieguna średniego

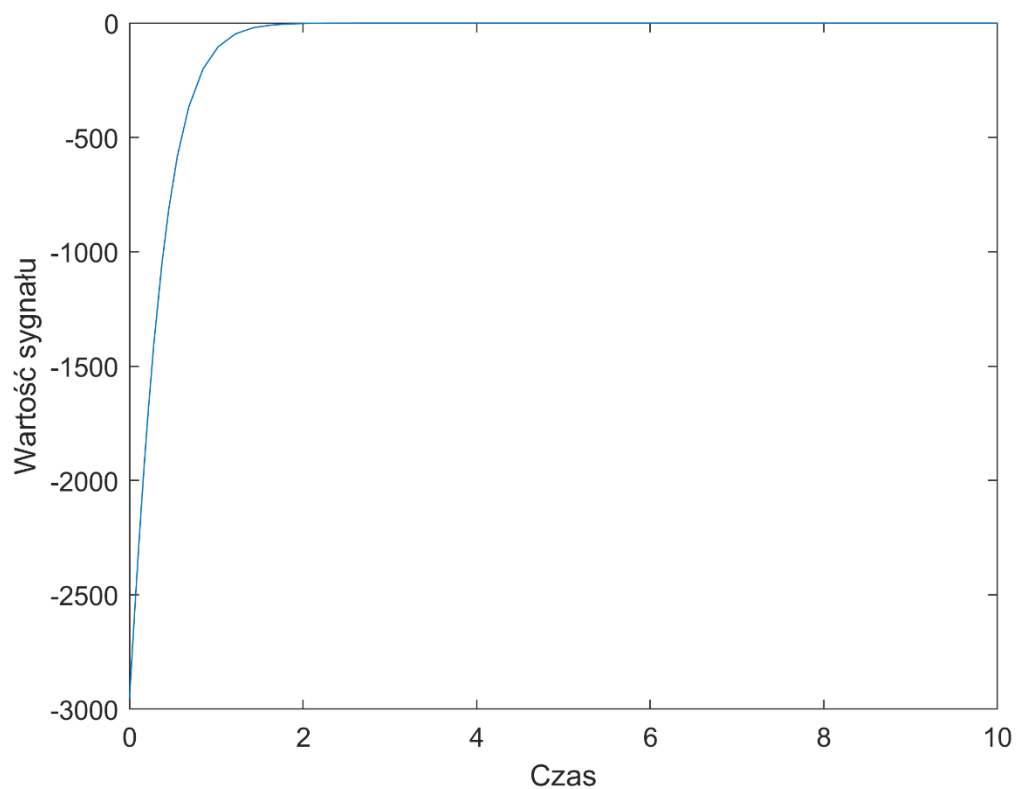
Biegun „szybki”  $s_0 = -15$ :



Rys. 24 Przebieg zmiennych stanu dla bieguna szybkiego



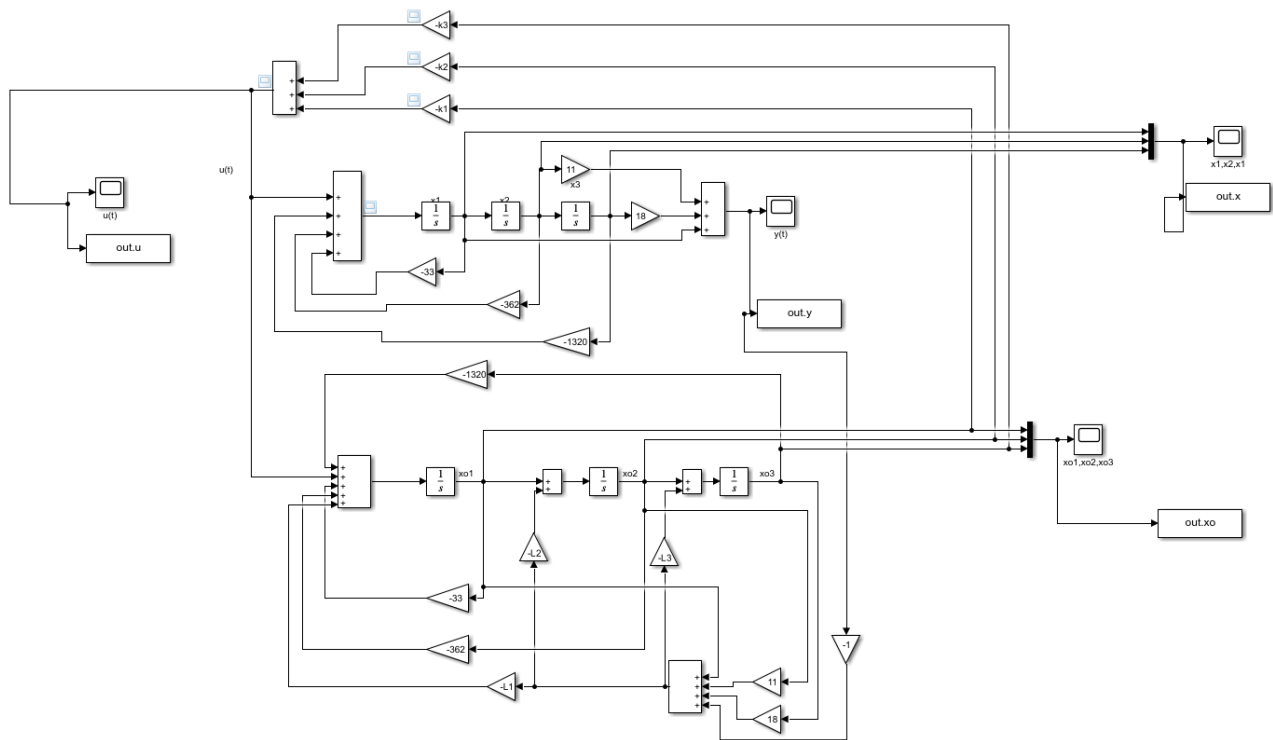
Rys. 25 Estymowane zmienne stanu dla bieguna szybkiego



Rys. 26 Przebieg wartości sterowania dla bieguna szybkiego

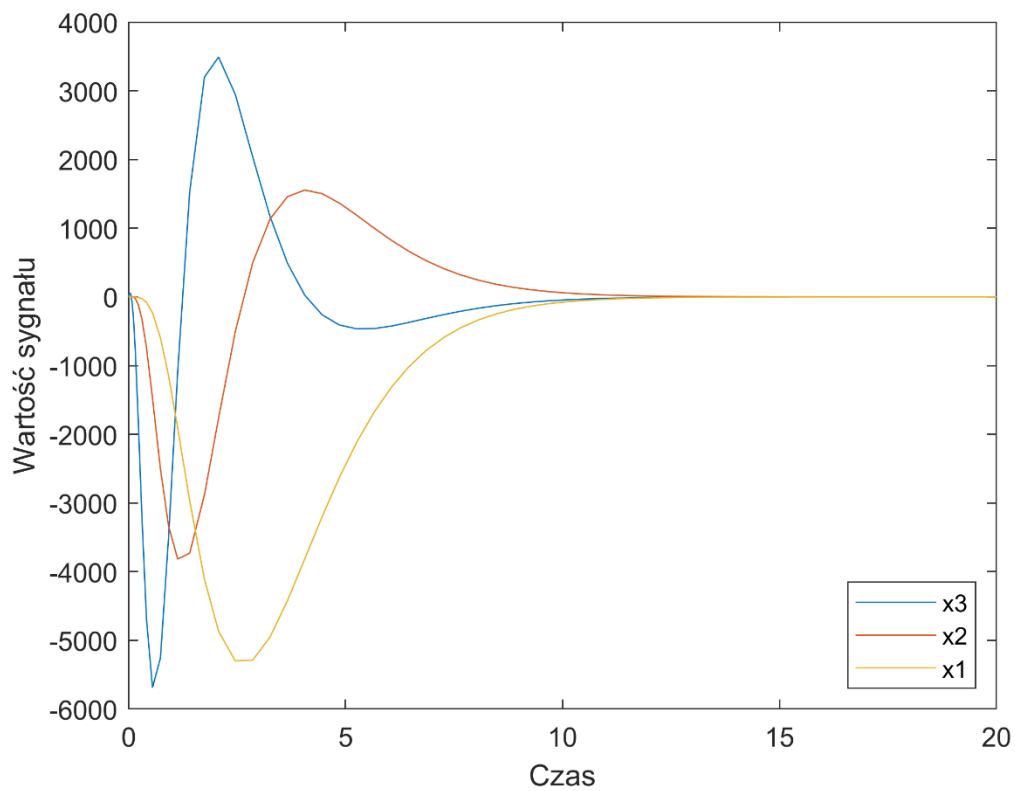
Biegun szybki dobrze estymował zmienne stanu po pewnym czasie, który wynikał z różnicy wartości początkowych. Biegun wolny oraz średni zbyt wolno estymowały zmienne stanu. Po przebiegach wartości sterowania można zauważyć, że wartość bieguna nie wpływa na sterowanie układu.

## Zad 7

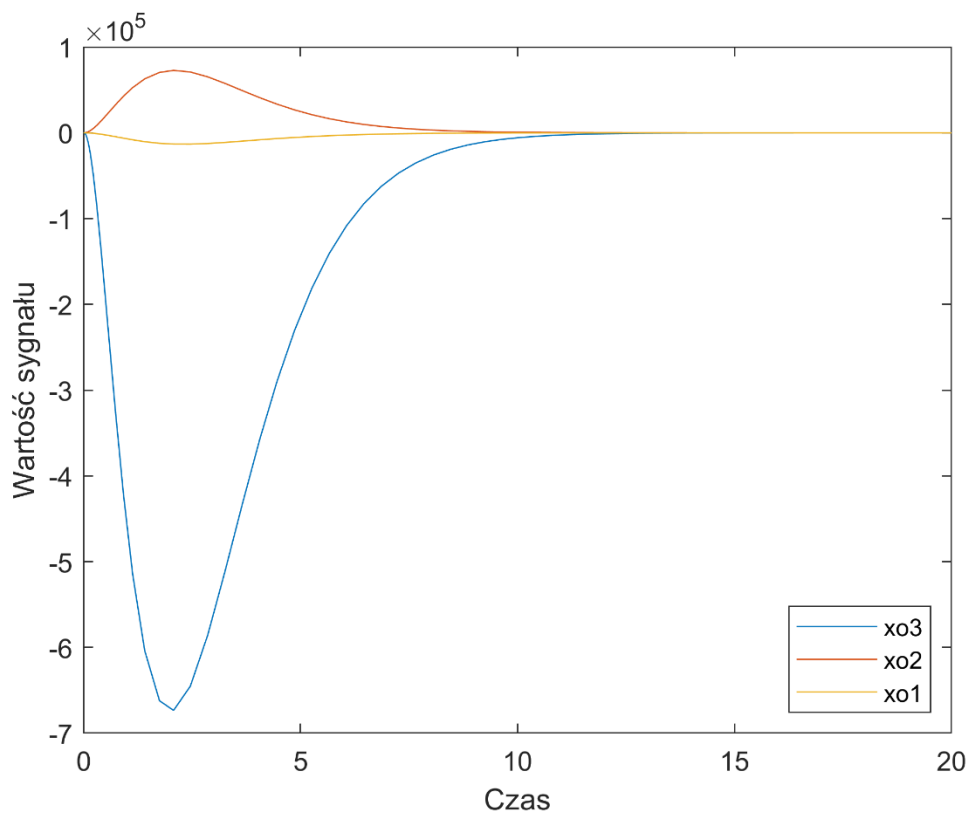


Rys. 27 Przedstawienie graficzne systemu bez pomiaru zmiennych stanu

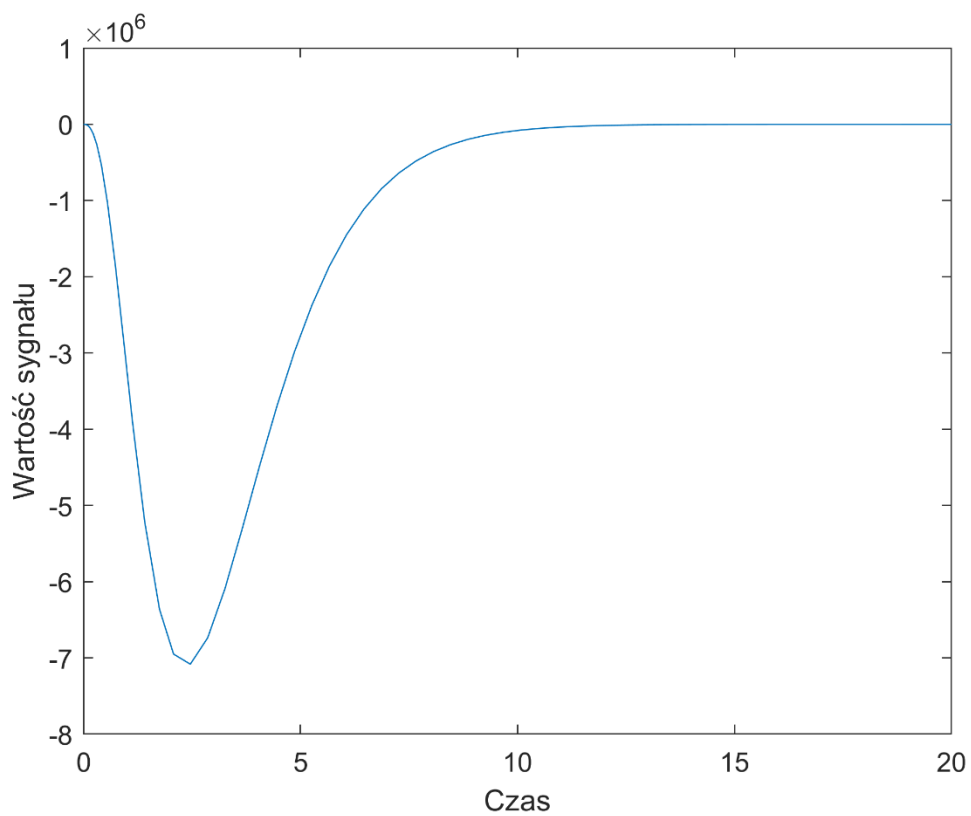
Biegun wolny  $s_0 = -1$ :



Rys. 28 Przebieg rzeczywistych zmiennych stanu dla bieguna wolnego

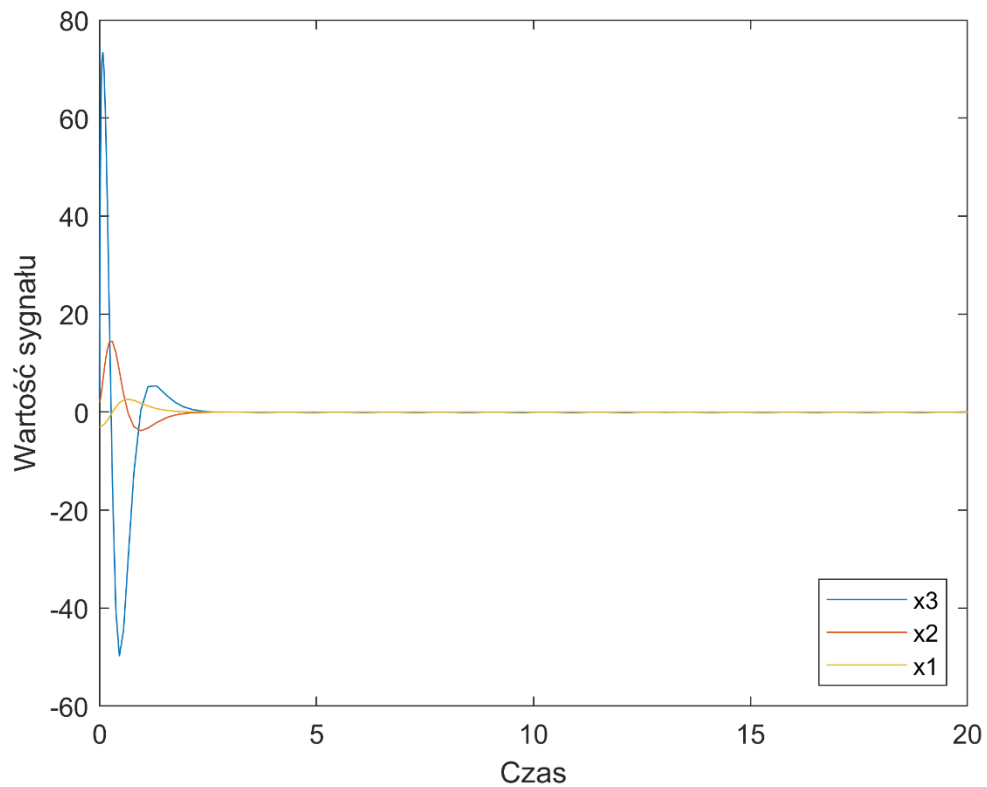


Rys. 29 Przebieg estymowanych zmiennych stanu dla bieguna wolnego

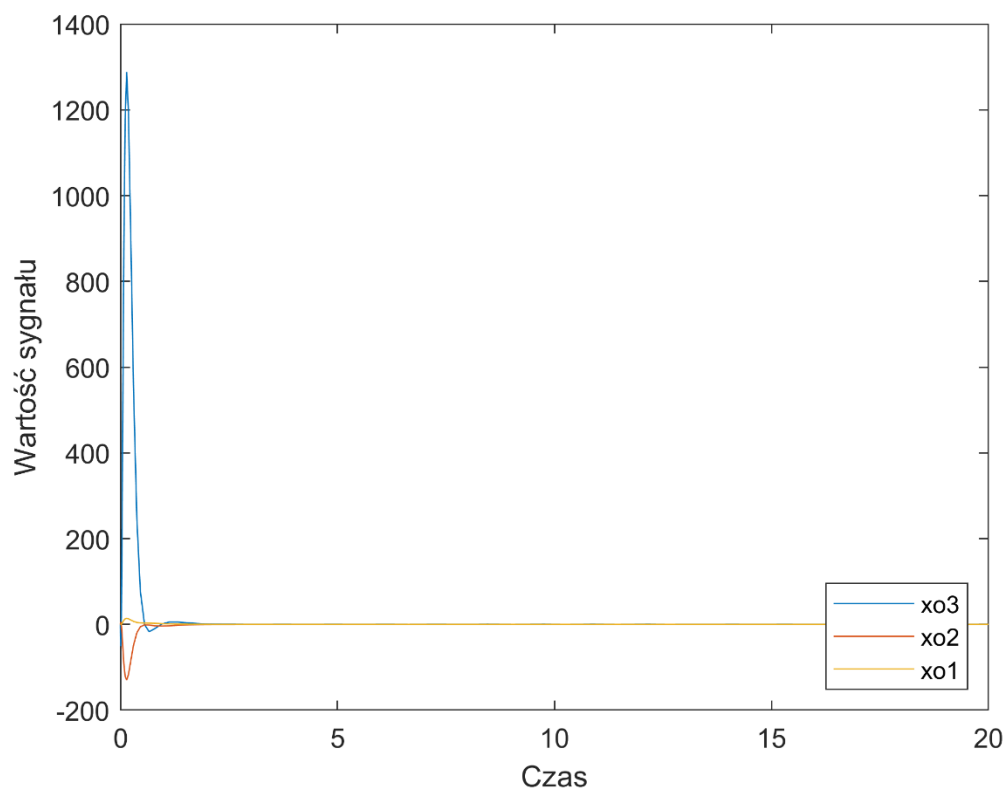


Rys. 30 Przebieg sterowania dla bieguna wolnego

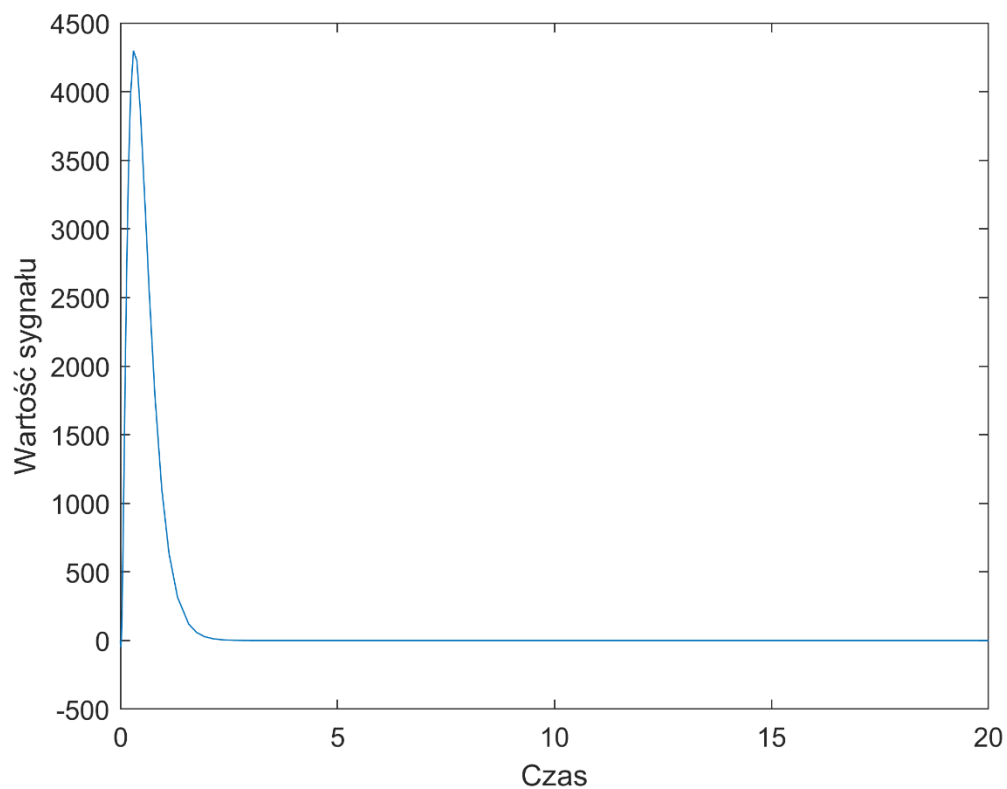
Biegun szybki  $s_o = -15$ :



Rys. 31 Przebieg rzeczywistych zmiennych stanu dla bieguna szybkiego



Rys. 32 Przebieg estymowanych zmiennych stanu dla bieguna szybkiego



Rys. 33 Przebieg sterowania dla bieguna wolnego

Obydwa układy sprowadzają zmienne do zera. Układ z biegunem szybkim osiąga mniejszy czas regulacji i bardziej akceptowalne wartości zmiennych.

#### Zadanie dodatkowe:

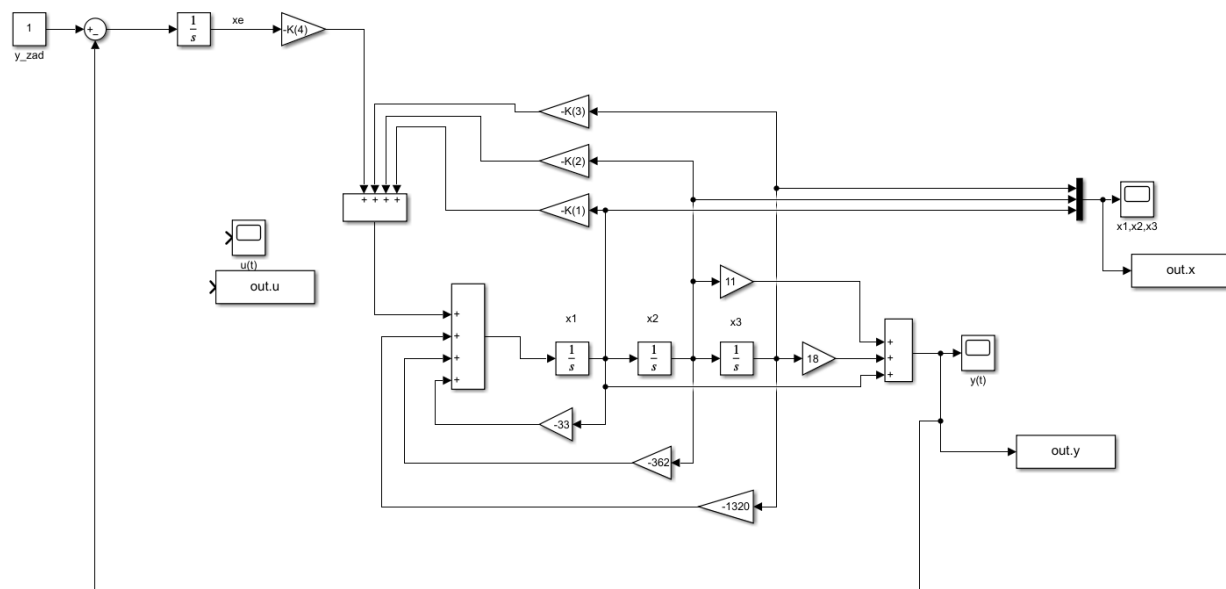
Model wyjściowy regulatora ze sprzężeniem od stanu i całkowaniem:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_r x + B_r u + E_r y^{\text{zad}} \\ y &= Cx + Du \end{aligned}$$

$$A_r = \begin{bmatrix} -33 & -362 & -1320 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -11 & -18 & 0 \end{bmatrix} \quad B_r = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad E_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 11 \quad 18]$$

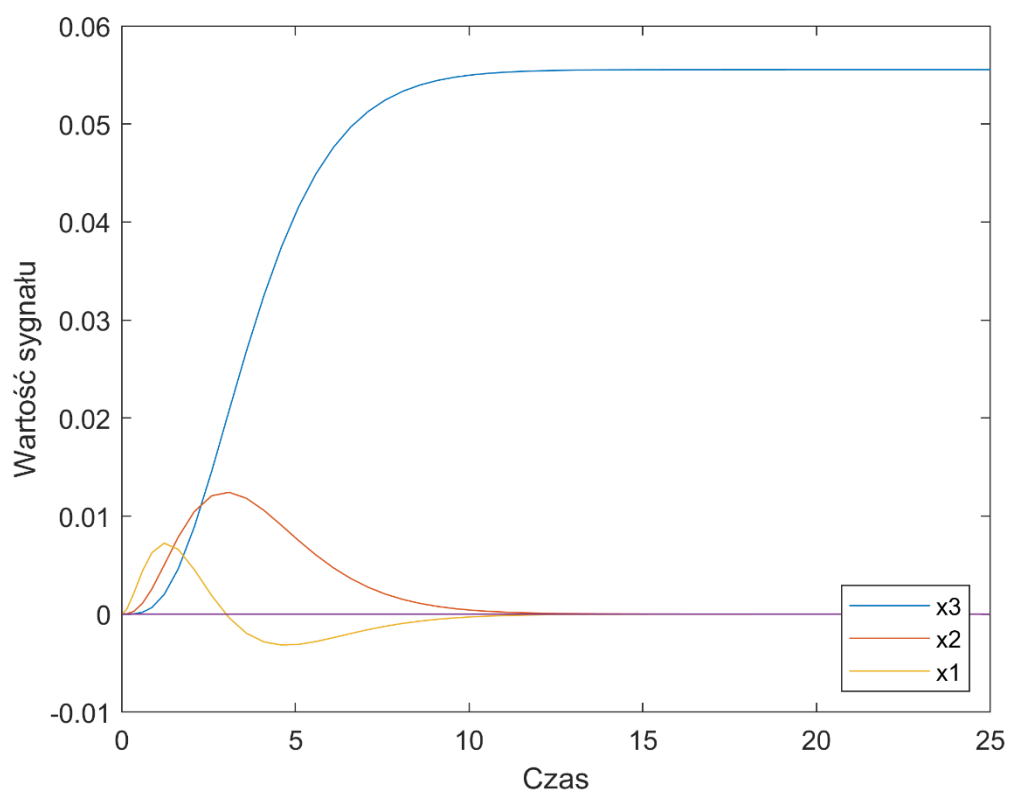
Prawo regulacji:

$$u(t) = -[K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_e] \cdot [x_1 x_2 x_3 x_e]^T$$



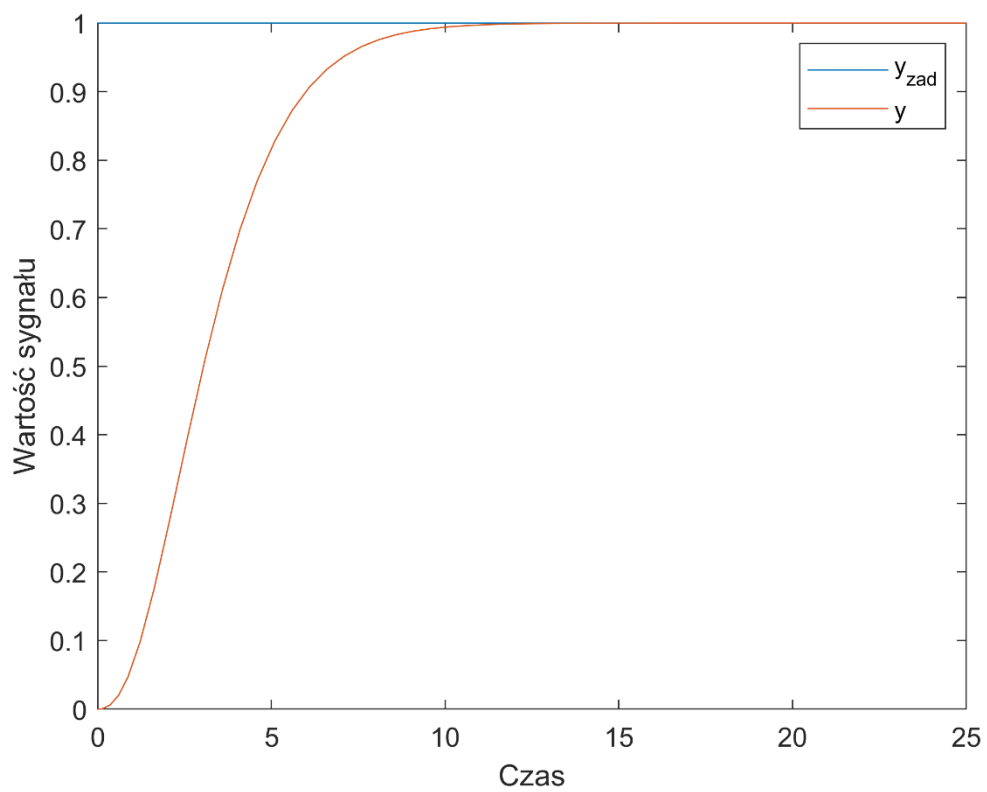
Rys. 34 Przedstawienie graficzne regulatora ze sprzężeniem i całkowaniem

Biegun wolny  $s_0 = -1$ :

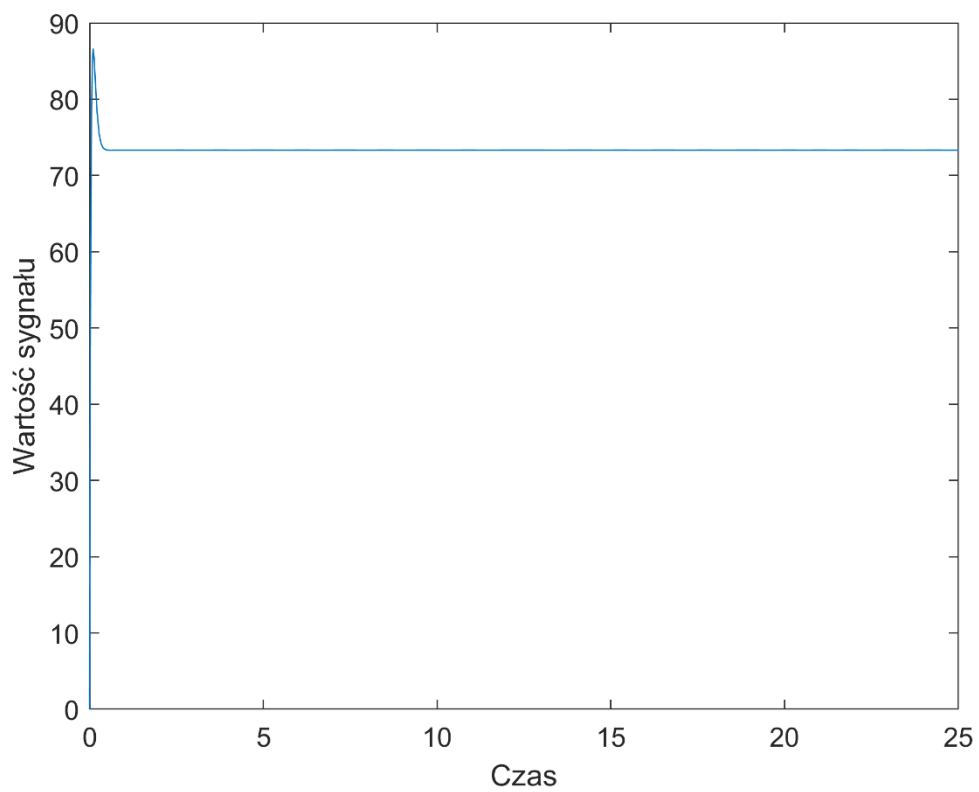


Rys. 35 Przebieg zmiennych stanu dla bieguna wolnego



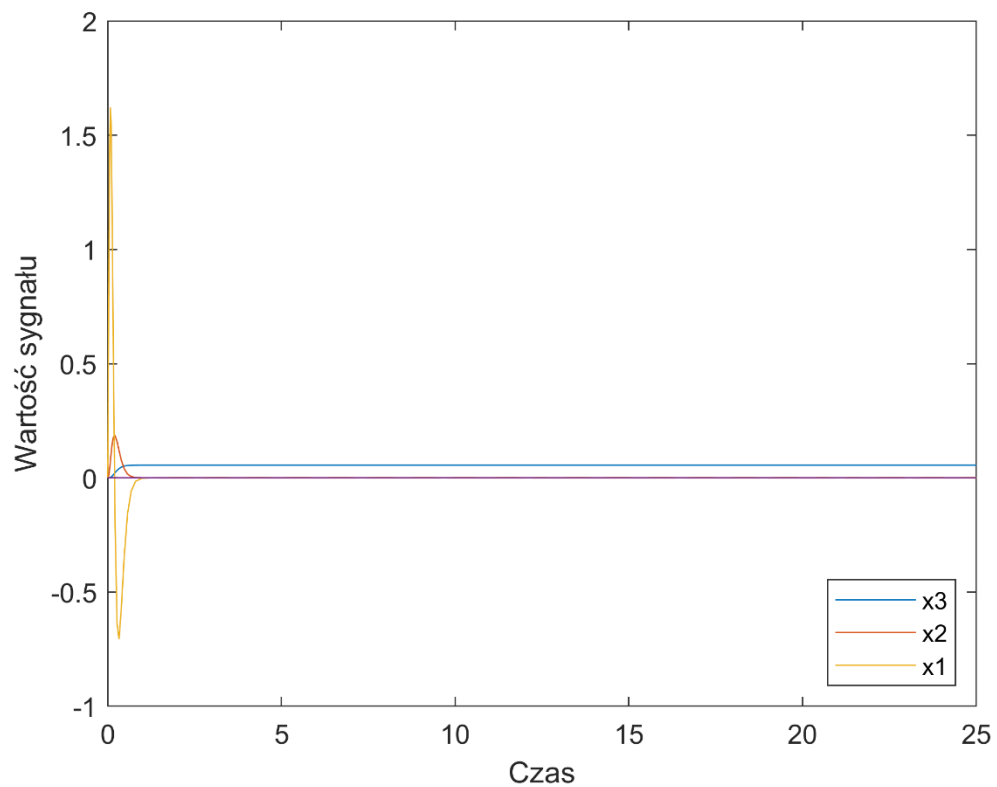


Rys. 36 Przebieg wartości wyjścia dla bieguna wolnego

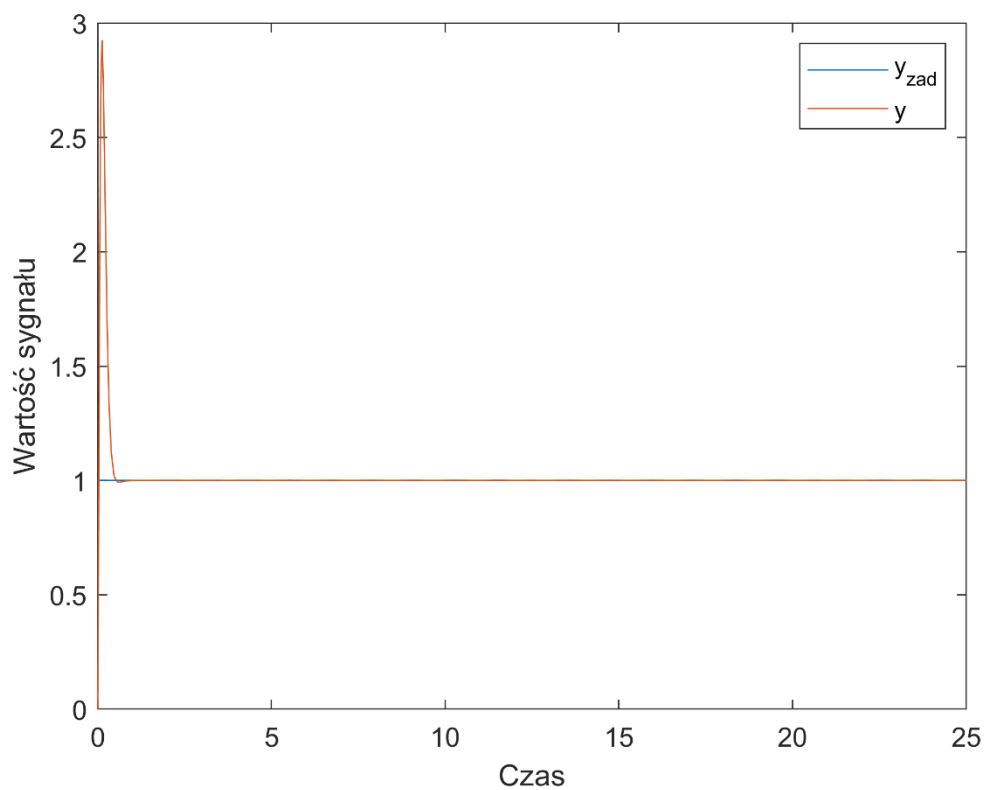


Rys. 37 Przebieg wartości sterowania dla bieguna wolnego

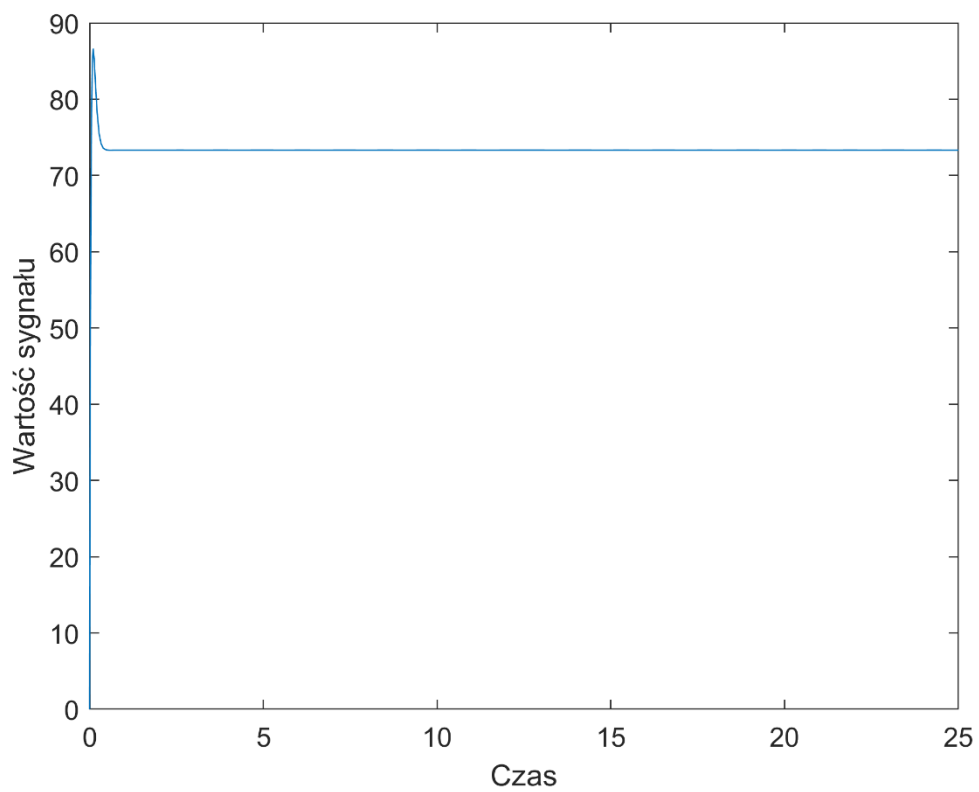
Biegunki szybki  $s_0 = -15$ :



Rys. 38 Przebieg zmiennych stanu dla biegunki szybkiego



Rys. 39 Przebieg wartości wyjścia dla biegunki szybkiego



*Rys. 40 Przebieg wartości sterowania dla bieguna szybkiego*

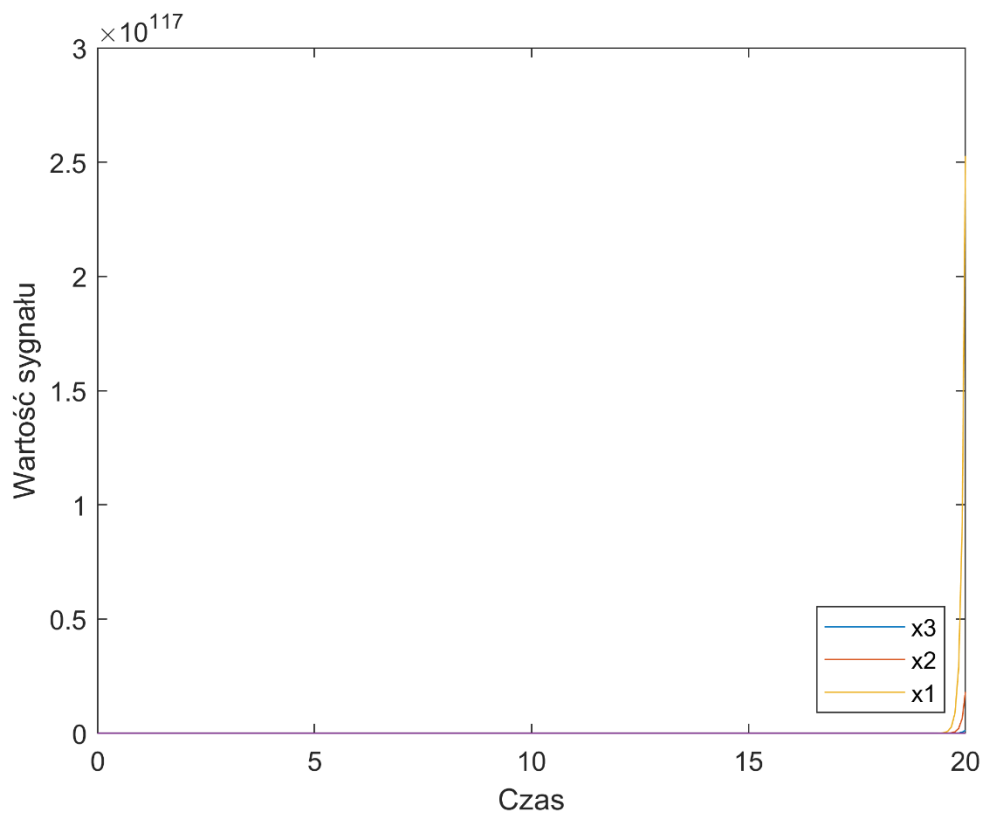
Regulator działa tak jak powinien i dobrze sprowadza do wartości zadanej. Biegun wolny sprowadza wartość wyjścia do wartości zadanej powoli, jednak nie powoduje dużych zmian wartości sterowania.

Zwiększenie wartości elementów macierzy B:

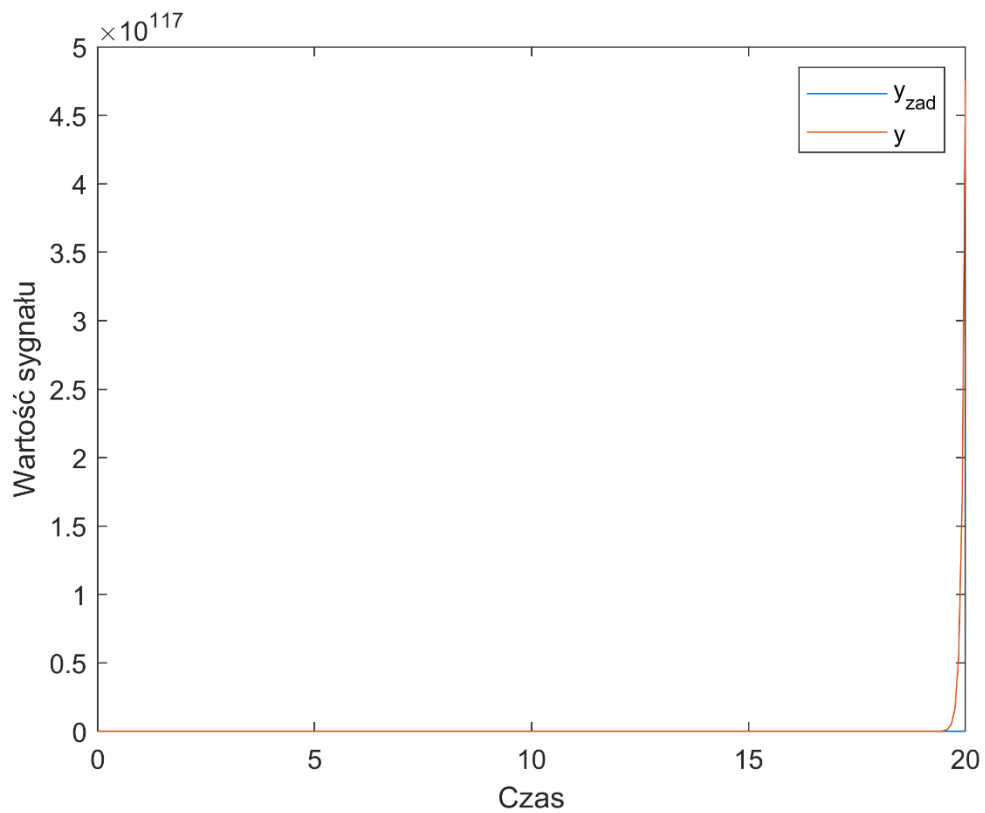
Zwiększenie o 30%:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1.3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

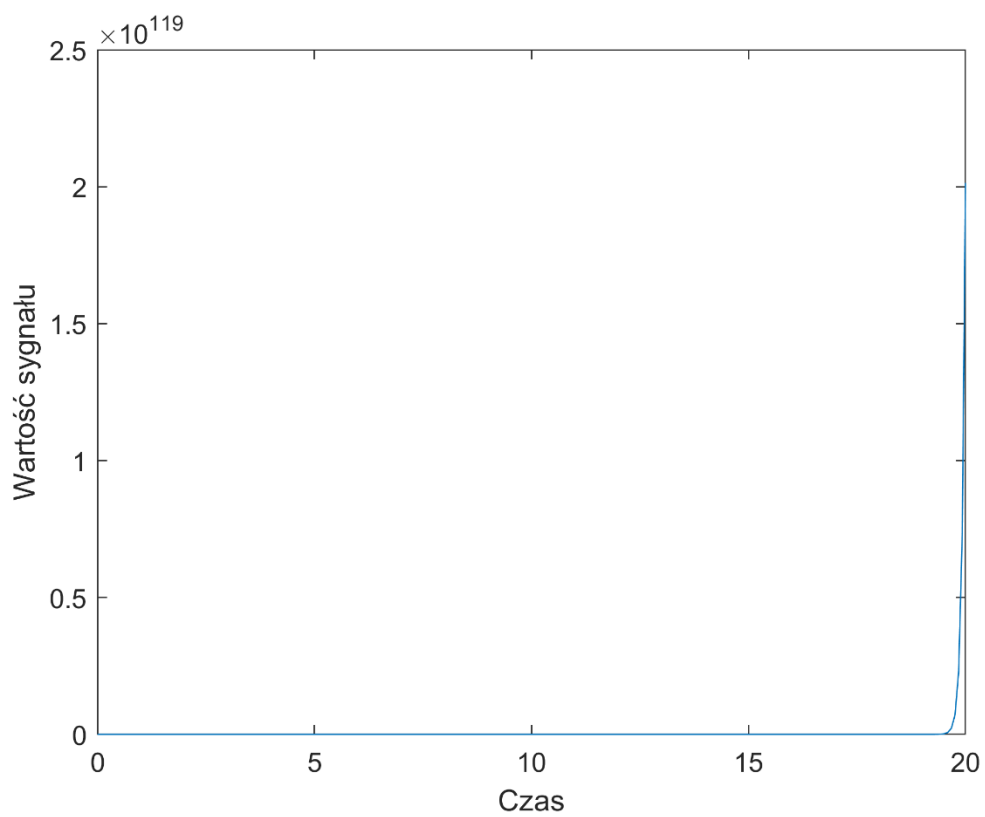
Biegun wolny  $s_0 = -1$ :



Rys. 41 Przebieg zmiennych stanu dla bieguna wolnego

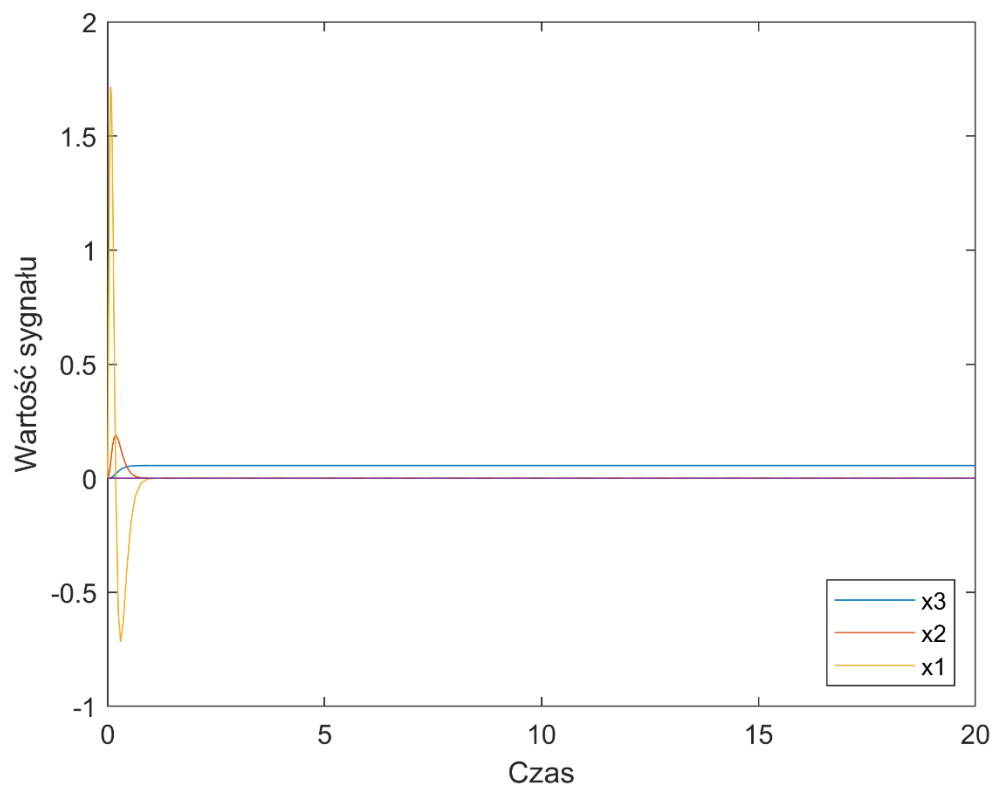


Rys. 42 Przebieg wartości wyjścia dla bieguna wolnego

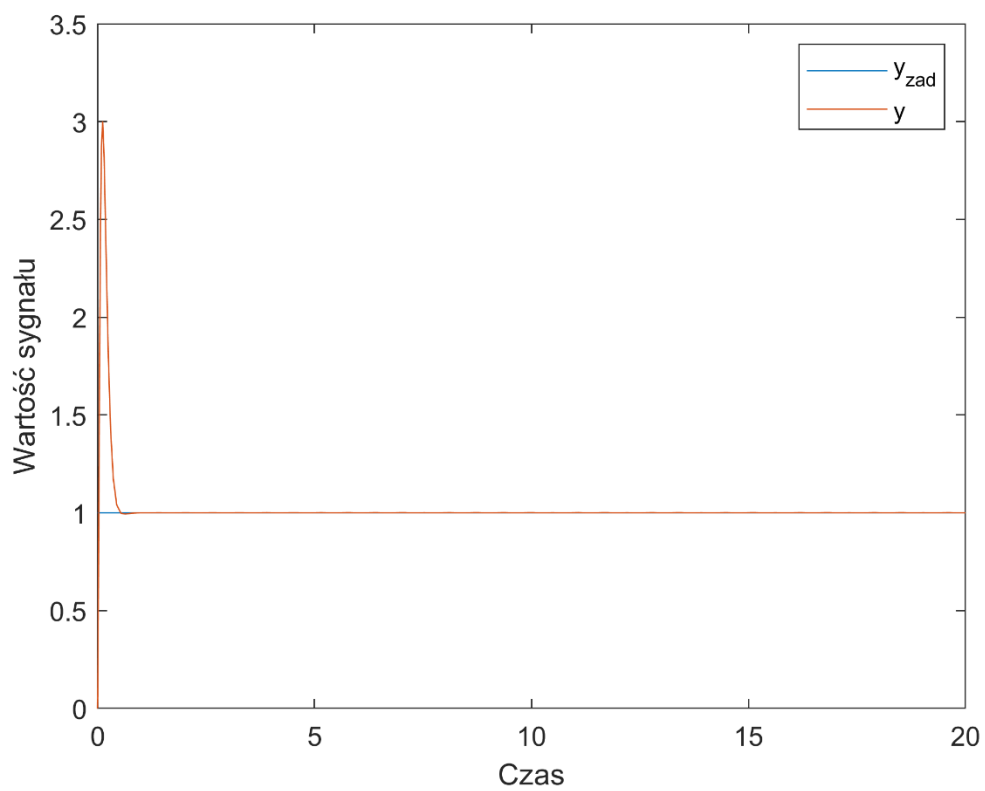


Rys. 43 Przebieg sterowania dla bieguna wolnego

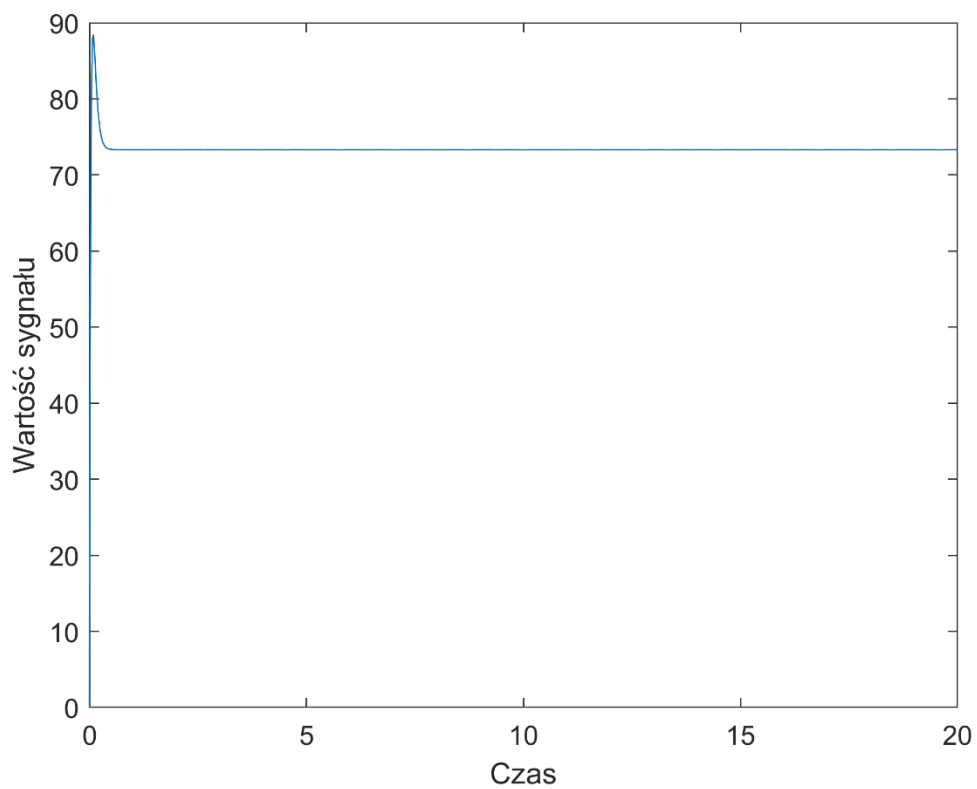
Biegunki szybki  $s_0 = -15$ :



Rys. 44 Przebieg zmiennych stanu dla biegunki szybkiego



Rys. 45 Przebieg wartości wyjścia dla biegunki szybkiego



Rys. 46 Przebieg sterowania dla bieguna szybkiego

Jak widać po zwiększeniu elementów macierzy B regulator z wolnym biegunem nie jest w stanie doprowadzić wyjścia do wartości zadanej. Regulator z biegunem szybkim za to jest w stanie wytrzymać zmianę parametrów obiektu i poprawnie doprowadza wyjście do wartości zadanej.