definitionhidealllines=true,leftline=true,linewidth=3pt,linecolor=primaryColor,frametitlerule=true,frametitlebackgroundcolor=primaryColor,backgroundcolor=gray!10, frametitleaboveskip=2mm, frametitlebelowskip=2mm, innertopmargin=3mm,

definitionsection

theoremhidealllines=true,leftline=true,linewidth=3pt,linecolor=secondaryColor,frametitlerule=true,frametitlebackgroundcolor=secondaryColor,backgroundcolor=gray!10, frametitleaboveskip=2mm, frametitlebelowskip=2mm, innertopmargin=3mm,

theoremsection

blueBoxhidealllines=true,leftline=true,backgroundcolor=cyan!10,linecolor=secondaryColor,linewidth=
nertopmargin=.66em,innerbottommargin=.66em,

notehidealllines=true,leftline=true,backgroundcolor=yellow!10,linecolor=ternaryColor,linewidth=3pt,
nertopmargin=.66em,innerbottommargin=.66em,

statementhidealllines=true,leftline=true,backgroundcolor=primaryColor!10,linecolor=primaryColor,linewidth=3pt,innertopmargin=.66em,innerbottommargin=.66em,singleextra= let 1=(P), 2=(O) in $((2,0)+0.5*(0,1))$ node[rectangle, fill=primaryColor!10, draw=primaryColor, line width=2pt, overlay,] primaryColor**!**; ,

learnMoreTitle==Kitekintő calc,arrows,backgrounds excursus arrow/.style=line width=2pt, draw=secondaryColor, rounded corners=1ex, , excursus head/.style= font=**, anchor=base west, text=secondaryColor, inner sep=1.5ex, inner ysep=1ex,** ,

learnMoresingleextra=let 1=(P), 2=(O) in (2,1) coordinate (Q); let 1=(Q), 2=(O) in (1,2) coordinate (BL); let 1=(Q), 2=(P) in (2,1) coordinate (TR); [excursus head] (A) at $((Q) + (2.5em, 0))$; [excursus arrow, line width=2pt] $((BL) + (1pt, 0))$ |- $((Q) + (2em, 0))$; [excursus arrow, line width=2pt, fill=gray!10, -to] $((Q)+(1em, 0))$ -| (A.north west) -| (A.base east) – (TR) ; [excursus head] (A) at $((Q) + (2.5em, 0))$; , backgroundcolor=gray!10, middlelinewidth=0, hidealllines=true,topline=true, innertopmargin=2.5ex, innerbottommargin=1.5ex, innerrightmargin=2ex, innerleftmargin=2ex, skipabove=0.5nobreak=true,

examplehidealllines=true, leftline=true, backgroundcolor=magenta!10, linecolor=magenta!60!black, linewidth=3pt, innertopmargin=.66em, innerbottommargin=.66em,

Sorozatok BMETE94BG01 5

Matematika G1

Numerikus sorozatok II

Utoljára frissítve: 2024. szeptember 11.

0.1 Feladatok

1. A konvergencia definíciója alapján bizonyítsa be, hogy az alábbi számsorozatok konvergensek, úgy hogy minden ε esetén adjon meg egy N köszöbszámort, amelytől kezdve minden $n > N$ esetén $|a_n - a| < \varepsilon$, ahol a az adott sorozat határértéke!

   a) $a_n = \dfrac{2n+5}{n-1}, \quad \varepsilon = 10^{-6}$

   b) $b_n = \dfrac{2n+3\sqrt{n}}{3n+1}, \quad \varepsilon = 10^{-3}$

2. Határozza meg az alábbi sorozatok torlódási pontjainak halmazát!

   a) $a_n = \dfrac{\left(\sqrt{n^2+1}+n\right)^2}{\sqrt[3]{n^6+1}} \cdot \cos\left(\dfrac{n\pi}{3}\right)$

   b) $b_n = \dfrac{(-1)^n \cdot n + 2n}{3n} \cdot \sin\left(\dfrac{2n\pi}{3}\right)$

3. Vizsgálja meg monotonitás és korlátosság szempontjából az alábbi sorozatokat!

   a) $a_n = \dfrac{2n^2+1}{n^2-n+1}$

   b) $b_n = \dfrac{n^5}{n!}$

4. Adja meg azon sorozat határértékét, melynek első eleme $a_1 = 1$, n-edik eleme pedig $a_n = a_{n-1} + 12^{n-1}$.

5. Vizsgálja meg azt a sorozatot konvergencia, monotonitás és korlátosság szempontjából, amelynek első eleme $a_1 = 1$, n-edik eleme pedig $a_n = \sqrt{1 + a_{n-1}}$.

6. Határozza meg az alábbi komplex elemű sorozatok határértékeit!

   a) $a_n = \dfrac{n^2 - (n^2 - 1)}{n^2 -}$

   b) $b_n = \dfrac{n}{3^n + ^n}$

   c) $c_n = (1-)^n$

7. Bizonyítsa be, hogy ha $n \geq 3$, akkor $n^{n+1} \geq (n+1)^n$!

8. Vizsgálja az $a_n = $ 1.5n2n3 sorozatot monotonitás és korlátosság szempontjából!