

## 9

# Differenciálás II

Matematika G1 – Kalkulus

Utoljára frissítve: 2024. október 20.

## 9.1. Elméleti Áttekintő

### Szöveges feladatok

Ezen a gyakorlaton olyan szöveges feladatokkal fogunk foglalkozni, amelyekben valamilyen szélsőértéket kell meghatároznunk.

Tudjuk, hogy egy  $f$  függvénynek az értelmezési tartományának egy  $x_0$  pontjában akkor van szélsőértéke, ha  $f'(x_0) = 0$  és  $f'(x)$  előjelet vált az  $x_0$  pontban, vagy  $f''(x_0) \neq 0$ .

Ezen feladatok esetén fontos, hogy a feladat elolvasása után a szöveg alapján felírjuk az alapösszefüggéseket. Ezután meg kell határoznunk azt a függvényt, amelynek a szélsőértékét keressük. Miután meghatároztuk a függvény szélsőértékeit, ellenőriznünk kell, hogy valóban szélsőértéke-e.

### Teljes függvényvizsgálat

Cél, hogy a lehető legtöbb információt megtudjuk az adott függvényről!

1. Értelmezési tartomány (Hol nincs értelmezve?)
2. Zérushelyek ( $x$  tengelymetszet)
3. Paritás, periodicitás ( $f(x) = f(-x)$  – páros,  $f(x) = -f(-x)$  – páratlan,  $f(x) = f(x + kp)$ , ahol  $k \in \mathbb{Z}$  – periodikus)
4. Határérték ( $\pm\infty$ -ben valamint az értelmezési tartomány egyéb szélein, szakadási pontokban.)
5. Monotonitás ( $f'(x) > 0$  – nő,  $f'(x) < 0$  – csökken)
6. Lokális/Globális szélsőértékek ( $f'(x)$  előjelet vált)
7. Konvexitás, konkávitás (inflexió) ( $f''(x) > 0$  – konvex,  $f''(x) < 0$  – konkáv)
8. Táblázat (Fel kell benne tüntetni a szakadási pontokat, szélsőértékeket, inflexiós pontokat)
9. Aszimptóták keresése ( $a = mx + b$  alakban)

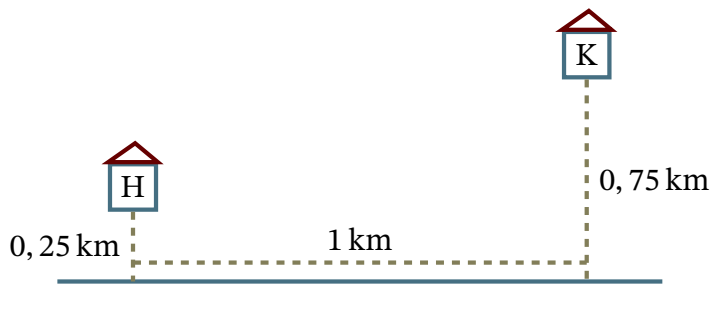
$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} \quad \text{és} \quad b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - mx$$

10. Ábrázolás

11. Értékkészlet leolvasása az ábráról

## 9.2. Feladatok

1. Határozza meg az 1 literes felül nyitott legkisebb felszínű hengert!
2. Határozza meg a legnagyobb térfogatú  $h$  alkotójú kúpot!
3. Határozza meg az  $r$  sugarú körbe írt legnagyobb területű derékszögű négyszöget!
4. Egy  $a$  szélességű csatornából derékszögben kinyúlik egy  $b$  szélességű csatorna. Határozza meg mekkora azon gerenda hossza, amely befordítható egyik csatornából a másikba!
5. A gazda épp a kocsmában mulat, mikor neje felhívja, hogy hol van. (Természetesen titokban ment meccset nézni). A gazda, nehogy lebukjon, azt hazudja, hogy a szomszédnál van és sietve indul haza. Azonban, hogy a kocsmaszagot lemossa magáról, elhatározza, hogy megfürdik a patakban. Milyen úton halad, ha a lehető leggyorsabban akar hazaérni?



6. Végezzük el az  $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 9}$  függvény teljes vizsgálatát!