14 Numerikus sorok

Matematika G1 – Sorok

Utoljára frissítve: 2024. november 11.

1. Bizonyítsa be a konvergencia definíciója alapján, hogy az alábbi sorok konvergensek vagy divergensek!

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{6^n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n-1)}$

c) $\sum_{n=2}^{\infty} \ln\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n^k}$

2. A Cauchy-féle konvergenciakritérium alapján bizonyítsa be, hogy az alábbi sor konvergens!

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + n^2 + 1}$$

3. Vizsgálja meg az alábbi sorok konvergenciáját!

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3 - 16}{n^5 + n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\cos \pi/2)^n}{n^n + 1}$

c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{(2 + 1/n)^n}$

g) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n-1)}$

h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}$

i) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^2 + 1}$

j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{\sqrt[3]{n^4}}$

k) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-1}{n(n+1)}$

l) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-1}{n(n+1)}$

4. Konvergens-e a $\sum a_n$ és $\sum b_n$ összegsora, ha

$$\sum a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n}{3^n} \qquad \sum b_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n - n}{3^n}.$$

5. Konvergens-e a $\sum a_n$ és $\sum b_n$ különbségsora, ha

$$\sum a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \qquad \sum b_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}.$$

6. Konvergens-e a $\sum a_n$ és $\sum b_n$ Cauchy-szorzata, ha

$$\sum a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}} \qquad \sum b_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1}}.$$