

9

Differenciálás II

Matematika G1 – Kalkulus

Utoljára frissítve: 2024. október 20.

9.1. Elméleti Áttekintő

Szöveges feladatok

Ezen a gyakorlaton olyan szöveges feladatokkal fogunk foglalkozni, amelyekben valamilyen szélsőértéket kell meghatároznunk.

Tudjuk, hogy egy f függvénynek az értelmezési tartományának egy x_0 pontjában akkor van szélsőértéke, ha $f'(x_0) = 0$ és $f'(x)$ előjelet vált az x_0 pontban, vagy $f''(x_0) \neq 0$.

Ezen feladatok esetén fontos, hogy a feladat elolvasása után a szöveg alapján felírjuk az alapösszefüggéseket. Ezután meg kell határoznunk azt a függvényt, amelynek a szélsőértékét keressük. Miután meghatároztuk a függvény szélsőértékeit, ellenőriznünk kell, hogy valóban szélsőértéke-e.

Teljes függvényvizsgálat

Cél, hogy a lehető legtöbb információt megtudjuk az adott függvényről!

1. Értelmezési tartomány (Hol nincs értelmezve?)
2. Zérushelyek (x tengelymetszet)
3. Paritás, periodicitás ($f(x) = f(-x)$ – páros, $f(x) = -f(-x)$ – páratlan, $f(x) = f(x + kp)$, ahol $k \in \mathbb{Z}$ – periodikus)
4. Határérték ($\pm\infty$ -ben valamint az értelmezési tartomány egyéb szélein, szakadási pontokban.)
5. Monotonitás ($f'(x) > 0$ – nő, $f'(x) < 0$ – csökken)
6. Lokális/Globális szélsőértékek ($f'(x)$ előjelet vált)
7. Konvexitás, konkávitás (inflexió) ($f''(x) > 0$ – konvex, $f''(x) < 0$ – konkáv)
8. Táblázat (Fel kell benne tüntetni a szakadási pontokat, szélsőértékeket, inflexiós pontokat)
9. Aszimptóták keresése ($a = mx + b$ alakban)

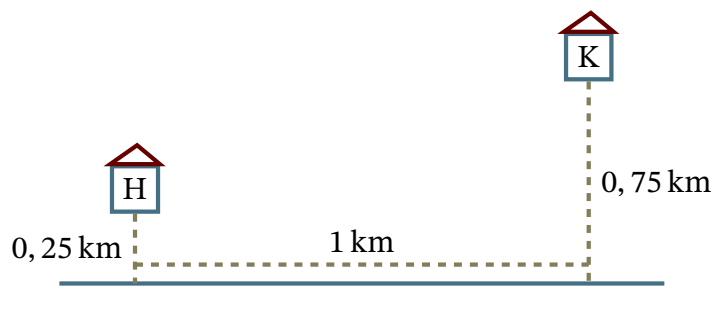
$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} \quad \text{és} \quad b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - mx$$

10. Ábrázolás

11. Értékkészlet leolvasása az ábráról

9.2. Feladatok

1. Határozza meg az 1 literes felül nyitott legkisebb felszínű hengert!
2. Határozza meg a legnagyobb térfogatú h alkotójú kúpot!
3. Határozza meg az r sugarú körbe írt legnagyobb területű derékszögű négyszöget!
4. Egy a szélességű csatornából derékszögben kinyúlik egy b szélességű csatorna. Határozza meg mekkora azon gerenda hossza, amely befordítható egyik csatornából a másikba!
5. A gazda épp a kocsmában mulat, mikor neje felhívja, hogy hol van. (Természetesen titokban ment meccset nézni). A gazda, nehogy lebukjon, azt hazudja, hogy a szomszédnál van és sietve indul haza. Azonban, hogy a kocsmaszagot lemossa magáról, elhatározza, hogy megfürdik a patakban. Milyen úton halad, ha a lehető leggyorsabban akar hazaérni?



6. Végezzük el az $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 9}$ függvény teljes vizsgálatát!