

10

Integrálszámítás I

Matematika G1 – Kalkulus

Utoljára frissítve: 2024. október 28.

10.1. Elméleti Áttekintő

Alapintegrálok:					
$\int f(x) \, dx = F(x) + C$		$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$
		$\sin x$	$-\cos x$	$\sinh x$	$\cosh x$
		$\cos x$	$\sin x$	$\cosh x$	$\sinh x$
		$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x$	$\frac{1}{\cosh^2 x}$	$\tanh x$
		$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\cot x$	$\frac{1}{\sinh^2 x}$	$-\coth x$
		$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$\operatorname{arsinh} x$
		$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arccos x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$\operatorname{arcosh} x$
		$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan x$	$\frac{1}{1-x^2}$	$\operatorname{artanh} x$
$f(x)$	$F(x)$				
$k$	$kx$				
$x^\alpha$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$				
$\frac{1}{x}$	$\ln x $				
$e^x$	$e^x$				
$a^x$	$\frac{a^x}{\ln a}$				

Integrálás tulajdonságai:	
Linearitás:	$\int (\lambda f + \mu g) = \lambda \int f + \mu \int g$
Lineáris az integrációs intervallumra:	$\int_a^b f = \int_a^c f + \int_c^b f$

Speciális helyettesítéssel való integrálás módszerei:	
•	$\int f^\alpha \cdot f' = \frac{f^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \text{ ahol } \alpha \neq -1,$
•	$\int \frac{f'}{f} = \ln f  + C,$
•	$\int e^f \cdot f' = e^f + C,$
•	$\int (f \circ g) \cdot g' \, dx = \left( \int f \right) \circ g.$

## 10.2. Feladatok

1. Végezze el az  $f(x) = x \cdot e^{-1/x}$  függvény vizsgálatát!
2. Végezze el a  $g(x) = \sin^2 x - 2 \sin x$  függvény vizsgálatát!
3. Végezze el az alábbi határozatlan integrálok számítását!

a)  $\int x^2(x^2 - 1) + 2\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} dx$

b)  $\int \frac{x^2 - 4x + 7}{x - 2} dx$

c)  $\int \tan^2 x dx$

d)  $\int \frac{\ln 2}{\sqrt{2 + 2x^2}} + \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx$

4. Határozza meg az alábbi integrálok értékét a helyettesítéssel módszer segítségével!

a)  $\int (x^3 + 2x) \cdot \cos(x^4 + 4x^2) dx$

b)  $\int \frac{\sqrt[3]{\tan x}}{\cos^2 x} dx$

c)  $\int \frac{x}{x^4 + 1} dx$

d)  $\int \sin^3(2x + 1) \cdot \cos(2x + 1) dx$

e)  $\int \frac{x}{4 + x^2} dx$

f)  $\int \frac{1}{\sin x \cdot \cos x} dx$

g)  $\int \frac{1}{\tan x} dx$

h)  $\int \frac{1}{x \cdot \ln x} dx$

i)  $\int \frac{2x + 1}{x^2 + 2} dx$