

# Obliczenia naukowe

## Lista 4

Szymon Janiak

December 2, 2023

### Zadanie 1

#### Opis problemu

Napisać funkcję obliczającą ilorazy różnicowe dla podanych węzłów oraz wartości danej funkcji w tych węzłach.

#### Dane wejściowe

- $\mathbf{x}$  — wektor długości  $n + 1$  zawierający węzły  $x_0, \dots, x_n$
- $\mathbf{f}$  — wektor długości  $n + 1$  zawierający wartości interpolowanej funkcji w węzłach  $f(x_0), \dots, f(x_n)$

#### Dane wyjściowe

- $\mathbf{fx}$  — wektor długości  $n + 1$  zawierający obliczone ilorazy różnicowe

### Rozwiązanie

---

**Algorithm 1** Obliczanie ilorazów różnicowych

---

```
1: function DIFFERENCEQUOTIENTS( $x, f$ )
2:    $fx \leftarrow []$ 
3:    $f\_copy \leftarrow \text{copy}(f)$ 
4:    $len \leftarrow \text{length}(x)$ 
5:   for  $i \leftarrow 1$  to  $len$  do
6:     for  $k \leftarrow (i - 1)$  downto  $1$  do
7:        $a \leftarrow f\_copy[k + 1] - f\_copy[k]$ 
8:        $b \leftarrow (x[i] - x[k])$ 
9:        $f\_copy[k] \leftarrow \frac{a}{b}$ 
10:    end for
11:     $\text{push!}(fx, f\_copy[1])$ 
12:  end for
13:  return  $fx$ 
14: end function
```

---

#### Opis użytego algorytmu

### Zadanie 2

#### Opis problemu

Napisać funkcję obliczającą wartość wielomianu interpolacyjnego stopnia  $n$  w postaci Newtona  $N_n(x)$  w punkcie  $x = t$  za pomocą algorytmu uogólnionego Hornera w czasie  $O(n)$ .

#### Dane wejściowe

- $\mathbf{x}$  — wektor długości  $n + 1$  zawierający węzły  $x_0, \dots, x_n$
- $\mathbf{fx}$  — wektor długości  $n + 1$  zawierający ilorazy różnicowe  $f[x_0], \dots, f[x_0, \dots, x_n]$
- $\mathbf{t}$  — punkt, w którym należy obliczyć wartość wielomianu

## Dane wyjściowe

- **nt** — wartość wielomianu w punkcie **t**

## Rozwiązanie

---

**Algorithm 2** Wartość wielomianu Newtona

---

```
1: function NEWTONVALUE( $x, fx, t$ )
2:    $len \leftarrow \text{length}(x)$ 
3:    $n\_value \leftarrow fx[len]$ 
4:   for  $k \leftarrow (len - 1)$  downto 1 do
5:      $n\_value \leftarrow n\_value \cdot (t - x[k]) + fx[k]$ 
6:   end for
7:   return  $n\_value$ 
8: end function
```

---

## Opis użytego algorytmu

### Zadanie 3

#### Opis problemu

Napisać funkcję obliczającą współczynniki postaci naturalnej wielomianu interpolacyjnego stopnia  $n$  w postaci Newtona  $N_n(x)$ .

## Dane wejściowe

- **x** — wektor długości  $n + 1$  zawierający węzły  $x_0, \dots, x_n$
- **fx** — wektor długości  $n + 1$  zawierający ilorazy różnicowe  $f[x_0], \dots, f[x_0, \dots, x_n]$

## Dane wyjściowe

- **a** — wektor długości  $n + 1$  zawierający obliczone współczynniki postaci naturalnej ( $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ )

## Rozwiązanie

---

**Algorithm 3** Obliczanie współczynników naturalnego kształtu wielomianu

---

```
1: function NATURAL( $x, fx$ )
2:    $len \leftarrow \text{length}(x)$ 
3:    $f\_copy \leftarrow \text{copy}(fx)$ 
4:   for  $i \leftarrow (len - 1)$  downto 1 do
5:      $f\_copy[i] \leftarrow fx[i] - f\_copy[i + 1] \cdot x[i]$ 
6:     for  $j \leftarrow (i + 1)$  to  $(len - 1)$  do
7:        $f\_copy[j] \leftarrow f\_copy[j] - f\_copy[j + 1] \cdot x[i]$ 
8:     end for
9:   end for
10:  return  $f\_copy$ 
11: end function
```

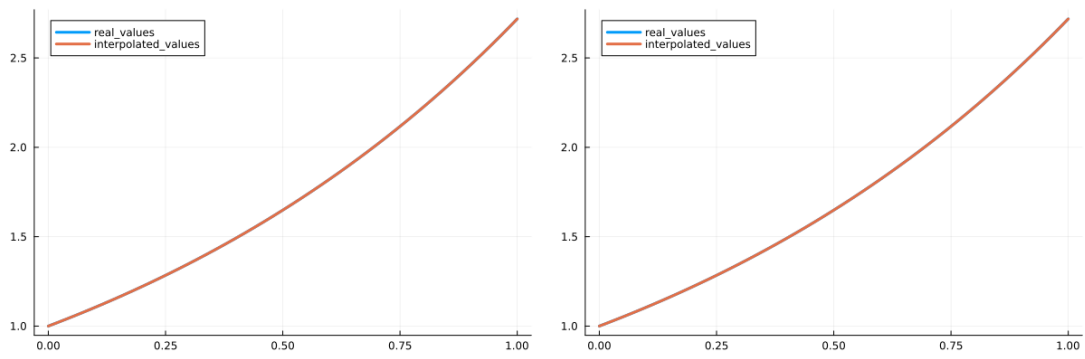
---

## Opis użytego algorytmu

### Zadanie 5

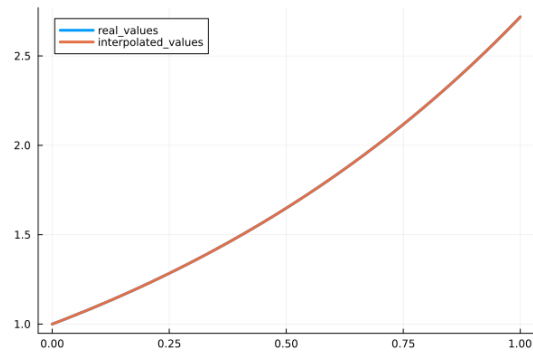
Przetestować metodę **draw\_Nnfx** na kilku zadanych poniżej funkcjach.

## Wyniki



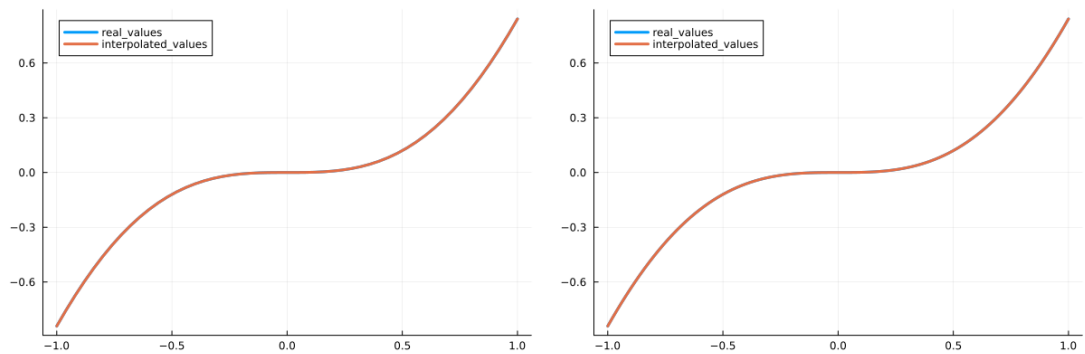
(a)  $n = 5$

(b)  $n = 10$



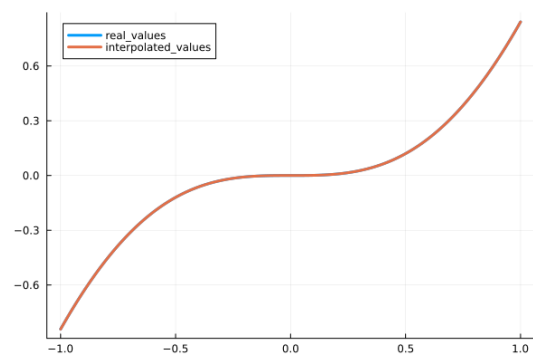
(c)  $n = 15$

$f(x) = e^x$  w przedziale  $[0; 1]$  dla  $n = 5, 10, 15$



(a)  $n = 5$

(b)  $n = 10$



(c)  $n = 15$

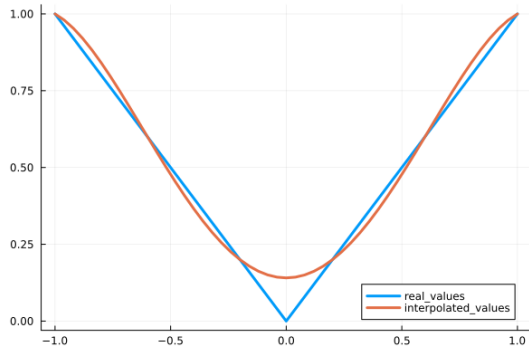
$f(x) = x^2 \cdot \sin x$  w przedziale  $[-1; 1]$  dla  $n = 5, 10, 15$

## Wnioski

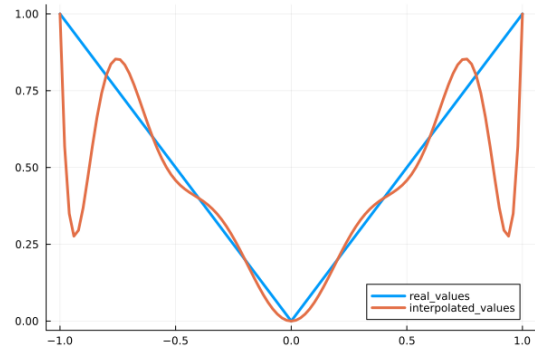
### Zadanie 6

Przetestować metodę `draw_Nnfx` na kilku zadanych poniżej funkcjach.

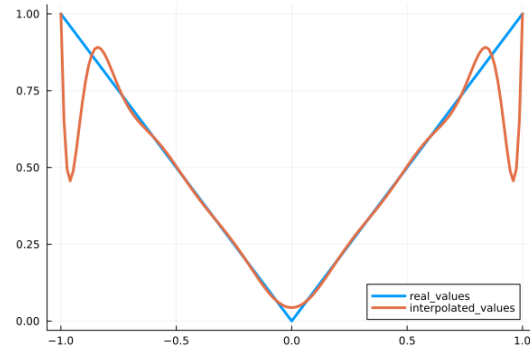
## Wyniki



(a)  $n = 5$

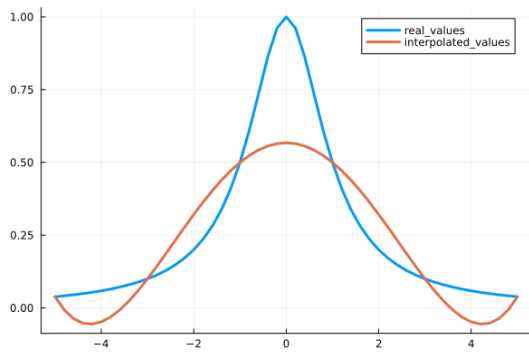


(b)  $n = 10$

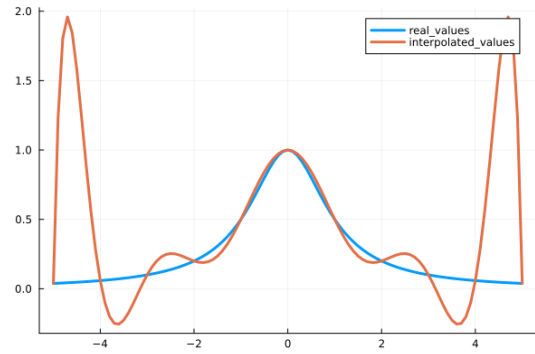


(c)  $n = 15$

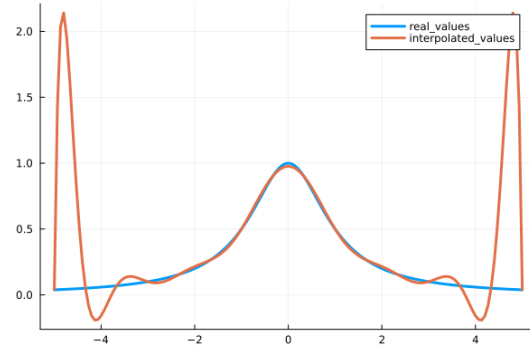
$f(x) = |x|$  w przedziale  $[-1; 1]$  dla  $n = 5, 10, 15$



(a)  $n = 5$



(b)  $n = 10$



(c)  $n = 15$

$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  w przedziale  $[-5; 5]$  dla  $n = 5, 10, 15$

## Wnioski