Obliczenia naukowe

Lista 5

Szymon Janiak

January 5, 2024

Opis problemu

Głównym problemem jest rozwiązanie równania liniowego

$$Ax = b$$

,

gdzie macierz A jest rzadką, tj. mającą dużą elementów zerowych, i blokową o następującej strukturze:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & C_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ B_2 & A_2 & C_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_3 & A_3 & C_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ 0 & \dots & 0 & B_{v-2} & A_{v-2} & C_{v-2} \\ 0 & \dots & 0 & 0 & B_{v-1} & A_{v-1} \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & B_v A_v \end{bmatrix}$$

i wektora prawych stron $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, gdzie $n \geq 4$.

Niech $v = \frac{n}{\ell}$, zakładając, że n jest podzielne przez ℓ, gdzie ℓ jest rozmiarem wszystkich kwadratowych macierzy wewnętrznych (bloków): A_k, B_k i C_k. Mianowicie, $A_k \in \mathbb{R}^{\ell \times \ell}$, dla $k = 1, \dots, v$ jest macierzą gęstą, 0 jest kwadratową macierzą zerową stopnia ℓ, a macierz $B_k \in \mathbb{R}^{\ell \times \ell}$, dla $k = 2, \dots, v$ ma następującą postać:

$$B_k = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & b_{k1} \\ 0 & \dots & 0 & b_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & b_{k\ell} \end{bmatrix}$$

Macierz B_k ma tylko jedną, ostatnią, kolumnę niezerową. Natomiast $C_k \in \mathbb{R}^{\ell \times \ell}$, dla $k = 1, \dots, v-1$, jest macierzą diagonalną:

$$C_k = \begin{bmatrix} c_{k1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_{k2} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & c_{k(\ell-1)} & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & c_{k\ell} \end{bmatrix}$$

Dodatkowym wymaganiem związanym z problemem jest zadbanie o złożoność czasową i pamięciową rozwiązania ze względu na potrzebe obliczania macierzy o dużej wielkośći. Należy zapamietywać jedynie elementy niezerowe, gdyż nasz program będzie pracował z macierzami rzadkimi oraz optymalizacjia standardowych algorytmów w celu usprawnienia obliczeń.