



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

煤炭科学等领域中的优化问题及相关思考

戴彧虹, dyh@lsec.cc.ac.cn

中国科学院数学与系统科学研究院

优化与应用研究中心

合作者: 罗智泉 叶荫宇 刘亚锋 刁瑞 姜波

中国运筹学会第九次全国代表大会

暨2012年学术交流会

沈阳, 2012年10月20日





- 无线通讯：频谱利用率不到20%
- 能源：单位产值能耗大约是世界平均水平的2倍多，日本的7倍，美国的6倍…
- 煤炭调运优化，中国神华，2011年8月





- 无线通信中的最优资源分配问题
- 矿井通风优化控制
- 露天矿卡车实时优化调度
- 石油混流优化
- 思考与感想





中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

无线通信中的最优资源分配问题





无线通信中的最优资源分配问题



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

1. 最优资源分配问题是无线通信系统设计中最基本的问题之一。
 - 1) 用户角度：多用户之间的相互干扰是制约整个通信系统高速稳健传输的最主要因素。
 - 2) 运营者角度：最优地分配系统资源可以有效地提高功率和频谱等昂贵资源的利用率。
2. 未来通信系统发展的趋势是异构网络, 其中装有大量的低功率基站和中继节点, 以此来提高处在小区边沿用户和室内用户的通信质量。
 - 1) 这种设计理念使得传输端和接收端的距离进一步降低, 所以可以用更低的传输功率来提供更高质量的链接服务。
 - 2) 传输端和接收端之间距离的降低也可能引起系统内严重的干扰。
3. 消除干扰的主要技术：多输入多输出 (MIMO) 天线阵列技术和多个小区之间的合作技术。
4. 研究现状：通信技术蓬勃发展, 通信系统优化的数学理论和方法相对滞后。



多用户MIMO干扰信道



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

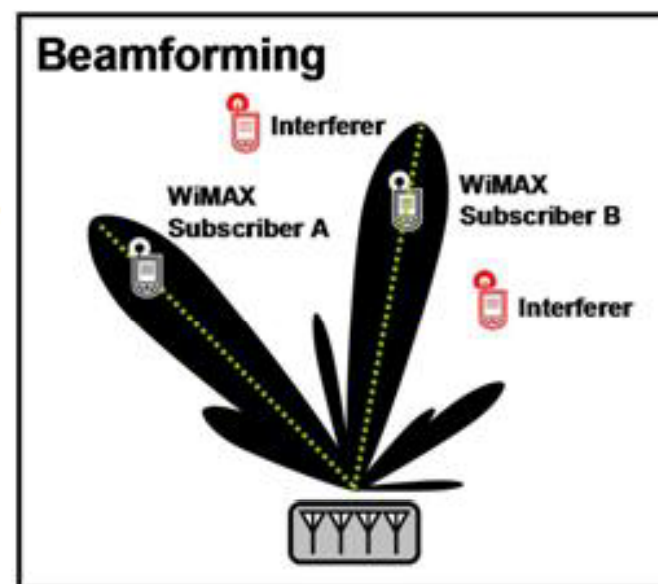
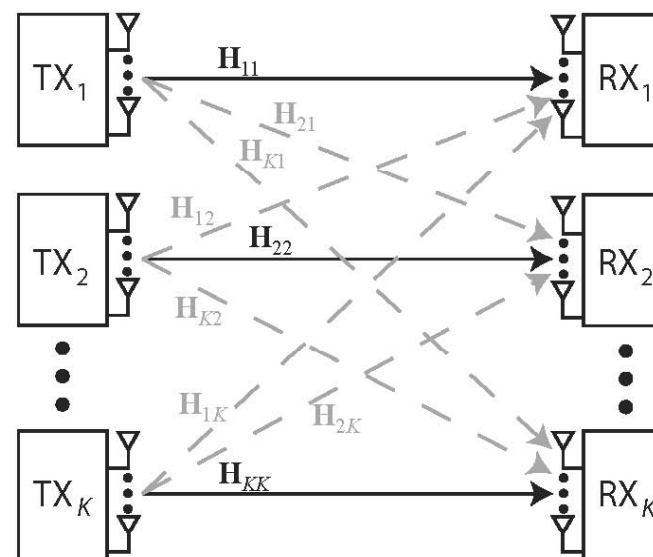
- K 个传输接收对
- 每个传输端希望发送信号 $s_k \in \mathbb{C}$ 给对应的接收端
- $\mathbf{H}_{kj} \in \mathbb{C}^{M_k \times N_j}$ 表示信道矩阵
- N_k 和 M_k 分别表示输出端 k 和接收端 k 的天线数
- 接收端 k 接收的信号可以表示为

$$\hat{s}_k = \mathbf{u}_k^\dagger \mathbf{y}_k$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_{kk} \mathbf{v}_k s_k + \sum_{j \neq k} \mathbf{H}_{kj} \mathbf{v}_j s_j + \mathbf{z}_k$$

- 设计传输和接收波束成形向量

$$\mathbf{v}_k \in \mathbb{C}^{N_k \times 1} \quad \mathbf{u}_k \in \mathbb{C}^{M_k \times 1}$$





- 第 k 个接收端的信干噪比表示为

$$\text{SINR}_k = \frac{|\mathbf{u}_k^\dagger \mathbf{H}_{kk} \mathbf{v}_k|^2}{\sigma_k^2 \|\mathbf{u}_k\|^2 + \sum_{j \neq k} |\mathbf{u}_k^\dagger \mathbf{H}_{kj} \mathbf{v}_j|^2}$$

- $$\begin{aligned} & \max \quad \min_{k \in \mathcal{K}} \text{SINR}_k \\ & \text{s.t.} \quad \|\mathbf{u}_k\| = 1, \|\mathbf{v}_k\|^2 \leq P_k, k \in \mathcal{K} \end{aligned}$$

其中 P_k 表示第 k 个传输端的功率上限, $\mathcal{K} \triangleq \{1, 2, \dots, K\}$

- 复杂性刻画（揭示问题的本质难易程度）？
- 算法设计及收敛性分析？



复杂性结果




中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

- 当 $M_k = 1$ 或 $N_k = 1$ 时, 最小 SINR 最大化问题可多项式时间求解 (Liu-D. -Luo'11, Liu-Hong-D. '12)

$$\begin{aligned} \max \quad & \min_k \left\{ \frac{|\mathbf{h}_{kk}^\dagger \mathbf{v}_k|^2}{\sigma_k^2 + \sum_{j \neq k} |\mathbf{h}_{kj}^\dagger \mathbf{v}_j|^2} \right\} & \max \quad & \min_k \left\{ \frac{|\mathbf{u}_k^\dagger \mathbf{h}_{kk}|^2 p_k}{\sigma_k^2 \|\mathbf{u}_k\|^2 + \sum_{j \neq k} |\mathbf{u}_k^\dagger \mathbf{h}_{kj}|^2 p_j} \right\} \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{v}_k\|^2 \leq P_k, k \in \mathcal{K} & \text{s.t.} \quad & 0 \leq p_k \leq P_k, k \in \mathcal{K} \end{aligned}$$

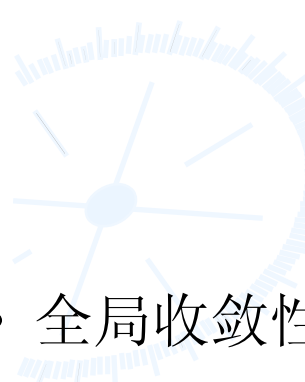
- 一般况下, 给定SINR目标 ζ , 检验下述问题的可行性是强NP-难的 (Liu-D. -Luo'12)


$$\begin{cases} \frac{|\mathbf{u}_k^\dagger \mathbf{H}_{kk} \mathbf{v}_k|^2}{\sigma_k^2 \|\mathbf{u}_k\|^2 + \sum_{j \neq k} |\mathbf{u}_k^\dagger \mathbf{H}_{kj} \mathbf{v}_j|^2} \geq \zeta, k \in \mathcal{K}; \\ \|\mathbf{u}_k\|^2 = 1, k \in \mathcal{K}; \\ \|\mathbf{v}_k\|^2 \leq P_k, k \in \mathcal{K}. \end{cases}$$



求解最小SINR最大化问题的ECCAA

1. 固定 $\{\mathbf{v}_k^n\}_{k \in \mathcal{K}}$, 求解接收波束成形向量 $\{\mathbf{u}_k^n\}_{k \in \mathcal{K}}$.
 2. 固定 $\{\mathbf{u}_k^n\}_{k \in \mathcal{K}}$, 求解传输波束成形向量 $\{\mathbf{v}_k^{n+1}\}_{k \in \mathcal{K}}$.
- 步 1 闭式解, 步 2 可多项式时间求解
 - 降低步 2 的计算复杂性, 求解(称其为ICCAA)


$$\begin{aligned} & \max_{\{\mathbf{v}, \theta\}} \theta \\ & \text{s.t.} \quad \frac{(\mathbf{u}_k^n)^\dagger \mathbf{H}_{kk} \mathbf{v}_k - \theta}{\sqrt{\sigma_k^2 + \sum_{j \neq k} |(\mathbf{u}_k^n)^\dagger \mathbf{H}_{kj} \mathbf{v}_j|^2}} \geq \sqrt{G_{2n}}, \quad k \in \mathcal{K}, \\ & \quad \|\mathbf{v}_k\|^2 \leq P_k, \quad k \in \mathcal{K}, \end{aligned}$$

- 全局收敛性 (Liu-D. -Luo'12)

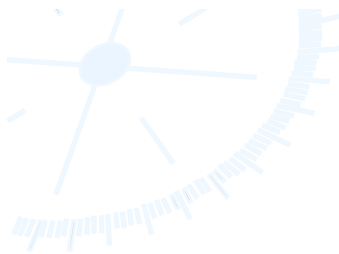
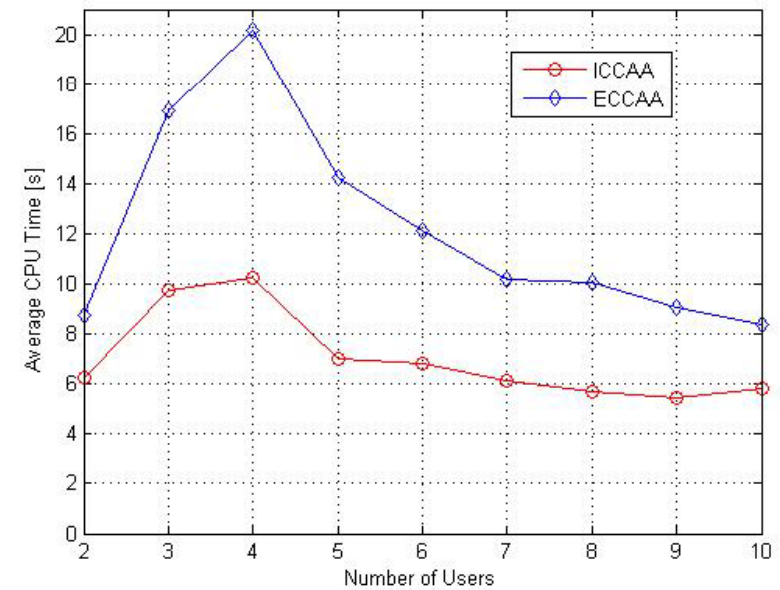
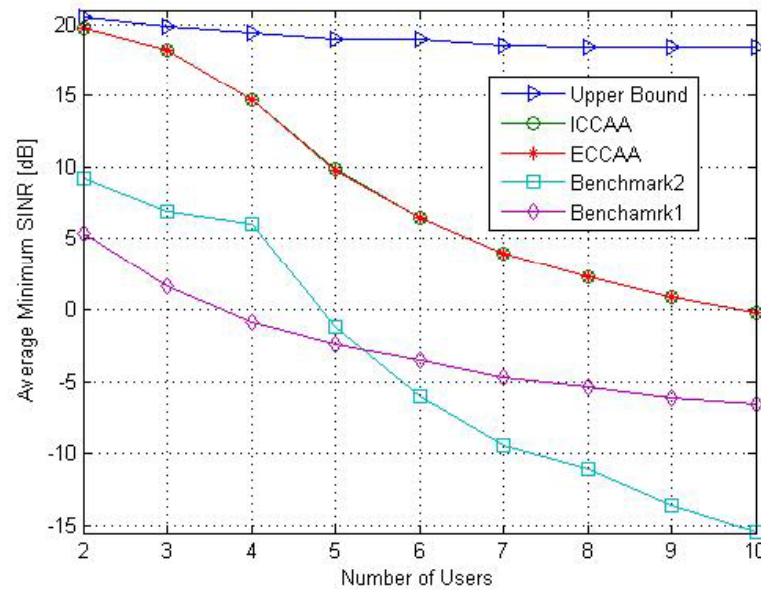


数值结果 I



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

困难情况（MIMO信道）



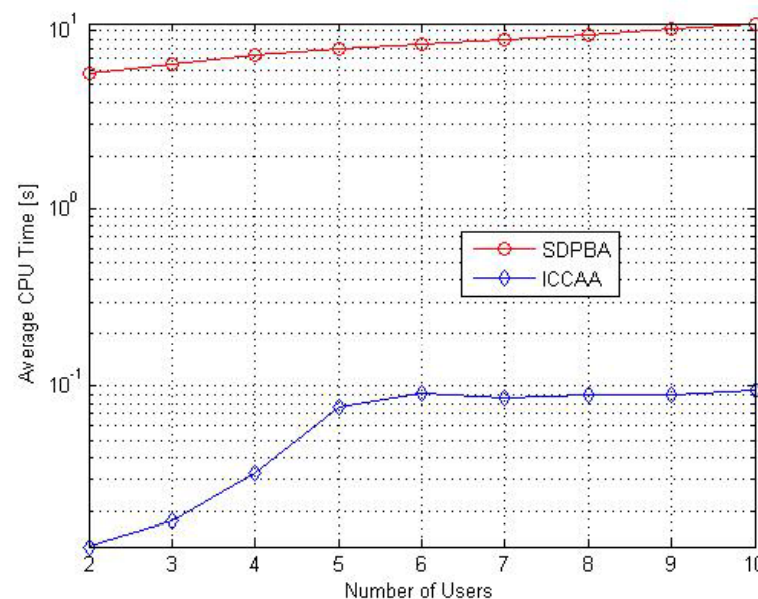
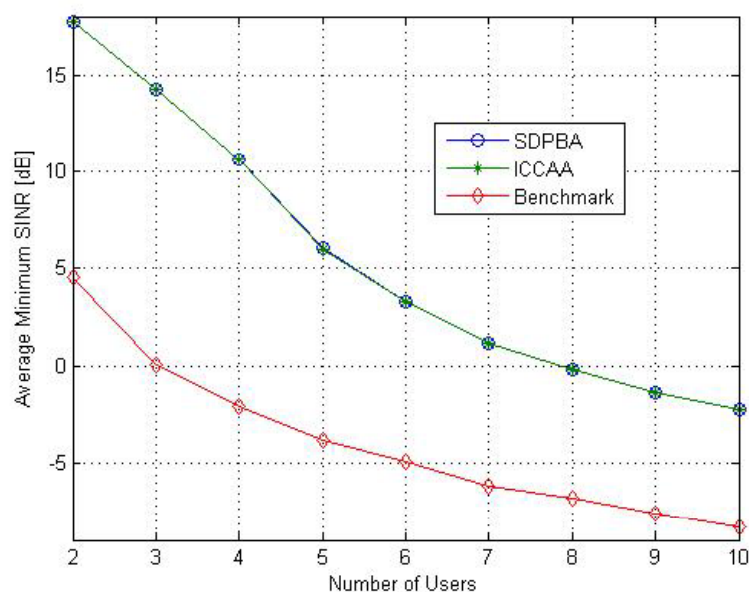


数值结果 II



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

- 简单情况 (SIMO信道)
- SDPBA可在多项式时间内求得SIMO信道中最小SINR最大化问题的全局最优解





中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

矿井通风优化控制





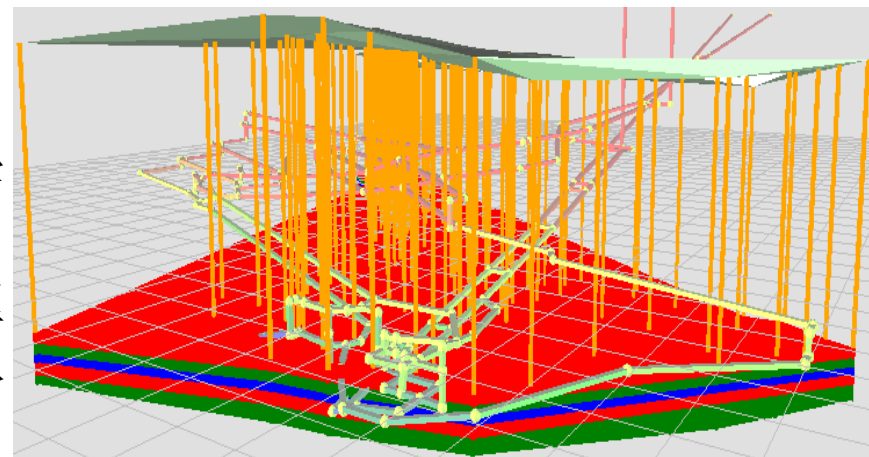
问题背景



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

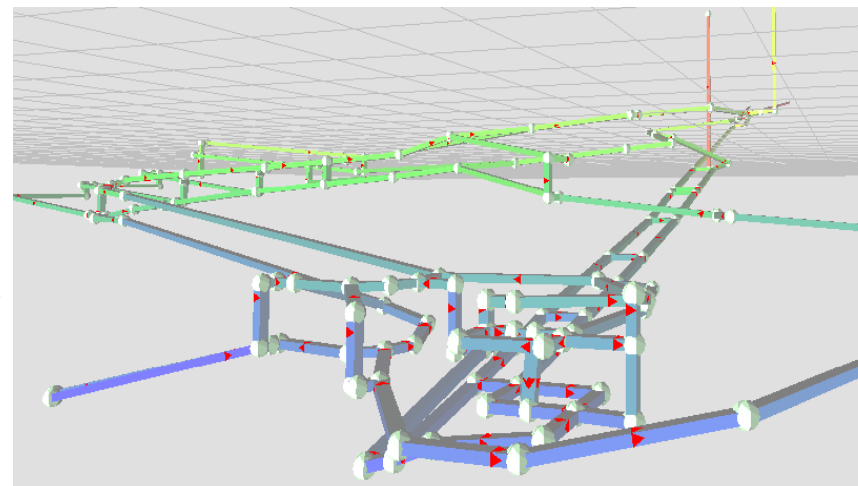
研究意义

- 煤矿井下的网络结构十分复杂
- 矿井通风问题常被认为是“采矿科学之首”
- 矿难（瓦斯爆炸、火灾）频发，合理的通风可快速地对矿难作出反应，从而减少损失



矿井通风优化

- 在可调动力源（主扇和局扇）的作用下，利用通风构筑物(风门、风窗和密闭等)，经过科学、合理的**优化算法**，使变动(变动的原因：掘进巷道的开采, 综采工作面的推进)的巷道网络达到“**风流稳定，通风能耗最小，用风地点风量按所需供给**”的最终目标





自然通风



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

➤ 将通风网络简化为2维网络

➤ 变量:

- 风量 q_i , 风阻 r_i
- 既约邻接矩阵 A

➤ 稳定风流遵守

- 风量平衡规律

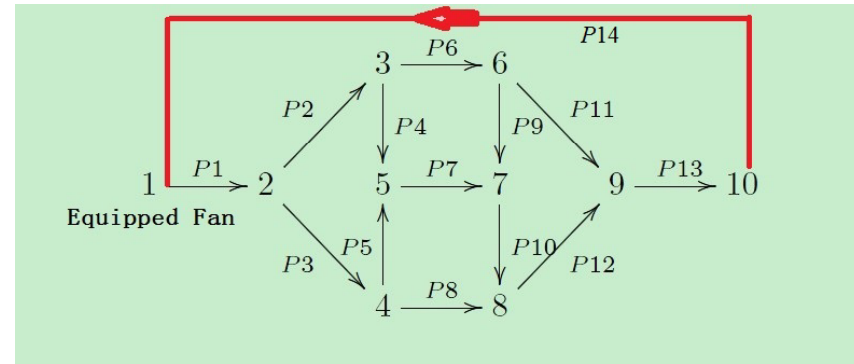
$$\sum_{(j,i) \in V} q_{j,i} = \sum_{(j_2,j) \in V} q_{j_2,j}, j \in V_D$$

- 阻力定律

$$\Delta h_i \triangleq h_{i1} - h_{i2} = r_i |q_i| q_i, i \in E$$

- 风压平衡定律

$$\sum_{i \in c} c_i \Delta h_i = 0,$$



➤ 自然通风的矩阵表示

$$\begin{cases} Aq = b \\ A^T h = \text{sign}(q) Rq^{(2)} \end{cases}$$

➤ 等价于如下的凸规划问题

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{3} |q|^T Rq^{(2)} \\ \text{s.t.} \quad & Aq = b \end{aligned}$$



通风优化新模型



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

➤ 最优通风问题

$$\begin{aligned} \min \quad & f(q, h, \delta r) \\ \text{s.t.} \quad & Aq = b \\ & A^T h = \text{sign}(q)(R + \delta R)q^{(2)} \\ & \underline{q} \leq q \leq \bar{q} \\ & \underline{\delta r} \leq \delta r \leq \bar{\delta r} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \min \quad & f(\delta r) := \sum_{i \in V_l} q_{f_i} h_{f_i}(\delta r) \\ \text{s.t.} \quad & \underline{q} \leq q(\delta r) \leq \bar{q} \\ & \underline{\delta r} \leq \delta r \leq \bar{\delta r} \\ & q(\delta r) := \arg \min_{\text{s.t. } Aq = b} \frac{1}{3} |q|^T (R + \delta R) q^{(2)} \end{aligned}$$

大规模的非线性规划

小规模的非线性规划

➤ 经典的增广Lagrange函数方法求解

- 界约束子问题采用LBFGS-B 3.0求解器
- 凸规划子问题采用不可行Newton方法(一般只需要迭代4、5步即可收敛)



数值结果



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

- 通风网络1:

13条巷道，10个节点，1个主风扇

	自然通风时间 (秒)	最优时间 (秒)	自然通风 功率	最优风扇功率	文献中最优 风扇功率
测试1	0.05	0.28	2321.179	2073.184	2187.222
测试2	0.02	0.20	2228.364	2053.416	2053.440
测试3	0.02	0.11	3964.777	2153.147	2153.150
测试4	0.02	0.14	3905.921	1868.723	-----



数值结果



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

- 通风网络2:

294条巷道, 225个节点, 1个主风扇, 由煤炭科学研究院提供

	函数值计算次数	时间(秒)	可行性	最优风扇功率
测试1	404	1.85	6.0e-05	3405.408
测试2	798	3.63	1.0e-05	3407.000
测试3	823	3.53	2.7e-05	2987.973
测试4	883	5.01	0.0e+00	2908.872



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

露天矿卡车实时优化调度





问题背景



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

研究意义

- 露天矿生产中，卡车的运输费用占总费用的一半以上，因此对卡车进行合理的调度是十分必要的。

露天矿生产现场



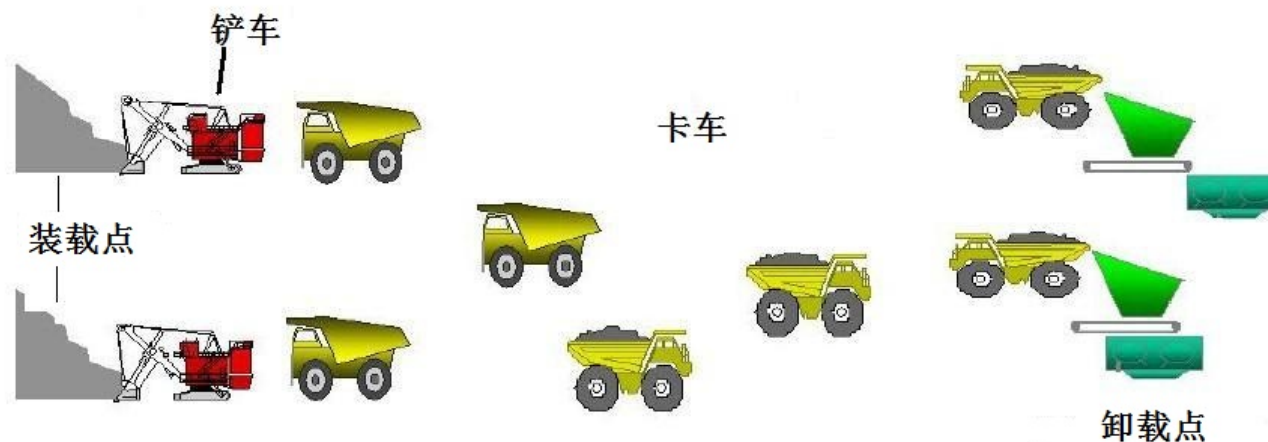


问题介绍



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

- 露天矿卡车实时优化调度问题



- 优化目标：最大化或达到总产量、降低总运输成本
- 问题本质：大规模非线性混合整数规划问题
- 已有工作：固定配车、单阶段、两阶段等



固定配车法



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^5 x_{ij} \times c_{ij} \times 154 \\ s.t. & x_{ij} \leq A_{ij} \times B_{ij}, i = 1, \dots, 10, j = 1, \dots, 5 \\ & \sum_{j=1}^5 x_{ij} \leq f_i \times 96, i = 1, \dots, 10 \\ & \sum_{i=1}^{10} x_{ij} \leq 160, j = 1, \dots, 5 \\ & \left. \begin{aligned} x_{i1} + x_{i2} + x_{i5} &\leq ck_i \times 10000/154 \\ x_{i3} + x_{i4} &\leq cy_i \times 10000/154 \end{aligned} \right\}, i = 1, \dots, 10 \\ & \sum_{i=1}^{10} x_{ij} \geq q_j, j = 1, \dots, 5 \\ & \left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^{10} x_{ij} \times (p_i - 30.5) &\leq 0 \\ \sum_{i=1}^{10} x_{ij} \times (p_i - 28.5) &\geq 0 \end{aligned} \right\}, j = 1, 2, 5 \\ & \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^5 \frac{x_{ij}}{B_{ij}} \leq 20 \\ & \sum_{i=1}^{10} f_i \leq 7 \\ & x_{ij} \text{ 为整数}, i = 1, \dots, 10, j = 1, \dots, 5 \\ & f_i \text{ 为 } 0-1 \text{ 变量}, i = 1, \dots, 10 \end{aligned}$$

- 优点：可以提前求解，固定车辆之后不再进行变动，易于操作
- 缺点：往往不是最优的，且难以应付突发事件，不能达到实时控制的目的



单阶段方法的灵活策略



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

- 最早装车法：将卡车派往预计能够最早得以装车的电铲

$$i^* = \arg \min_{i=1, \dots, m} \{\max\{T_{t_i}, T_{s_i}\}\}$$

- 最小卡车等待时间法：将卡车派往预计卡车等待时间最小的铲位

$$i^* = \arg \min_{i=1, \dots, m} \{\max\{T_{s_i} - T_{t_i}, 0\}\}$$

- 最长电铲等待时间法：将卡车派往预计电铲等待时间最长的铲位

$$i^* = \arg \max_{i=1, \dots, m} \{\max\{T_{t_i} - T_{s_i}, 0\}\}$$

- 优点：易于实时控制
- 缺点：没有考虑到问题的本质目标，往往不是最优的



两阶段方法



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

- 第一阶段：求解线性或非线性**车流规划**作为全局的指导；车流规划的目标往往为最大化产量、最小化运输功或者二者的综合
- 第二阶段：根据车流规划的解，结合单阶段的灵活策略进行合理的调度
- 优点：**充分考虑了问题的目标**（最大化产量、最小化运输功）和特点（实时性），**易于实时控制**，可以应对突发事件的发生
- 缺点：单纯地采用灵活策略往往**过于激进**，且并未考虑到现场生产的实际特点（卡车司机并不希望每一次的运输路线都是全新的，这样也不利于安全生产）



新的求解方案



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

➤ 阶段一：车流规划

$$\begin{aligned} \min \quad & a^T x + b^T y \\ \text{s.t.} \quad & A(x - y) = 0 \\ & \underline{x} \leq Ax \leq \bar{x} \\ & 0 \leq a_0^T x + b_0^T y \leq N \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$

➤ 阶段二：“固定” + “灵活” 策略

- 根据车流规划的结果**固定部分车辆**，对剩下的车辆采取**灵活的派车策略**
- 不同于以往单纯采用过于保守的“固定”派车策略，也不同于以往过于激进的“灵活”派车策略，而是将二者进行了有机的结合，这是一个**十分新颖的思路**



数值结果



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

- 模拟露天矿:

7个铲点, 5个卸点, 固定8辆车

卡车数	最早装车法		新方法		减少比率	
	产量	运输功	产量	运输功	产量 (%)	运输功(%)
18	88550	211216.62	88550	204521.28	0.00	-3.17
19	91784	233042.98	91874	215647.02	0.00	-7.46
20	91938	250246.20	91168	233966.06	-0.84	-6.51
21	92708	251433.44	92862	243559.44	0.17	-3.13
22	93786	264838.58	93786	252371.02	0.00	-4.71



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

石油混流优化



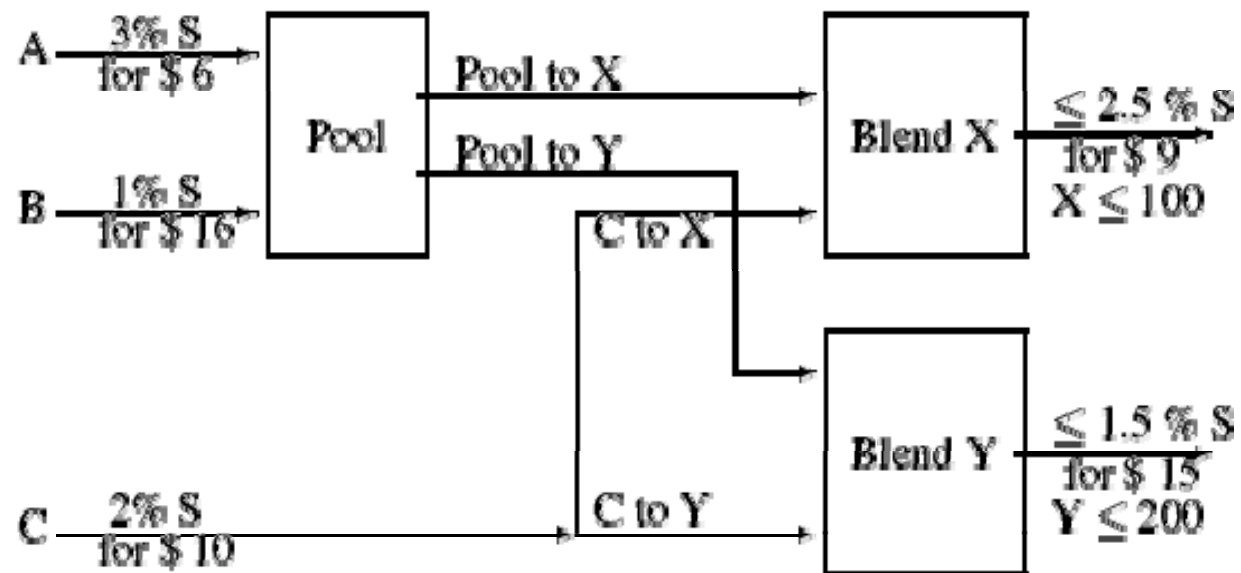


石油混流问题



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

- 在炼油和石油化工生产中，经常遇到物流的混合问题，比如不同性质的原油混炼、不同性质的组分进入同一罐后再参与产品调和等。如何正确的计算混合物流的性质并用于生产、经营、计划优化模型是十分重要的问题。
- 带有混合物流的炼油和石油化工生产计划数学模型属非线性规划模型。



- 混流的质量平衡约束（线性）
- 混流的性质约束（非线性）
- 最大化利润（线性）



数学模型



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

- 混流的质量平衡约束（线性）

$$X_2 + X_3 = X_{23}$$

$$X_1 P_1 + X_4 P_1 + X_{23} P_1 = P_1$$

$$X_1 P_2 + X_4 P_2 + X_{23} P_2 = P_2$$

- 混流的性质约束（非线性）

$$45X_1 P_1 + 98X_4 P_1 + R_{23} * X_{23} P_1 \geq 70P_1$$

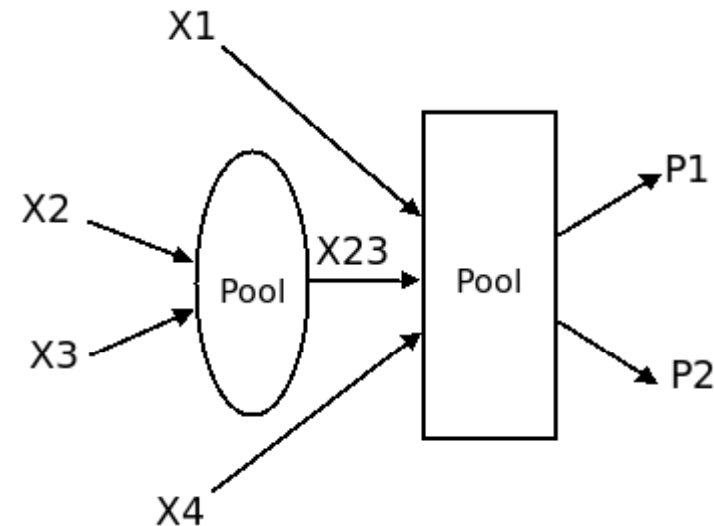
$$45X_1 P_2 + 98X_4 P_2 + R_{23} * X_{23} P_2 \geq 85P_2$$

- 最大化利润（线性）

$$\text{Max. } 2000P_1 + 2200P_2 - 1500X_1 - 1600X_2 - 2000X_3 - 2300X_4$$

- 界约束

$$0 \leq X_1 \leq 10, 0 \leq X_2 \leq 30, 0 \leq X_3 \leq 70, 0 \leq X_4 \leq 20$$





石油混流优化模型的特点



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

- 线性目标函数
- 非线性约束（双线性、三线性项）
- 连续变量（未来也将考虑整数变量）
- 问题规模很大
- 求解速度要求较高
- 程序有鲁棒性、可扩展性

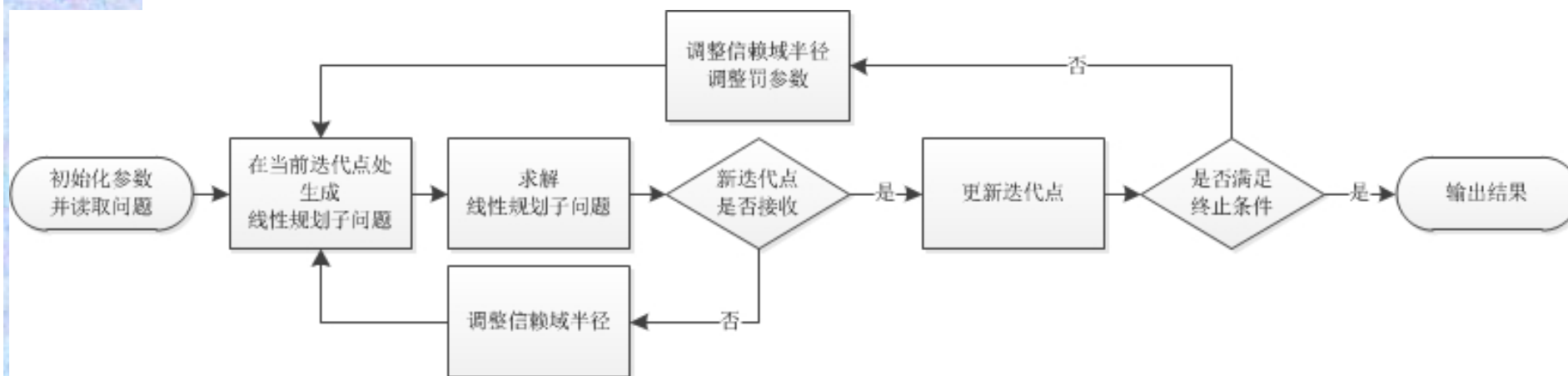




算法流程及主要技巧



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES



- 逐步线性规划
- 罚函数
- 信赖域
- 非单调算法



数值结果



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

问题	变量个数	约束个数	PIMS 迭代次数	PIMS 计算结果	我们算 法 迭代次 数	我们算法 计算结果
样例A	1633	1284	20	985470.19	27	988693.3
样例B	1911	1311	17	375572.9	7	376425.5
样例C	8281	5430	4	-3021.232	3	-3021.232
样例D	25067	20833	19	1936840	31	1933199

- 注：PIMS是Aspen开发的一个软件。AspenTech是全球最大的流程工业解决方案供应商，其客户包括了全球最大的32家石油公司。



数值结果



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

问题	变量个数	约束个数	PIMS 迭代次数	PIMS 计算结果	我们算 法 迭代次 数	我们算法 计算结果
样例A	1633	1284	20	985470.19	27	988693.3
样例B	1911	1311	17	375572.9	7	376425.5
样例C	8281	5430	4	-3021.232	3	-3021.232
样例D	25067	20833	19	1936840	31	1933199

- 注：PIMS是Aspen开发的一个软件。AspenTech是全球最大的流程工业解决方案供应商，其客户包括了全球最大的32家石油公司。



思考与感想



中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

如何争取第一笔经费？

如何使用经费？

如何协调理论、计算和应用？

如何形成气候？

优哉游哉把花探，

运筹帷幄广纳贤。

三驾马车巧驾驭，

远交近攻拔城寨。





中国科学院
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES

谢谢各位！

