

REFORMula Challenge Innovációs Verseny

Python alapú ViSoS szimulátorának segédlete

Németh Balázs

A virtuális napvitorlás (Virtual Solar Sail - továbbiakban: ViSoS) szimuláció célja a Nap sugárzási nyomásának és a gravitációs hatásoknak a modellezése, amelyek meghatározzák a ViSoS mozgását a Naprendszerben. A kód lehetővé teszi a szimulációt és az irányítás tesztelését, amely során a cél a ViSoS és a Föld közötti távolság minimalizálása.

1. A szimuláció futásának előzetes feltételei

A Python szimulátor 3.9.6-os verziójú Pythonban készült, illetve a hozzá tartozó IDLE Shell 3.9.6-os szerkesztővel került futtatásra.¹ Ezen keretek mellett az algoritmus működőképesnek bizonyult, így javasoljuk ezen verziók használatát. A korábbi REFORMula Challenge Innovációs Verseny során tapasztaltunk olyan jelenséget, hogy ugyanazon Python kód különböző verzióban futtatva más (egy-egy esetben egészen más) eredményt adott. Összehasonlításképpen a dokumentációban megküldünk pár futtatási eredményt is, lásd a 6. fejezetet.

A kód sikeres futtatása néhány Python bővítmény használatát igényli, amelyeket előzetesen szükséges letölteni. Az alábbi parancsnak a Windows Parancssorba (Command Prompt, illetve cmd.exe) bemásolásával ez elérhető (rendszergazdaként futtatva a Parancssort):

```
pip install numpy scipy matplotlib xlwings
```

2. ViSoS mozgását befolyásoló hatások

Az alábbiakban bemutatásra kerül, hogy a ViSoS mozgásának meghatározásához milyen fizikai törvényszerűségek kerültek figyelembe vételre. A verseny jellegéhez igazodva a mozgásegyenletek felírása során egyszerűsítésekkel éltünk.

2.1. Newtoni gravitációs törvény

Az égitestek és a ViSoS közötti gravitációs hatást az alábbi egyenlet írja le:

$$\mathbf{a}_g = -\frac{GM}{r^3}\mathbf{r}, \quad (1)$$

ahol:

¹Windows 10-es operációs rendszer alatt, Intel i7 10th Gen processzor segítségével.

- G - gravitációs állandó ($6.67430 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$),
- M - az égitest tömege (pl. Nap, bolygók, Hold - a ViSoS tömegvonzása ezekhez képest elhanyagolható),
- \mathbf{r} - a napvitorlás és a gravitáló test közötti helyvektor, ennek hossza: $r = \|\mathbf{r}\|$.

A bolygók pozícióit a '.mat'fájlokban tárolt adatpontokból számítjuk ki. Ezek forrása a Nasa Horizons System, ahol a prediktált égitest mozgási adatok elérhetőek.² A bolygómozgások olyan X-Y koordinátarendszerben értelmezhetőek, amelynek origója a Nap. Az égitestek mozgási adatait lineáris interpolációval határozzuk meg a szimuláció adott időpontjában:

$$\mathbf{r}_i(t) = \text{interp1d}(t, \text{adatpontok}), \quad (2)$$

ahol i az égitest indexe (Nap, Föld, Hold, Vénusz, Mars), t pedig az aktuális szimulációs idő [s]. Az interpolációval minden égitest helyzete (x, y koordináták) kiszámítható a szimuláció időlépéseiben. A napvitorláshoz viszonyított helyvektor számítása:

$$\mathbf{r}_i(t) = \mathbf{r}_{\text{ViSoS}}(t) - \mathbf{r}_i(t), \quad (3)$$

ahol $\mathbf{r}_{\text{ViSoS}}$ a ViSoS aktuális pozíciója t időpillanatban, lásd az 1. ábrát.

A szimuláció során minden egyes égitestre külön-külön kiszámítjuk (1) alapján az adott égitest által kifejtett gravitációs gyorsulást a napvitorlásra nézve:

$$\mathbf{a}_i(t) = -\frac{GM_i}{r(t)^3} \mathbf{r}_i(t), \quad (4)$$

ahol i az adott égitestet jelöli. Az összes gravitációs gyorsulást az alábbi módon adjuk össze:

$$\mathbf{a}_{\text{gravitáció}} = \mathbf{a}_{\text{Nap}} + \mathbf{a}_{\text{Föld}} + \mathbf{a}_{\text{Hold}} + \mathbf{a}_{\text{Vénusz}} + \mathbf{a}_{\text{Mars}}. \quad (5)$$

Az eredmény egyetlen gyorsulásvektor, amelyet a napvitorlás mozgásának numerikus szimulációjához használunk fel.

2.2. Sugárzási nyomás hatása

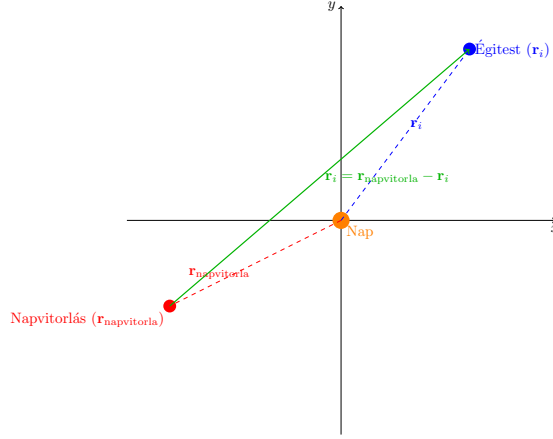
A gyorsulás, amelyet a napvitorlás a Nap sugárzási nyomásából nyer, az alábbi képlettel fejezhető ki:

$$\mathbf{a}_r = \frac{PA\mathcal{O} \cos \alpha}{m} \mathbf{n}, \quad (6)$$

ahol:

- \mathbf{a}_r - a napvitorlásra ható gyorsulás, amely a Nap sugárzásából származik. A gyorsulás irányát a napvitorla síkjának normálvektora (\mathbf{n}) határozza meg, így a napvitorla az ezen az irányon irányuló gyorsulás hatására mozog.
- P - a Naptól származó sugárzási nyomás, amely a napfény által kifejtett erőt jellemzi a napvitorlásra. A sugárzási nyomás ($4.563 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$) mértéke függ a Nap és a ViSoS közötti távolságtól. A verseny során azt feltételezzük, hogy a ViSoS nem tér el jelentősen a Földtől, így a Föld környezetében érvényes konstans értékkel dolgozunk.

²<https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/>



1. ábra. A Nap, az égitest és a napvitorlás geometriai elrendezése.

- A - a napvitorla területe ($76\text{m} \times 76\text{m}$), amely meghatározza, hogy mekkora felületen képes visszaverni a ViSoS a Nap sugárzását. A versenyben alapul vett ViSoS esetében ez egy fix érték - természetesen a valóságban minél nagyobb a vitorla, annál nagyobb erőhatás éri a napvitorlást.
- \mathcal{O} - az árnyékolás mértéke, lásd alább a részletes számítását (12).
- m - a napvitorla tömege (300 kg), amely meghatározza, hogy milyen gyorsan reagál a napvitorlás a rá ható sugárzási nyomásra. A nagyobb tömegű (tehetetlenségű) ViSoS lassabban reagál, mivel a gyorsulás fordítottan arányos a tömeggel.
- α - a ViSoS irányítási szöge, amely a Nap sugárzása és a ViSoS normálvektora közötti szöget jelenti. A $\cos \alpha$ figyelembe veszi, hogy a ViSoS ténylegesen milyen mértékben van a Nap sugárzásának irányában. Ha $\alpha = 0$, akkor a ViSoS teljes mértékben a Nap felé néz, és maximálisan képes visszaverni a fényt.
- \mathbf{n} - a ViSoS síkjának normálvektora, amely meghatározza, hogy a napvitorlás milyen irányban fog mozogni. A sugárzási nyomás mindig a ViSoS síkjának normálvektorával párhuzamos, így a ViSoS az ezen az irányon irányuló erőhatásra mozdul el.

A ViSoS normálvektora (\mathbf{n}) tehát a vitorla síkjára merőleges egységvektor, amelyet a Naphoz képest vett pozíció (\mathbf{r}) és a napvitorlás irányítási szöge (α) alapján számítunk ki. A normálvektor a következőképpen számítható ki:

1. A Nap és a ViSoS közötti helyvektor (3) alapján: $\mathbf{r} = [r_x \ r_y]^T$, ahol r_x és r_y a napvitorlás aktuális x és y koordinátái (mivel a Nap van a koordinátarendszer középpontjában).
2. A ViSoS síkját (és vele a normálvektort) a Naphoz képest α szöggel forgatjuk el. Az elforgatást kétdimenziós forgatási mátrix segítségével végezzük:

$$\mathbf{R}(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}. \quad (7)$$

A Nap sugárzásának irányából (\mathbf{r}) kiindulva az elforgatott vektor:

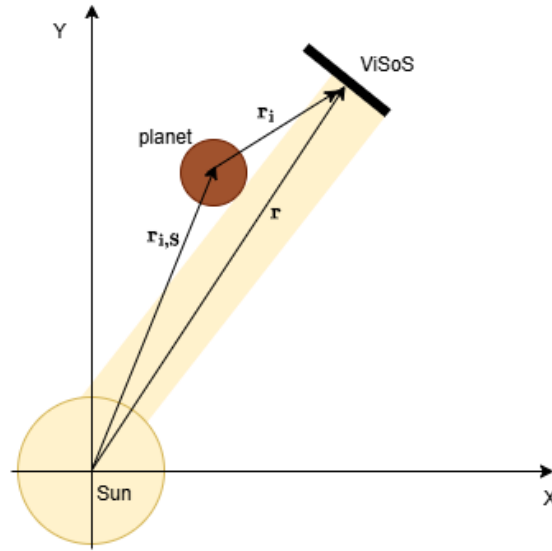
$$\mathbf{R}(\alpha) \cdot \mathbf{r} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cdot r_x - \sin \alpha \cdot r_y \\ \sin \alpha \cdot r_x + \cos \alpha \cdot r_y \end{bmatrix} \quad (8)$$

3. Az elforgatás után az \mathbf{n} normálvektort normalizáljuk a számítások stabilitásának biztosítása érdekében, hogy egységvektor maradjon. Ennek oka, hogy a Nap-ViSoS távolság hatalmas, és a programnak ne kelljen ilyen nagy vektorral dolgoznia, illetve a versenyzők számára az irány jobban átlátható legyen. A tényleges normálvektor:

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cdot r_x - \sin \alpha \cdot r_y \\ \sin \alpha \cdot r_x + \cos \alpha \cdot r_y \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{r}. \quad (9)$$

2.3. Árnyékolás számítása

Amikor egy égitest a Nap és a napvitorlás között helyezkedik el, részlegesen blokkolhatja a Naptól érkező sugárzást. Az árnyékolás mértéke függ a geometriai elrendezéstől (a Nap, az égitest és a napvitorlás relatív helyzetétől) és az égitest méretétől, amint azt a 2. ábra szemlélteti. Az árnyékolás hatásának figyelembevételéhez az alábbi elveket és



2. ábra. A Nap és az égitest árnyékolásának geometriai ábrázolása.

számításokat alkalmazzuk.

Az árnyékolás modellezése során az alábbi távolságokat határozzuk meg. r : a Nap és a ViSoS közötti távolság, r_i : az i égitest és a ViSoS közötti távolság, $r_{i,S}$: a Nap és az égitest közötti távolság. Feltételezzük, hogy a Nap, az égitest és a napvitorlás egy háromszöget alkot, amelyben a szögek és a távolságok határozzák meg, hogy az égitest részlegesen vagy teljesen árnyékolja-e a Napot.

A Nap árnyékolásának mértéke a bolygó és a Nap relatív méretétől, valamint a bolygó és a napvitorlás közötti távolságtól függ. Az ezt kifejező területszorzó:

$$T_i = \max \left(0, \min \left(1, \frac{P_i^2}{R^2 \left(\frac{r_i}{r} \right)^2} \right) \right), \quad (10)$$

ahol P_i az égitest sugara, R pedig a Nap sugara.

A háromszög szögeinek figyelembe vételével az égitest árnyékolásának mértékét szögekkel határozzuk meg:

- $\beta = \arctan \left(\frac{P_i}{r_i} \right)$: az égitest látszólagos szöge,

- $\gamma = \beta + \arccos\left(\frac{r^2 + r_i^2 - r_{i,S}^2}{2rr_i}\right)$: az égitest, a Nap és a napvitorlás által bezárt szög,
- $\delta = \arctan\left(\frac{R}{r}\right)$: a Nap látszólagos szöge.

A szögarány ezek alapján a következőképpen számítható (egyszerűsítés):

$$\omega_i = \begin{cases} 0 & \text{ha } \gamma > \delta + 2\beta, \\ 1 & \text{ha } \gamma < \delta, \\ \text{interp}(\gamma, [\delta, \delta + 2\beta], [1, 0]) & \text{egyébként.} \end{cases} \quad (11)$$

Az árnyékolás teljes mértéke az i -edig égitestre vonatkoztatva a területszorzó és a szögarány szorzata: $T_i\omega_i$.

Az összes égitest vonatkozásában ha több is takarja a Napot, akkor az árnyékolásnál a legnagyobbat vesszük figyelembe:

$$\mathcal{O} = 1 - \max(T_i\omega_i). \quad (12)$$

3. Főmozgás egyenletek

A napvitorlás mozgásegyenleteit numerikus integrációval oldjuk meg, mivel a gyorsulások nem konstansak az időben (pl. gravitációs hatások, sugárzási nyomás és vezérlési szögek változása miatt). Ehhez az Euler-módszert alkalmazzuk, amely egy egyszerű, elsőrendű numerikus megoldási eljárás.

Kkinematikai egyenletek alapján a test helyzetének és sebességének változása a gyorsulásból származtatható. Az alapvető egyenletek:

$$\mathbf{v}(t + \Delta t) = \mathbf{v}(t) + \mathbf{a}(t) \cdot \Delta t, \quad (13a)$$

$$\mathbf{r}(t + \Delta t) = \mathbf{r}(t) + \mathbf{v}(t) \cdot \Delta t + \frac{1}{2}\mathbf{a}(t) \cdot (\Delta t)^2, \quad (13b)$$

ahol Δt az időlépés hossza [s]. A Python kódban egy időlépés 3600s, azaz 1 óra.

Az Euler-módszer feltételezi, hogy a gyorsulás ($\mathbf{a}(t)$) két időlépés között állandó. Ezért a gyorsulást csak az aktuális időpontban (t) számítjuk ki, és az egyenleteket ezzel az értékkel oldjuk meg. Ez az egyszerűsítés megfelelő eredményt ad rövid időlépések (Δt) esetén, amikor a gyorsulás változása kicsi - a Naprendszerben lévő égitestek és a lassú változásokra képes ViSoS esetében az 1 óra megfelelő választás.

A szimuláció során numerikus megoldás lépései:

1. Minden időlépésben (t) kiszámítjuk a napvitorlásra ható gyorsulásokat (gravitációs és sugárzási nyomás):

$$\mathbf{a}_t = \mathbf{a}_{\text{gravitáció}} + \mathbf{a}_{\text{sugárzás}}. \quad (14)$$

2. Frissítjük a napvitorlás sebességét az aktuális gyorsulás felhasználásával:

$$\mathbf{v}(t + \Delta t) = \mathbf{v}(t) + \mathbf{a}(t) \cdot \Delta t. \quad (15)$$

3. Kiszámítjuk a napvitorlás új pozícióját a kinematikai egyenletek alapján:

$$\mathbf{r}(t + \Delta t) = \mathbf{r}(t) + \mathbf{v}(t) \cdot \Delta t + \frac{1}{2}\mathbf{a}(t) \cdot (\Delta t)^2. \quad (16)$$

Ez a módszer egyszerű, de hatékony megoldást nyújt a napvitorlás mozgásának szimulációjára, különösen akkor, ha a gyorsulások változása időben lassú.

4. Irányítás és Forgatás

A napvitorlás pályáját az irányítási szög (α) határozza meg, amelyet a ViSoS normálvektora és a Nap sugárzása közötti szög alapján kell meghatározni. Az irányítási stratégia az optimális (2025. május 30-án a ViSoS és a Föld közötti minimális távolságot elérő) pályát célozza meg, azonban a mozgástervezés figyelembe kell venni a ViSoS (egyszerűsített) forgási korlátozásait. A ViSoS számára a szöget radiánban kell megadni.

4.1. ViSoS beforgatása a Nap felé

A program a ViSoS-t mindig a Nap felé forgatni, és ez a forgási szög (θ) a napvitorlás pozíciójától függ. A napvitorlás folyamatosan követi a Napot, és ezért az irányítást ehhez a forgatáshoz képest kell megtervezni. A forgatás mértékét a következő egyenlet adja meg:

$$\theta = \arctan\left(\frac{r_y}{r_x}\right), \quad (17)$$

ahol r_x és r_y a napvitorlás x és y koordinátái a keringés síkjában.

Az irányítási szög (α) ezen θ szöghez képest van mindig meghatározva, és ezt az értéket a versenyzőknek kell kiszámítaniuk a szimuláció során.

4.2. Forgatási korlátozások

A napvitorlás forgatásának korlátozásai fontos szerepet játszanak a fizikai megvalósíthatóságban. Két alapvető korlátozást alkalmazunk:

- Egy szimulációs lépés (1 óra) alatt maximum 1° elforgatás-változás valósítható meg az előző α értékhez képest.
- Továbbá, az irányítási szög (α) nem léphet túl a $\pm 90^\circ$ határon, hogy a napvitorlás ne forduljon túl a maximális beállítható szögön, és ne legyen háttal a Napnak.

A Python kódban ezt az alábbiak szerint kezeljük:

$$\alpha = \text{np.clip}(\text{inputszog}, \alpha - \text{smooth}, \alpha + \text{smooth}),$$

ahol a smooth változó a maximális szögeltérést adja (1°), valamint:

$$\alpha = \text{np.clip}(\alpha, -\pi/2, \pi/2),$$

ami biztosítja, hogy az irányítási szög mindig $\pm 90^\circ$ között maradjon.

4.3. Teljes forgási szög

A ViSoS teljes forgási szöge, amely az irányítási szög és a napvitorlás aktuális orientációjának figyelembevételével alakul ki, a következő módon kerül kiszámításra:

$$\Theta = \theta + \alpha. \quad (18)$$

Ez a teljes forgási szög határozza meg a ViSoS új irányát az idő egyes lépéseiben.

4.4. Megjegyzések

A ViSoS irányításának vonatkozásában figyelembe kell venni, hogy két ponton kis mértékű, normál eloszlású zajt viszünk be a rendszerbe.

- Egyrészt a csapatok által számított a ViSoS részére küldött α szöghöz adjuk ezt a zajt (véletlenszámot). Ennek oka, hogy a kívánt szögelfordulást a valóságban nem pontosan tudná megvalósítani a ViSoS.
- Másrészt a létrejövő \mathbf{a}_r számítása során - annak nagyságát tekintve, lásd (6) - figyelembe veszünk egy szintén normál eloszlású zajforrást. Ennek oka, hogy a fényvisszaverődés tekintetében egy ideális modellel számoltunk, azonban a valóságban a tényleges teolóerő ettől eltérhet, például a könnyűszerkezet rugalmasságából adódó vitorlafelület deformációk miatt.

A csapatoknak a Python kód elején lévő visos_control függvényt kell megírniuk, amihez - a január 20-ig tartó időszakban - tetszőleges megoldást választhatnak. Dolgozhatnak közvetlenül a Python kódban (Pyt = 1 beállítás) vagy a control_excel.xlsx Excel táblázatban is (Pyt = 0 beállítás).³ A január 20-án beküldött irányítási algoritmus alapján a január 31-ig tartó mozgásprofilot fogjuk létrehozni, és ez kerül be az online szimulátorba. Az online szimulátorba az irányítási algoritmus nem kerül bele közvetlenül (azt a csapatok január 31 után bevihetik), hanem csak a mozgási jellemzők (ViSoS pálya, sebesség, α , Θ stb.).

5. Vizualizáció

A szimuláció végén a kód több grafikus ábrát készít, amelyek a napvitorlás mozgásának különböző szempontjait mutatják be. Ezek az ábrák segítenek a napvitorla pályájának elemzésében és az α szög mint irányítójel finomhangolásában.

Az első ábra a napvitorlás pálya menti szögét (Θ) és az irányítási szöget (α) ábrázolja az idő függvényében. Utóbbi az irányítójel, amely a ViSoS-nak a Nap felé való fordulási szöge, Θ szög pedig a ViSoS teljes szögelfordulása a pályája mentén (18). Ez az ábra segíti az irányítási stratégiák értékelését. Az optimális α szög meghatározása kulcsfontosságú, mivel ez közvetlenül befolyásolja a napvitorlás sugárzási nyomásból származó gyorsulását és pályáját.

A második ábra a ViSoS $\mathbf{r}(t)$ és a Föld $\mathbf{r}_{\text{Föld}}(t)$ pályáját mutatja kétdimenziós térben, x, y síkban. A napvitorlás pályája (kék vonal) megmutatja, hogy a szimuláció során milyen utat tett meg a napvitorlás, a Föld pályája (zöld vonal) pedig referenciaként szolgál. Ez az ábra segít vizuálisan értékelni, hogy a ViSoS mennyire közelíti meg a Földet, illetve hogy az irányítás sikeresen minimalizálta-e a ViSoS és a Föld közötti távolságot.

A harmadik ábra a napvitorlás és a Föld közötti távolságot ($d(t)$) mutatja az idő függvényében:

$$d(t) = \|\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}_{\text{Föld}}(t)\|. \quad (19)$$

Ez az ábra megmutatja, hogy az irányítási stratégia mennyire volt hatékony a Földhöz közeli pálya biztosításában. A cél az, hogy a távolság a szimuláció végére minimális

³Közvetlenül Pythonba írva jelentősen gyorsabban futó szimuláció érhető el.

legyen (a januári részbeadásnál ez még nem elvárás, mert a szimuláció folytatódik az online felületen a verseny végéig).

A negyedik ábra háromdimenziós térben mutatja meg a napvitorlás és a Föld pályáját. Az idő dimenzió hozzáadása segít megérteni, hogy a napvitorlás mozgása hogyan változik az idő múlásával. A második ábra alapján ugyanis úgy tűnhet, hogy a ViSoS közel van a Földhöz - azonban a 3D ábrázolás során kiderülhet, hogy bár a pályájuk közel van egymáshoz, de nem azonos időben vannak az egymáshoz közeli pontokon.

A négy ábrázolási forma segíti az α szög meghatározását, mivel az $\alpha(t)$ és $\theta(t)$ görbék elemzése alapján megérthetjük, hogy az irányítás miként befolyásolja a pályát, a Vi-SoS pályája és a Föld távolságának alakulása alapján finomhangolhatjuk az $\alpha(t)$ időbeli változását, valamint az eredmények visszacsatolást adnak arra vonatkozóan, hogy milyen α szögek vezetnek kisebb távolsághoz a Földtől.

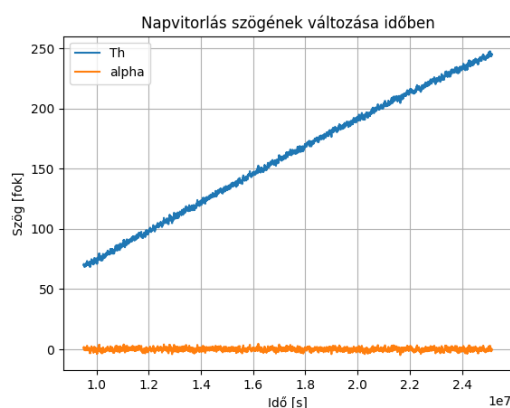
Az ábrák segítségével az irányítási stratégia iteratív módon javítható, így a napvitorlás hatékonyabban érheti el a Föld pályáját. Természetesen további ábrák szabadon készíthetők a csapatok által, a fenti négy csupán a legfontosabb jellemzőket mutatja be.

Emellett a Python kód egy ötödik ábrát is generál, amely azonban lényegileg megegyezik a másodikkal. Az egyetlen különbség, hogy ez egy animáció, amelyen felgyorsított mozgás közben látjuk a Földet és a ViSoS-t.

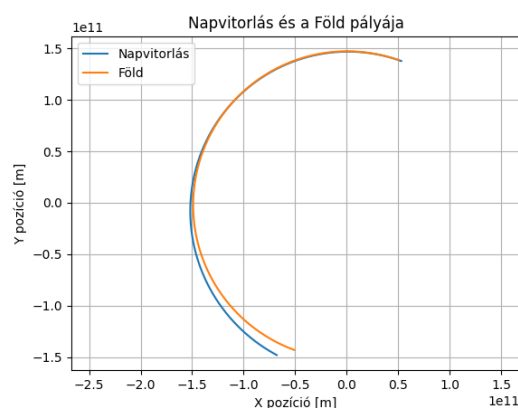
6. Mintapéldák

Az alábbiakban két példát mutatunk be, amelyek segíthetnek abban, hogy a saját gépen futó szimuláció eredményét ellenőrizzük. A szimulációk $\text{Pyt} = 1$ választása mellett lettek lefuttatva.

Az első szimulációs példában $\alpha = 0^\circ$ irányítójelet adtunk a ViSoS-ra, ami azt jelenti, hogy teljes felületével a Nap felé fordul. Ez az elérhető legnagyobb tolóerő megvalósulását jelenti, azaz a napvitorlás távolodni kezd a Naptól a lehető legnagyobb gyorsulással. A 3. ábra ezt az esetet mutatja: ilyenkor a pályája mentén egyenletesen fordul a ViSoS és folyamatosan távolodik a Naptól (és a Földtől is kifelé).



(a) ViSoS szögei.

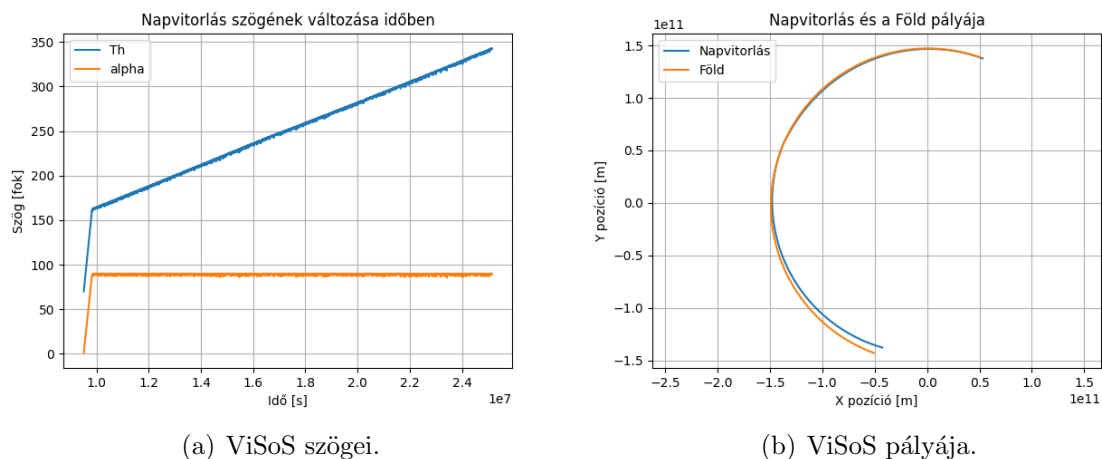


(b) ViSoS pályája.

3. ábra. ViSoS mozgása $\alpha = 0^\circ$ irányítójelet esetén.

A 4. ábra azt mutatja, amikor a ViSoS számára $\alpha = 90^\circ$ irányítójelet adunk. Mivel a szimuláció mindig $\alpha = 0^\circ$ értékkel indul, így 90 óra szükséges ahhoz, hogy ezt a kívánt

értéket ténylegesen realizálni is tudjuk. A 90° -os irányítójel azt jelenti, hogy teljesen oldalról süti a Nap a ViSoS-t, azaz nem keletkezik tolóerő a beállítás után. Ebben az esetben csak a gravitációs hatások mozgatják a napvitorlást (illetve: nagyon kis mértékben a szimulált zajok miatt a napsugárzás tolóereje is). Ennek eredménye, hogy a ViSoS a Nap felé fog mozogni inkább, azaz belül kerül a Földhöz képest a szimuláció végére.



4. ábra. ViSoS mozgása $\alpha = 90^\circ$ irányítójel esetén.

A szimulátor fejlesztési folyamata során az a tapasztalat formálódott ki bennünk, hogy nagyon jelentős a ViSoS pályájának kezdeti szakasza tekintetében, miként fogja végül befejezni azt. Ebből kifolyólag a verseny kezdeti (offline) szakaszában érdemes minél jobban beállítani a ViSoS mozgását, hogy ne kerüljünk se túlságosan kívül, se túlságosan belül a Földhöz képest, mert akkor a pályájának végén nehéz korrigálni a ViSoS mozgását.