

Wersja:

A

Numer indeksu:

Grupa¹:

8–10 s.104	8–10 s.105	8–10 s.139
8–10 s.140		
10–12 s.104	10–12 s.139	10–12 s.140

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 1, 20 listopada 2015

czas pisania: 30+60 minut

Zadanie 1 (2 punkty). Jeśli dla dowolnych formuł φ i ψ logiki pierwszego rzędu formuła $(\exists x \varphi) \Rightarrow (\exists x \psi) \Rightarrow \forall x (\varphi \Rightarrow \psi)$ jest tautologią to w prostokąt poniżej wpisz dowód tej tautologii w systemie naturalnej dedukcji. W przeciwnym przypadku wpisz odpowiedni kontrprzykład.

Zadanie 2 (2 punkty). W prostokąt poniżej wpisz dwie formuły, odpowiednio w dysjunkcyjnej i koniunkcyjnej postaci normalnej, mające następującą tabelkę zero-jedynkową.

p	q	r	φ
T	T	T	T
T	T	F	T
T	F	T	T
T	F	F	T
F	T	T	T
F	T	F	F
F	F	T	F
F	F	F	F

¹Proszę zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.

Zadanie 3 (2 punkty). Jeśli zbiór klauzul $\{\neg q \vee p, s \vee q, \neg r \vee \neg p, \neg s \vee q\}$ jest sprzeczny, to w prostokąt poniżej wpisz rezolucyjny dowód sprzeczności tego zbioru. W przeciwnym przypadku wpisz wartościowanie spełniające ten zbiór.

Zadanie 4 (2 punkty). Mówimy, że w algebrze zbiorów wyrażenie W jest uproszczeniem wyrażenia W' jeśli oba wyrażenia oznaczają ten sam zbiór, oba zawierają tylko zmienne, binarne symbole \cup, \cap, \setminus i nawiasy, oraz W zawiera mniej symboli niż W' . Np. $A \cup B$ jest uproszczeniem $(A \setminus B) \cup B$. Jeśli istnieje uproszczenie wyrażenia $A \cap ((C \cup B) \setminus B)$ to w prostokąt poniżej wpisz dowolne takie uproszczenie. W przeciwnym przypadku wpisz słowo „NIE”.

Zadanie 5 (2 punkty). Jeśli formuły $(p \Leftrightarrow q) \wedge r$ oraz $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \wedge r)$ są równoważne to w prostokąt poniżej wpisz słowo „RÓWNOWAŻNE”. W przeciwnym przypadku wpisz odpowiedni kontrprzykład.

Wersja:



Numer indeksu:

Grupa¹:

8–10 s.104	8–10 s.105	8–10 s.139
8–10 s.140		
10–12 s.104	10–12 s.139	10–12 s.140

Zadanie 6 (5 punktów). Które z poniższych zdań są prawdziwe dla wszystkich formuł φ i ψ rachunku zdań?

1. Jeśli $\varphi \Rightarrow \psi$ jest spełnialna oraz $\neg\psi$ jest tautologią, to $\neg\varphi$ jest spełnialna.
2. Jeśli $\varphi \Rightarrow \psi$ jest spełnialna oraz $\neg\psi$ jest tautologią, to φ jest spełnialna.

Podaj dowody ich prawdziwości. W pozostałych przypadkach wskaż kontrprzykłady.

Zadanie 7 (5 punktów). Udowodnij, że jeżeli dla pewnych zbiorów A i B zachodzi $A \setminus B = B \setminus A$, to $A = B$.

Zadanie 8 (5 punktów). Rozważmy odwzorowanie \mathcal{T} przyporządkowujące formułom zbudowanym ze zmiennych zdaniowych oraz spójników \vee, \wedge, \neg (i nawiasów) formuły zbudowane ze zmiennych, spójników \Rightarrow, \perp (i nawiasów) w następujący sposób.

$$\begin{aligned}\mathcal{T}(p) &= p, \quad \text{dla wszystkich zmiennych } p \\ \mathcal{T}(\varphi_1 \vee \varphi_2) &= (\mathcal{T}(\varphi_1) \Rightarrow \perp) \Rightarrow \mathcal{T}(\varphi_2) \\ \mathcal{T}(\varphi_1 \wedge \varphi_2) &= (\mathcal{T}(\varphi_1) \Rightarrow (\mathcal{T}(\varphi_2) \Rightarrow \perp)) \Rightarrow \perp \\ \mathcal{T}(\neg\varphi) &= \mathcal{T}(\varphi) \Rightarrow \perp\end{aligned}$$

Udowodnij, że dla wszystkich formuł φ zbudowanych ze zmiennych zdaniowych oraz spójników \vee, \wedge, \neg (i nawiasów) formuły φ i $\mathcal{T}(\varphi)$ są równoważne.

¹Proszę zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.

Wersja:

D

Numer indeksu:

--

Grupa¹:

8–10 s.104	8–10 s.105	8–10 s.139
8–10 s.140		
10–12 s.104	10–12 s.139	10–12 s.140

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 1, 20 listopada 2015

czas pisania: 30+60 minut

Zadanie 1 (2 punkty). Jeśli dla dowolnych formuł φ i ψ logiki pierwszego rzędu formuła $(\exists x \varphi \Rightarrow \psi) \Rightarrow (\exists x \varphi) \Rightarrow \exists x \psi$ jest tautologią to w prostokąt poniżej wpisz dowód tej tautologii w systemie naturalnej dedukcji. W przeciwnym przypadku wpisz odpowiedni kontrprzykład.

--

Zadanie 2 (2 punkty). Mówimy, że w algebrze zbiorów wyrażenie W jest uproszczeniem wyrażenia W' jeśli oba wyrażenia oznaczają ten sam zbiór, oba zawierają tylko zmienne, binarne symbole \cup, \cap, \setminus i nawiasy, oraz W zawiera mniej symboli niż W' . Np. $A \setminus B$ jest uproszczeniem $(A \cup B) \setminus B$. Jeśli istnieje uproszczenie wyrażenia $(A \cap (C \setminus B)) \cup B$ to w prostokąt poniżej wpisz dowolne takie uproszczenie. W przeciwnym przypadku wpisz słowo „NIE”.

--

¹Proszę zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.

Zadanie 3 (2 punkty). W prostokąt poniżej wpisz dwie formuły, odpowiednio w dysjunkcyjnej i koniunkcyjnej postaci normalnej, mające następującą tabelkę zero-jedynkową.

p	q	r	φ
T	T	T	T
T	T	F	T
T	F	T	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	T	F	T
F	F	T	F
F	F	F	F

Zadanie 4 (2 punkty). Jeśli zbiór klauzul $\{\neg p \vee q, \neg r \vee s, \neg q \vee \neg s, \neg p \vee r\}$ jest sprzeczny, to w prostokąt poniżej wpisz rezolucyjny dowód sprzeczności tego zbioru. W przeciwnym przypadku wpisz wartościowanie spełniające ten zbiór.

Zadanie 5 (2 punkty). Jeśli formuły $(p \Leftrightarrow q) \vee r$ oraz $(p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee r)$ są równoważne to w prostokąt poniżej wpisz słowo „RÓWNOWAŻNE”. W przeciwnym przypadku wpisz odpowiedni kontrprzykład.

Wersja:

D

Numer indeksu:

Grupa¹:

8–10 s.104	8–10 s.105	8–10 s.139
8–10 s.140		
10–12 s.104	10–12 s.139	10–12 s.140

Zadanie 6 (5 punktów). Rozważmy odwzorowanie \mathcal{T} przyporządkowujące formułom zbudowanym ze zmiennych zdaniowych oraz spójników \vee, \wedge, \neg (i nawiasów) formuły zbudowane ze zmiennych, spójników \Rightarrow, \neg (i nawiasów) w następujący sposób.

$$\begin{aligned}
 \mathcal{T}(p) &= p, \quad \text{dla wszystkich zmiennych } p \\
 \mathcal{T}(\varphi_1 \vee \varphi_2) &= \neg(\mathcal{T}(\varphi_1)) \Rightarrow \mathcal{T}(\varphi_2) \\
 \mathcal{T}(\varphi_1 \wedge \varphi_2) &= \neg(\mathcal{T}(\varphi_1) \Rightarrow \neg(\mathcal{T}(\varphi_2))) \\
 \mathcal{T}(\neg\varphi) &= \neg(\mathcal{T}(\varphi))
 \end{aligned}$$

Udowodnij, że dla wszystkich formuł φ zbudowanych ze zmiennych zdaniowych oraz spójników \vee, \wedge, \neg (i nawiasów) formuły φ i $\mathcal{T}(\varphi)$ są równoważne.

Zadanie 7 (5 punktów). Które z poniższych zdań są prawdziwe dla wszystkich formuł φ i ψ rachunku zdań?

1. Jeśli $\varphi \Rightarrow \psi$ jest tautologią oraz $\neg\psi$ jest spełnialna, to $\neg\varphi$ jest spełnialna.
2. Jeśli $\varphi \Rightarrow \psi$ jest tautologią oraz $\neg\psi$ jest spełnialna, to φ jest spełnialna.

Podaj dowody ich prawdziwości. W pozostałych przypadkach wskaż kontrprzykłady.

Zadanie 8 (5 punktów). Udowodnij, że jeżeli dla pewnych zbiorów A, B i C zachodzi $A \cap B = A \cap C$ oraz $A \cup B = A \cup C$, to $B = C$.

¹Proszę zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.