Bartosz Bednarczyk - rozw grupa B

Zad. 6 (zad 7 gr A)

a) Tak. Weźmy dowolne $A \in P(A)$. Wtedy $A = A$, więc $A \approx A$.

b) Tak. Weźmy dowolne $A, B \in P(A)$ i załóżmy, że $A \approx B$.

Jeśli $A = B$, to $B = A$, więc $B \approx A$.

w.p.p $\exists x \quad A \setminus \{x\} = B \setminus \{x\}$, ale wtedy

$B \setminus \{x\} = A \setminus \{x\}$, więc $B \approx A$.

c) Nie. $A = \emptyset$, $B = \{1\}$, $C = \{1, 2\}$

$A \approx B \wedge B \approx C \wedge \neg(A \approx C)$.

Zad. 7 (zad 6 gr A)

(a) Wystarczy wziąć $A_i = B_i = \emptyset$ dla $i \in \mathbb{N}$.

(b) Tak.

Weźmy dowolne $x \in \bigcup_{i=0}^{\infty} A_i$. Wtedy $\exists i \quad x \in A_i$.

Skoro $\mathcal{A}$ jest spleciona z $\mathcal{B}$ to $x \in B_i$, więc $x \in \bigcup_{i \in \mathbb{N}} B_i$.

Weźmy dowolne $x \in \bigcup_{i \in \mathbb{N}} B_i$. Wtedy $\exists i \quad x \in B_i$.

Ponieważ $\mathcal{A}$ jest spleciona z $\mathcal{B}$, to $x \in B_i$ implikuje $x \in A_{i+1}$.

Więc $x \in \bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i$. Zatem $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} B_i$ $\square$

c) Nie. Wystarczy wziąć $A_0 = \emptyset$, $A_1 = B_0 = B_i = \{1\}$ dla $i > 0$.

wtedy $\bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_i = \emptyset$ a $\bigcap_{i \in \mathbb{N}} B_i = \{1\}$.

Zad. 8 (zad 8 gr A)

a) Nie. Niech $A, B, C : \{1\} \to \mathbb{N}$ t.ż. $A(1) = B(1) = C(1) = 1$.

wtedy $L(1) = (A \cap (B \cup C))(1) = 1 \neq 2 = ((A \cap B) \cup (A \cap C))(1)$.

b) Tak. Weźmy dowolne $x \in S$. Wtedy

$$(A \cup (B \cap C))(x) = A(x) + \min(B(x), C(x)) = \min(A(x) + B(x), A(x) + C(x)) =$$
$$= ((A \cup B) \cap (A \cup C))(x) \quad \square$$