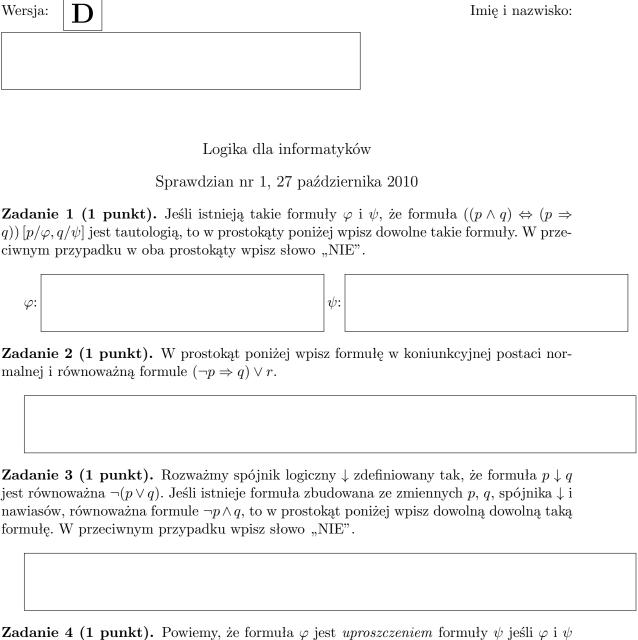


**Zadanie 4 (1 punkt).** W prostokąt poniżej wpisz formułę (o ile taka formuła istnieje), która jest prawdziwa dla dokładnie tych wartościowań zmiennych p, q, r, w których co najmniej dwie zmienne są prawdziwe. Jeśli taka formuła nie istnieje, to wpisz słowo "NIE".

| ` - ,              | . Rozważmy spójnik logiczny $\uparrow$ zdefiniowany tak, że formuła $p \uparrow q$ $q$ ). Jeśli istnieje formuła zbudowana ze zmiennych $p$ , $q$ , spójnika $\uparrow$ i |
|--------------------|---|
| viasów, równoważna | formule $p \Rightarrow q$ , to w prostokąt poniżej wpisz dowolną dowolną taką przypadku wpisz słowo "NIE".  |

**Zadanie 6 (5 punktów).** Rozważmy formuły zbudowane ze zmiennej p, spójnika  $\Leftrightarrow$  i nawiasów. Udowodnij, że jeśli w takiej formule zmienna p występuje parzystą liczbę razy, to formuła ta jest tautologią.



**Zadanie 4 (1 punkt).** Powiemy, że formuła  $\varphi$  jest *uproszczeniem* formuły  $\psi$  jeśli  $\varphi$  i  $\psi$  są równoważne oraz  $\varphi$  zawiera mniej spójników logicznych niż  $\psi$ . Jeśli istnieje uproszczenie formuły

$$(p \land \neg q \land \neg r) \lor (p \land q \land \neg r) \lor (\neg p \land q \land r)$$

to w prostokąt poniżej wpisz dowolne takie uproszczenie. W przeciwnym przypadku wpisz słowo "NIE".

| <b>Zadanie 5 (1 punkt).</b> W prostokąt poniżej wpisz formułę (o ile taka formuła istnieje), która jest prawdziwa dla dokładnie tych wartościowań zmiennych $p, q, r$ , w których co najwyżej dwie zmienne są prawdziwe. Jeśli taka formuła nie istnieje, to wpisz słowo "NIE". |  |
|---|--|
|   |  |

**Zadanie 6 (5 punktów).** Rozważmy formuły zbudowane ze zmiennych  $p_1, p_2, \ldots, p_{27}$ , spójnika  $\Leftrightarrow$  oraz nawiasów. Udowodnij, że każda taka formuła jest spełniona przez parzystą liczbę wartościowań zmiennych  $p_1, p_2, \ldots, p_{27}$ .