Wersja: **A**

Numer indeksu:	Grupa[1]:
000000	000000

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 1, 22 listopada 2013
czas pisania: 30+60 minut

Zadanie 1 (2 punkty). Jeśli formuła $((p \lor q) \Rightarrow r) \land p \land \neg r$ jest sprzeczna to w prostokąt poniżej wpisz słowo „SPRZECZNA”. W przeciwnym przypadku wpisz wartościowanie spełniające tę formułę.

SPRZECZNA

Zadanie 2 (2 punkty). W prostokąt poniżej wpisz formułę w dysjunkcyjnej postaci normalnej równoważną formule $\neg(p \Rightarrow q) \land (r \lor s)$

Zadanie 3 (2 punkty). Niech φ i ψ oznaczają formuły rachunku kwantyfikatorów być może zawierające wolne wystąpienia zmiennej x. Jeśli dla dowolnych takich formuł formuły $\forall x\,(\varphi \Rightarrow \psi)$ oraz $(\forall x\,\varphi) \Rightarrow (\forall x\,\psi)$ są równoważne, to w prostokąt poniżej wpisz słowo „RÓWNOWAŻNE”. W przeciwnym przypadku wpisz odpowiedni kontrprzykład.

$\varphi = (x = 5) \quad \psi = (x = 7)$

[1] Proszę podać dzień tygodnia, godzinę i numer sali, w której odbywają się ćwiczenia.

Zadanie 4 (2 punkty). W prostokąt poniżej wpisz dowód tautologii $p \wedge \neg q \Rightarrow \neg(p \Rightarrow q)$ w systemie naturalnej dedukcji.

Zadanie 5 (2 punkty). Jeśli inkluzja $\bigcup_{t \in T}(A_t \setminus B_t) \subseteq \bigcup_{t \in T} A_t \setminus \bigcup_{t \in T} B_t$ zachodzi dla dowolnych indeksowanych rodzin zbiorów $\{A_t\}_{t \in T}$ i $\{B_t\}_{t \in T}$, to w prostokąt poniżej wpisz słowo „TAK". W przeciwnym przypadku wpisz odpowiedni kontrprzykład.

Wersja:	**A**	Numer indeksu: 000000	Grupa[1]: 000000

Zadanie 6 (5 punktów). Które z poniższych zdań są prawdziwe dla dowolnych formuł φ i ψ rachunku zdań?

1. Jeśli φ oraz ψ są spełnialne, to $\varphi \Leftrightarrow \psi$ jest spełnialna.

2. Jeśli φ jest tautologią oraz ψ nie jest tautologią, to $\varphi \Rightarrow \psi$ nie jest tautologią.

Podaj dowody ich prawdziwości. W pozostałych przypadkach wskaż kontrprzykłady.

Zadanie 7 (5 punktów). Udowodnij, że każda formuła zbudowana wyłącznie ze zmiennej zdaniowej p i spójnika $\Rightarrow$ (oraz nawiasów) jest równoważna jednej z dwóch formuł: p lub $\top$.

Zadanie 8 (5 punktów). Mówimy, że rodzina zbiorów $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ jest *wstępująca*, jeżeli inkluzja $A_n \subseteq A_{n+1}$ zachodzi dla wszystkich $n \in \mathbb{N}$. Udowodnij, że jeśli $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ jest wstępującą rodziną zbiorów, to

$$\bigcup_{n=0}^{\infty} \bigcap_{i=n}^{\infty} A_i = \bigcup_{n=0}^{\infty} A_n.$$

[1] Proszę podać dzień tygodnia, godzinę i numer sali, w której odbywają się ćwiczenia.

Wersja: **D**

Numer indeksu: 000000

Grupa[1]: 000000

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 1, 22 listopada 2013

czas pisania: 30+60 minut

Zadanie 1 (2 punkty). Jeśli formuła $((p \vee q) \Rightarrow r) \wedge ((p \vee q) \Rightarrow \neg r)$ jest sprzeczna to w prostokąt poniżej wpisz słowo „SPRZECZNA". W przeciwnym przypadku wpisz wartościowanie spełniające tę formułę.

$\sigma(p) = \mathsf{F}, \sigma(q) = \mathsf{F}, \sigma(r) = \mathsf{F}$

Zadanie 2 (2 punkty). Niech φ i ψ oznaczają formuły rachunku kwantyfikatorów, przy czym zmienna x nie ma wolnych wystąpień w formule φ (lecz może mieć w ψ). Jeśli dla dowolnych takich formuł formuły $\varphi \Rightarrow (\forall x\, \psi)$ oraz $\forall x\, (\varphi \Rightarrow \psi)$ są równoważne, to w prostokąt poniżej wpisz słowo „RÓWNOWAŻNE". W przeciwnym przypadku wpisz odpowiedni kontrprzykład.

RÓWNOWAŻNE

Zadanie 3 (2 punkty). W prostokąt poniżej wpisz dowód tautologii

$$(p \Rightarrow q \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$$

w systemie naturalnej dedukcji.

[1] Proszę podać dzień tygodnia, godzinę i numer sali, w której odbywają się ćwiczenia.

Zadanie 4 (2 punkty). Jeśli inkluzja $\bigcap_{t\in T} A_t \setminus \bigcap_{t\in T} B_t \subseteq \bigcap_{t\in T}(A_t \setminus B_t)$ zachodzi dla dowolnych indeksowanych rodzin zbiorów $\{A_t\}_{t\in T}$ i $\{B_t\}_{t\in T}$, to w prostokąt poniżej wpisz słowo „TAK". W przeciwnym przypadku wpisz odpowiedni kontrprzykład.

Zadanie 5 (2 punkty). W prostokąt poniżej wpisz formułę w dysjunkcyjnej postaci normalnej równoważną formule $\neg((p \wedge q) \Rightarrow \neg r)$

Wersja: **D**

Numer indeksu: 000000

Grupa[1]: 000000

Zadanie 6 (5 punktów). Mówimy, że rodzina zbiorów $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ jest *wstępująca*, jeżeli inkluzja $A_n \subseteq A_{n+1}$ zachodzi dla wszystkich $n \in \mathbb{N}$. Udowodnij, że jeśli $\{A_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ jest wstępującą rodziną zbiorów, to

$$\bigcap_{n=0}^{\infty} \bigcup_{i=n}^{\infty} A_i = \bigcup_{n=0}^{\infty} A_n.$$

Zadanie 7 (5 punktów). Które z poniższych zdań są prawdziwe dla dowolnych formuł φ i ψ rachunku zdań?

1. Jeśli φ oraz ψ są spełnialne, to $\varphi \Rightarrow \psi$ jest spełnialna.
2. Jeśli φ nie jest tautologią oraz ψ nie jest tautologią, to $\varphi \Leftrightarrow \psi$ nie jest tautologią.

Podaj dowody ich prawdziwości. W pozostałych przypadkach wskaż kontrprzykłady.

Zadanie 8 (5 punktów). Udowodnij, że dla każdej formuły zbudowanej wyłącznie ze zmiennych zdaniowych i spójników $\wedge, \neg$ (oraz nawiasów) istnieje równoważna jej formuła zbudowana wyłącznie ze zmiennych zdaniowych i spójników $\vee, \neg$ (oraz nawiasów).

[1] Proszę podać dzień tygodnia, godzinę i numer sali, w której odbywają się ćwiczenia.