Wersja: **A**

Numer indeksu: 000000

Grupa[1]:

8–10 s. 5	8–10 s.103	8–10 s.104
8–10 s.105	8–10 s.140	12–14 zaaw
12–14 LPA	14–16 s.105	14–16 s.139

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 1, 21 listopada 2014

czas pisania: 30+60 minut

Zadanie 1 (2 punkty). Jeśli istnieją takie zbiory A, B, C, że $A \neq B$, $A \neq C$, $B \neq C$ oraz $A \cap (B \cup C) = B \cap (A \cup C)$, to w prostokąt poniżej wpisz dowolny przykład takich trzech zbiorów. W przeciwnym przypadku wpisz słowo „NIE”.

$$A = \{1\}, B = \{2\}, C = \{3\}$$

Zadanie 2 (2 punkty). W prostokąt poniżej wpisz formułę w dysjunkcyjnej postaci normalnej równoważną formule $\neg(p \Leftrightarrow q)$

Zadanie 3 (2 punkty). Jeśli zbiór klauzul $\{\neg p \vee r,\ \neg q \vee p,\ s \vee q,\ \neg r \vee \neg p,\ \neg s \vee q\}$ jest sprzeczny, to w prostokąt poniżej wpisz rezolucyjny dowód sprzeczności tego zbioru. W przeciwnym przypadku wpisz wartościowanie spełniające ten zbiór.

$$\dfrac{\dfrac{\neg p \vee r \qquad \neg r \vee \neg p}{\neg p} \qquad \dfrac{\dfrac{s \vee q \qquad \neg s \vee q}{q} \qquad \neg q \vee p}{p}}{\bot}$$

[1] Proszę zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.

Zadanie 4 (2 punkty). W prostokąt poniżej wpisz dowód tautologii

$$((p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow ((p \vee q) \Rightarrow r)$$

w systemie naturalnej dedukcji.

Zadanie 5 (2 punkty). Mówimy, że liczby m i n są *względnie pierwsze*, jeśli nie mają innych niż 1 wspólnych dzielników. Na przykład liczby 14 i 15 są względnie pierwsze, a 12 i 15 nie są względnie pierwsze, bo 3 jest wspólnym dzielnikiem 12 i 15. Używając tylko kwantyfikatorów, zmiennych, nawiasów, spójników $\wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$ i symboli $+, -, \times, =, \neq$ wpisz prostokąt poniżej formułę, która, interpretowana w zbiorze liczb naturalnych, mówi że liczby m i n są względnie pierwsze.

Wersja: **A**

Numer indeksu: 000000

Grupa[1]:

8–10 s. 5	8–10 s.103	8–10 s.104
8–10 s.105	8–10 s.140	12–14 zaaw
12–14 LPA	14–16 s.105	14–16 s.139

Zadanie 6 (5 punktów). Które z poniższych zdań są prawdziwe dla dowolnych formuł φ i ψ rachunku zdań?

1. Jeśli $\varphi \vee \psi$ jest spełnialna oraz ψ jest sprzeczna, to φ jest spełnialna.
2. Jeśli $\varphi \vee \psi$ jest tautologią oraz ψ jest spełnialna, to φ jest spełnialna.

Podaj dowody ich prawdziwości. W pozostałych przypadkach wskaż kontrprzykłady.

Zadanie 7 (5 punktów). Rozważmy spójnik logiczny $\oplus$ zdefiniowany tabelką

φ	ψ	$\varphi \oplus \psi$
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	F

Spójnik ten jest czasem nazywany *alternatywą wykluczającą* lub *xor*. Udowodnij przez indukcję, że każda formuła zbudowana wyłącznie ze zmiennej zdaniowej p i spójnika $\oplus$ (oraz nawiasów) jest równoważna jednej z dwóch formuł: p lub $\perp$.

Zadanie 8 (5 punktów). Niech A, B i C będą dowolnymi zbiorami. Udowodnij, że $A \subseteq A \cup B$ i $B \subseteq A \cup B$. Udowodnij, że jeśli $A \subseteq C$ oraz $B \subseteq C$, to $A \cup B \subseteq C$. Innymi słowy suma zbiorów A i B jest najmniejszym (w sensie inkluzji) zbiorem zawierającym zbiory A i B.

[1] Proszę zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.

Wersja: C

Numer indeksu: 000000

Grupa[1]:

8–10 s. 5	8–10 s.103	8–10 s.104
8–10 s.105	8–10 s.140	12–14 zaaw
12–14 LPA	14–16 s.105	14–16 s.139

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 1, 21 listopada 2014

czas pisania: 30+60 minut

Zadanie 1 (2 punkty). W prostokąt poniżej wpisz formułę w dysjunkcyjnej postaci normalnej równoważną formule $\neg(p \Rightarrow (q \wedge r))$

Zadanie 2 (2 punkty). Jeśli zbiór klauzul $\{s \vee q,\ \neg r \vee s,\ p \vee r,\ \neg q \vee \neg s,\ \neg p \vee r\}$ jest sprzeczny, to w prostokąt poniżej wpisz rezolucyjny dowód sprzeczności tego zbioru. W przeciwnym przypadku wpisz wartościowanie spełniające ten zbiór.

$\sigma(p) = \mathsf{T}$, $\sigma(q) = \mathsf{F}$, $\sigma(r) = \mathsf{T}$, $\sigma(s) = \mathsf{T}$

Zadanie 3 (2 punkty). Jeśli istnieją takie zbiory A, B, C, że $A \neq B$, $A \neq C$, $B \neq C$ oraz $A \cap (B \cup C) \neq B \cap (A \cup C)$, to w prostokąt poniżej wpisz dowolny przykład takich trzech zbiorów. W przeciwnym przypadku wpisz słowo „NIE”.

$A = \{1\}, B = \{2,3\}, C = \{3\}$

[1] Proszę zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.

Zadanie 4 (2 punkty). W prostokąt poniżej wpisz dowód tautologii

$$((p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \wedge r))$$

w systemie naturalnej dedukcji.

Zadanie 5 (2 punkty). Mówimy, że liczby m i n są *względnie pierwsze*, jeśli nie mają innych niż 1 wspólnych dzielników. Na przykład liczby 14 i 15 są względnie pierwsze, a 12 i 15 nie są względnie pierwsze, bo 3 jest wspólnym dzielnikiem 12 i 15. Używając tylko kwantyfikatorów, zmiennych, nawiasów, spójników $\wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$ i symboli $+, -, \times, =, \neq$ wpisz prostokąt poniżej formułę, która, interpretowana w zbiorze liczb naturalnych, mówi że liczby m i n *nie są* względnie pierwsze.

Wersja:	**C**	

Numer indeksu: 000000

Grupa[1]:

8–10 s. 5	8–10 s.103	8–10 s.104
8–10 s.105	8–10 s.140	12–14 zaaw
12–14 LPA	14–16 s.105	14–16 s.139

Zadanie 6 (5 punktów). Które z poniższych zdań są prawdziwe dla dowolnych formuł φ i ψ rachunku zdań?

1. Jeśli $\varphi \Leftrightarrow \psi$ jest spełnialna oraz ψ jest sprzeczna, to φ jest sprzeczna.
2. Jeśli $\varphi \Leftrightarrow \psi$ jest tautologią oraz ψ jest spełnialna, to φ jest spełnialna.

Podaj dowody ich prawdziwości. W pozostałych przypadkach wskaż kontrprzykłady.

Zadanie 7 (5 punktów). Rozważmy spójnik logiczny $\oplus$ zdefiniowany tabelką

φ	ψ	$\varphi \oplus \psi$
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	F

Spójnik ten jest czasem nazywany *alternatywą wykluczającą* lub *xor*. Udowodnij przez indukcję, że dla każdej formuły zbudowanej wyłącznie ze zmiennych zdaniowych i spójnika $\oplus$ (oraz nawiasów) istnieje równoważna jej formuła zbudowana wyłącznie ze zmiennych zdaniowych i spójników $\Leftrightarrow, \neg$ (oraz nawiasów).

Zadanie 8 (5 punktów). Niech A, B i C będą dowolnymi zbiorami. Udowodnij, że $A \cap B \subseteq A$ i $A \cap B \subseteq B$. Udowodnij, że jeśli $C \subseteq A$ oraz $C \subseteq B$, to $C \subseteq A \cap B$. Innymi słowy przekrój zbiorów A i B jest największym (w sensie inkluzji) zbiorem zawartym w zbiorach A i B.

[1]Proszę zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.