Wersja	ersja: A					Grupa ¹ : wt s.10 wt s.13 wt s.14 zaaw.	9 c	zz 8–10 s.103 zz 8–10 s.139 zz 12–14 s.103 zz 12–14 s.139	
			Logika d	lla infor	matyków	Zaaw.		212 11 5.100	
			Kolokwium r	nr 3, 17	stycznia 20)14			
Kolokwium nr 3, 17 stycznia 2014 Zadanie 1 (2 punkty). Jeśli istnieje relacja binarna na zbiorze liczb naturalnych ℕ, która jest symetryczna i przechodnia, ale nie zwrotna, to w prostokąt poniżej wpisz dowolną taką relację. W przeciwnym przypadku wpisz słowa "NIE ISTNIEJE"									
Zadanie 2 (2 punkty). Rozważmy funkcję $\varphi: \mathbb{N}^{[0,1]} \to \mathbb{N}^{[2,3]}$, która dla argumentów $f \in \mathbb{N}^{[0,1]}$ przyjmuje takie wartości $\varphi(f): [2,3] \to \mathbb{N}$, że $(\varphi(f))(x) = f(x-2) \text{mod } 3$. Jeśli funkcją φ ma funkcję odwrotną, to w prostokąt poniżej wpisz funkcję odwrotną do φ . W przeciwnym przypadku wpisz uzasadnienie, dlaczego funkcja odwrotna nie istnieje.									
Zadar	Zadanie 3 (2 punkty). Wpisz w puste pola poniższej tabelki moce odpowiednich zbiorów.								
	$\mathbb{Q}\times\mathbb{N}$	$\mathbb{N} \times \{0, 1, 2\}$	$\mathcal{P}(\mathbb{Q}\times\{0,1\})$	$\mathbb{R}^{\{0,1\}}$	$\{0,1,2\}^{\mathbb{Q}}$	$(\mathbb{Q}\setminus\mathbb{N})$	$\mathbb{Q}^{\mathbb{N}}$	$\mathcal{P}(\{a,b,c\})$	
Zadaı	nie 4 (2	punkty). W	zbiorze $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ de	efiniujem	y relację róv	wnoważnoś	ści ≈	wzorem	
$\langle m,n\rangle \approx \langle m',n'\rangle \ \stackrel{\mathrm{df}}{\Longleftrightarrow} \ \min(m,n) = \min(m',n') \wedge \max(m,n) = \max(m',n').$ W prostokąty poniżej wpisz odpowiednio moc klasy abstrakcji pary $\langle 17,42 \rangle$ oraz moc zbioru klas									
abstrakcji relacji \approx . $ [\langle 17,42\rangle]_{\approx} = $									
$ [\langle 17,42 \rangle]_{\approx} =$ $ \mathbb{N} \times \mathbb{N}/_{\approx} =$ Zadanie 5 (2 punkty). Rozważmy funkcje									
$f: (A \times B)^C \to A^{B \times C},$ $g: B \times C \to A,$ $h: C \to A \times B$									
oraz elementy $a \in A$, $b \in B$ i $c \in C$. W tym zadaniu uznamy wyrażenie za poprawne jeśli dla każdej użytej w nim funkcji jej argument należy do dziedziny tej funkcji. Np. wyrażenie $f(a)$ nie jest poprawne, bo $a \notin (A \times B)^C$. Wpisz słowo "TAK" w prostokąty obok tych spośród podanych niżej wyrażeń, które są poprawne. W pozostałe prostokąty wpisz słowo "NIE".									
g	(f(h))				()	f(g))(a)			
f	f(h(c))				(f(i))	(b,c)			

 $^{^{1}\}mathrm{Proszę}$ zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.

	Imię i Nazwisko:	Grupa ¹ :			
	IIII I I I I I I I I I I I I I I I I I	wt s.103	cz 8–10 s.103		
Wersja: Δ		wt s.139	cz 8–10 s.139		
Wersja. A		wt s.141	cz 12-14 s. 103		
		zaaw.	cz 12-14 s. 139		

Zadanie 6 (5 punktów). W zbiorze $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ wszystkich funkcji z \mathbb{N} w \mathbb{N} definiujemy relację równoważności \simeq wzorem

$$f \simeq g \iff f(42) = g(42).$$

Jaką moc ma zbiór klas abstrakcji $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}/_{\simeq}$ relacji \simeq ? Uzasadnij odpowiedź.

Zadanie 7 (5 punktów). Niech A, B i C będą niepustymi zbiorami. Udowodnij, że jeśli $|A| \leq |B|$ to $|C^A| \leq |C^B|$.

Zadanie 8 (5 punktów). Udowodnij, że zbiór

$$\{f \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \mid f : \mathbb{N} \to \mathbb{R} \text{ jest r\'ożnowartościowa}\}$$

ma moc continuum.

 $^{^{1}\}mathrm{Proszę}$ zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.

		Т	mie i Nazwis	sko:		(Grupa ¹ :			_
	Imię i Nazwisko:						wt s.103		-10 s.103	
Wersja:	$ \mathbf{R} $						wt s.139		$\frac{-10 \text{ s.}139}{14}$	
							wt s.141 zaaw.		$\frac{-14 \text{ s.} 103}{-14 \text{ s.} 139}$	
		_	т	·1 11 · c			zaaw.	CZ1Z	14 5.100	<u>'</u>
			Log	ika dla inf	ormat	tykow				
			Kolokwi	um nr 3, 1	7 styc	eznia 2014				
na i syn	ie 1 (2 punk netryczna, a zypadku wpi	le nie prz	echodnia, to	w prostoką			_		_	
					- NI	NI				- N
przyjmu odwrotr	ie 2 (2 pun nje takie war ną, to w pro nienie, dlacze	tości $\varphi(f)$ ostokąt p	$): \mathbb{N} \to [2,3]$ oniżej wpisz	$ \text{, ie } (\varphi(f)) $ funkcję od	(n) = lwrotr	$f(n \mod 3)$	(3) + 2. Jeśli	i funk	cja φ ma	funkcję
	2 0 (0	1.) 777	• ,	1	• ,	1 11 .	1 .	1 . 1	1. /	
Zadani	le 3 (2 pun				_		_			
	$\mathcal{P}(\mathbb{N} \times \mathbb{Q})$	$\mathbb{N} \times \mathbb{N}$	$\{0,1\} \times \mathbb{Q}$	$\{a,b,c\}^{\mathbb{N}}$	$N_{\mathbb{Q}}$	$\mathbb{R}\setminus[0,1]$	$\mathcal{P}(\{0,1,2\})$	(2,3)	$\mathbb{N}^{\{0,1\}}$	
		_ \								I
Zadani	le 4 (2 pun	kty). W	zbiorze $\mathbb{N} \times \langle m, n \rangle \approx \langle r \rangle$	_	-			\approx wzc	orem	
			, , ,	,						
_	tokąty poniż relacji ≈.	ej wpisz (odpowiednio	moc klasy	abstra	akcji pary	$\langle 0, 42 \rangle$ oran	z moc	zbioru k	las abs-
$ [\langle 0,42\rangle]_{\approx} = \boxed{ \qquad \qquad \mathbb{N}\times\mathbb{N}/_{\approx} = }$										
Zadanie 5 (2 punkty). Rozważmy funkcje										
$f : (A \times B)^C \to C^{A \times B},$ $q : A \times B \to C,$										
$egin{array}{ll} g & . & A imes B ightarrow C, \ h & : & C ightarrow A imes B \end{array}$										
każdej u poprawi	ementy $a \in$ nizytej w nimne, bo $a \notin$ (h, które są p	funkcji j $(A \times B)^C$	$B ext{ i } c \in C.$ ej argument . Wpisz słov	W tym za należy do wo "TAK"	daniu dziedz w pro	iny tej fun stokąty ob	kcji. Np. v ok tych sp	vyraże	enie $f(a)$	nie jest
(f	f(h))(a,b)					(;	f(c))(a,b)			
(f((h))(h(c))						g(f(h))			

 $^{^{1}\}mathrm{Proszę}$ zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.

		Imię i Nazwisko:	(Grupa ¹ :	
		innę i ivazwisko.		wt s.103	cz 8-10 s.103
Wersja:	В			wt s.139	cz 8–10 s.139
				wt s.141	cz 12-14 s. 103
				zaaw.	cz12–14 s.139

Zadanie 6 (5 punktów). W zbiorze $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ wszystkich funkcji z \mathbb{N} w \mathbb{N} definiujemy relację równoważności \simeq wzorem

$$f \simeq g \iff f(42) = g(42).$$

Rozważmy funkcję identycznościową $id: \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \ id(n) = n.$ Jaką moc ma klasa abstrakcji $[id]_{\simeq}$? Uzasadnij odpowiedź.

Zadanie 7 (5 punktów). Udowodnij, że jeśli $|A| \leq |B|$ to $|\mathcal{P}(A)| \leq |\mathcal{P}(B)|$.

Zadanie 8 (5 punktów). Udowodnij, że zbiór

$$\{f \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}} \mid f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \text{ jest "na"} \}$$

ma moc continuum.

 $^{^{1}\}mathrm{Proszę}$ zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.