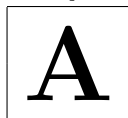


Wersja:



Numer indeksu:

--

Grupa¹:

s. 4	s. 5	s. 103	s. 104
s. 105	s. 139	s. 140	nie chodzę na ćwiczenia

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 1, 8 listopada 2019

Czas pisania: 30+60 minut

Zadanie 1 (2 punkty). Wpisz słowo „TAK” w te spośród krerek poniższej tabelki, które odpowiadają pełnym zbiorom spójników logicznych. W pozostałe prostokąty wpisz słowo „NIE”.

\wedge, \vee	\wedge, \vee, \neg	\wedge, \Rightarrow	\neg	\vee, \neg	\vee, \Leftrightarrow	$\wedge, \neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

Zadanie 2 (2 punkty). Podaj formułę równoważną formule $(\neg p) \Leftrightarrow (q \vee \neg r)$ i mającą:

(a) koniunkcyjną postać normalną (CNF)

--

(b) dysjunkcyjną postać normalną (DNF)

--

¹Proszę zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.

Zadanie 3 (2 punkty). W prostokąty obok tych zbiorów klauzul, które są sprzeczne, wpisz rezolucyjny dowód sprzeczności danego zbioru. W pozostałe prostokąty wpisz wartościowanie spełniające dany zbiór.

(a) $\{\neg q, \neg r \vee \neg s, q \vee s, r \vee q\}$

(b) $\{q, \neg r \vee \neg s, q \vee s, r \vee q\}$

Zadanie 4 (2 punkty). Jeśli to możliwe, wpisz w prostokąty poniżej takie spójniki logiczne, aby otrzymana formuła była tautologią. W przeciwnym przypadku napisz obok słowo „NIE-MOŻLIWE”.

$$\neg(p \boxed{} q) \boxed{} (p \boxed{} \neg q)$$

Zadanie 5 (2 punkty). Wpisz słowo „TAK” w te prostokąty, które odpowiadają logicznym konsekwencjom zbioru formuł $\{p, \neg q\}$. W pozostałe prostokąty wpisz słowo „NIE”.

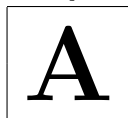
$p \wedge q$

$p \wedge \neg q$

$q \Rightarrow \neg p$

$\neg(p \wedge q)$

Wersja:



Numer indeksu:

Grupa¹:

s. 4	s. 5	s. 103	s. 104
s. 105	s. 139	s. 140	nie chodzę na ćwiczenia

Zadanie 6 (5 punktów). Czy dla dowolnych formuł zdaniowych φ oraz ψ spełnione są następujące zdania? Uzasadnij odpowiedź.

- (a) Jeśli formuła $\varphi \vee \psi$ jest tautologią oraz φ jest sprzeczna, to ψ jest tautologią.
- (b) Jeśli formuła $\varphi \Rightarrow \psi$ jest tautologią oraz $\neg\varphi$ jest spełnialna, to ψ jest spełnialna.

Zadanie 7 (5 punktów). Rozważmy spójnik logiczny \oplus zdefiniowany tabelką

φ	ψ	$\varphi \oplus \psi$
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	F

Spójnik ten jest czasem nazywany *alternatywą wykluczającą* lub *xor*. Udowodnij za pomocą indukcji, że każda formuła zbudowana wyłącznie ze zmiennej zdaniowej p i spójników \oplus i \vee (oczywiście wolno używać nawiasów) jest równoważna jednej z dwóch formuł: p lub \perp . Sformułuj zasadę indukcji, z której korzystasz w dowodzie.

Zadanie 8 (5 punktów). Udowodnij za pomocą indukcji, że dla wszystkich liczb naturalnych $n > 0$ liczba $2^{(2^n)} - 1$ jest podzielna przez 3. Sformułuj zasadę indukcji, z której korzystasz w dowodzie.

¹Proszę zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.

Wersja:

D

Numer indeksu:

Grupa¹:

s. 4	s. 5	s. 103	s. 104
s. 105	s. 139	s. 140	nie chodzę na ćwiczenia

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 1, 8 listopada 2019

Czas pisania: 30+60 minut

Zadanie 1 (2 punkty). Podaj formułę równoważną formule $\neg((p \Rightarrow \neg q) \wedge (q \Rightarrow r))$ i mającą:

(a) koniunkcyjną postać normalną (CNF)

(b) dysjunkcyjną postać normalną (DNF)

Zadanie 2 (2 punkty). Jeśli to możliwe, wpisz w prostokąty poniżej takie spójniki logiczne, aby otrzymana formuła była tautologią. W przeciwnym przypadku napisz obok słowo „NIE-MOŻLIWE”.

$$(p \square q) \square (p \square \neg q)$$

¹Proszę zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.

Zadanie 3 (2 punkty). Wpisz słowo „TAK” w te spośród kratek poniższej tabelki, które odpowiadają pełnym zbiorom spójników logicznych. W pozostałe prostokąty wpisz słowo „NIE”.

\wedge, \vee, \neg	\vee, \Rightarrow	\wedge, \vee	\wedge, \neg	\vee	$\vee, \neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow$	\wedge, \Leftrightarrow

Zadanie 4 (2 punkty). Wpisz słowo „TAK” w te prostokąty, które odpowiadają logicznym konsekwencjom zbioru formuł $\{\neg p, q\}$. W pozostałe prostokąty wpisz słowo „NIE”.

$$p \vee q$$

$$p \wedge \neg q$$

$$q \Rightarrow \neg p$$

$$\neg(p \wedge q)$$

Zadanie 5 (2 punkty). W prostokąty obok tych zbiorów klauzul, które są sprzeczne, wpisz rezolucyjny dowód sprzeczności danego zbioru. W pozostałe prostokąty wpisz wartościowanie spełniające dany zbiór.

(a) $\{\neg p \vee r, r \vee \neg q, q \vee r, r \vee p\}$

(b) $\{\neg p \vee r, \neg r \vee \neg q, q \vee \neg r, r \vee p\}$

Wersja:

D

Numer indeksu:

--

Grupa¹:

s. 4	s. 5	s. 103	s. 104
s. 105	s. 139	s. 140	nie chodzę na ćwiczenia

Zadanie 6 (5 punktów). Rozważmy spójnik logiczny \oplus zdefiniowany tabelką

φ	ψ	$\varphi \oplus \psi$
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	F

Spójnik ten jest czasem nazywany *alternatywą wykluczającą* lub *xor*. Udowodnij za pomocą indukcji, że każda formuła zbudowana wyłącznie ze zmiennej zdaniowej p i spójników \oplus i \wedge (oczywiście wolno używać nawiasów) jest równoważna jednej z dwóch formuł: p lub \perp . Sformułuj zasadę indukcji, z której korzystasz w dowodzie.

Zadanie 7 (5 punktów). Czy dla dowolnych formuł zdaniowych φ oraz ψ spełnione są następujące zdania? Uzasadnij odpowiedź.

- (a) Jeśli formuła $\varphi \vee \psi$ jest spełnialna oraz φ jest sprzeczna, to ψ jest spełnialna.
- (b) Jeśli formuła $\varphi \Rightarrow \psi$ jest tautologią oraz $\neg\varphi$ jest spełnialna, to $\neg\psi$ jest spełnialna.

Zadanie 8 (5 punktów). Udowodnij za pomocą indukcji, że dla wszystkich liczb naturalnych n liczba $(2n + 1)^2 - 1$ jest podzielna przez 8. Sformułuj zasadę indukcji, z której korzystasz w dowodzie.

¹Proszę zakreślić właściwą grupę ćwiczeniową.