Wersja: **A** Numer indeksu:

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 2, 1 grudnia 2011

Rozwiązania wszystkich zadań powinny zmieścić się w odpowiednich prostokątach lub na odwrocie tej kartki.

Zadanie 1 (4 punkty). Niech $R = \{\langle m, m+2\rangle \mid m \in \mathbb{N}\}$. W prostokąt poniżej wpisz taką formułę φ, że $\{\langle m, n\rangle \mid \varphi\}$ jest przechodnim domknięciem relacji R.

Zadanie 2 (4 punkty). W prostokąt poniżej wpisz dowód tautologii $\exists x\, \varphi \Rightarrow \exists x\, (\varphi \vee \psi)$ w systemie naturalnej dedukcji.

Zadanie 3 (4 punkty). Jeśli inkluzja $\bigcup_{t,s\in T} (A_t \cap B_s) \subseteq \bigcup_{t\in T} (A_t \cap B_t)$ zachodzi dla dowolnych indeksowanych rodzin zbiorów $\{A_t\}_{t\in T}$ i $\{B_t\}_{t\in T}$, to w prostokąt poniżej wpisz słowo „TAK". W przeciwnym przypadku wpisz odpowiedni kontrprzykład.

Zadanie 4 (4 punkty). Udowodnij, że dla dowolnych zbiorów A i B zachodzi równość $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$.

Zadanie 5 (4 punkty). Rozważmy relację binarną $R \subseteq A \times A$. Definiujemy $R^1 = R$ oraz $R^{n+1} = R^n R$ dla wszystkich $n \geq 1$.

Udowodnij, że dla wszystkich liczb naturalnych $i, j \geq 1$ zachodzi równość $R^i R^j = R^{i+j}$.

Wskazówka: indukcja względem j.

Wersja: **C** Numer indeksu:

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 2, 1 grudnia 2011

Rozwiązania wszystkich zadań powinny zmieścić się w odpowiednich prostokątach lub na odwrocie tej kartki.

Zadanie 1 (4 punkty). Niech $R = \{\langle m, m+m\rangle \mid m \in \mathbb{N}\}$. W prostokąt poniżej wpisz taką formułę φ, że $\{\langle m, n\rangle \mid \varphi\}$ jest przechodnim domknięciem relacji R.

Zadanie 2 (4 punkty). W prostokąt poniżej wpisz dowód tautologii $\exists x\,(\varphi \wedge \psi) \Rightarrow \exists x\,\varphi$ w systemie naturalnej dedukcji.

Zadanie 3 (4 punkty). Jeśli inkluzja $\bigcap_{t\in T}(A_t \cup B_t) \subseteq \bigcap_{t\in T} A_t \cup \bigcap_{t\in T} B_t$ zachodzi dla dowolnych indeksowanych rodzin zbiorów $\{A_t\}_{t\in T}$ i $\{B_t\}_{t\in T}$, to w prostokąt poniżej wpisz słowo „TAK”. W przeciwnym przypadku wpisz odpowiedni kontrprzykład.

Zadanie 4 (4 punkty). Udowodnij, że dla dowolnych zbiorów A i B zachodzi inkluzja $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cup B)$. Czy dla wszystkich zbiorów A, B zachodzi także inkluzja odwrotna?

Zadanie 5 (4 punkty). Rozważmy relację binarną $R \subseteq A \times A$. Definiujemy $R^1 = R$ oraz $R^{n+1} = R^n R$ dla wszystkich $n \geq 1$.

Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ zachodzi równość $R^n R = R R^n$.