

Wersja:

A

Imię i Nazwisko:

Grupa¹:

wt	8–10	103	139
cz	10–12	105	141
	12–14		

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 2, 13 grudnia 2013

Zadanie 1 (2 punkty). Rozważmy zbiór czteroelementowy $A = \{a, b, c, d\}$. W prostokąt poniżej wpisz liczbę takich relacji równoważności na zbiorze A , w których klasa abstrakcji $[a]$ ma dokładnie dwa elementy.

Zadanie 2 (2 punkty). Niech $R = \{\langle m, m + 2 \rangle \mid m \in \mathbb{N}\}$. W prostokąt poniżej wpisz taką formułę φ , że $\{\langle m, n \rangle \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid \varphi\}$ jest przechodnim domknięciem relacji R .

Zadanie 3 (2 punkty). Jeśli równość $f^{-1}(f(X) \setminus Y) = X \setminus f^{-1}(Y)$ zachodzi dla wszystkich funkcji $f : A \rightarrow B$ i wszystkich zbiorów $X \subseteq A$ i $Y \subseteq B$, to w prostokąt poniżej wpisz słowo „TAK”. W przeciwnym przypadku wpisz odpowiedni kontrprzykład.

Zadanie 4 (2 punkty). Niech funkcja $f : \mathbb{N} \times \{0, 1\} \rightarrow \mathbb{N}$ będzie zadana wzorem $f(x, y) = 2x + y$. Jeśli istnieje funkcja odwrotna do f to w prostokąt poniżej wpisz tę funkcję. W przeciwnym przypadku wpisz „NIE ISTNIEJE”.

Zadanie 5 (2 punkty). Rozważmy zbiory osób O , barów B i soków S oraz relacje $Bywa \subseteq O \times B$, $Lubi \subseteq O \times S$ i $Podaję \subseteq B \times S$ informujące odpowiednio o tym jakie osoby bywają w jakich barach, jakie osoby lubią jakie soki oraz jakie bary podają jakie soki. W prostokąt poniżej wpisz taką formułę φ , że $\{x \mid \varphi\}$ jest zapytaniem relacyjnego rachunku dziedzin oznaczającym wykaz barów, w których bywają wszystkie osoby lubiące sok *Malinowy*.

¹Proszę zakreślić dzień tygodnia, godzinę i numer sali, w której odbywają się ćwiczenia.

Wersja:

A

Imię i Nazwisko:

Grupa¹:

wt	8–10	103	139
cz	10–12	105	141
	12–14		

Zadanie 6 (5 punktów). Rozważmy funkcję $f : \mathcal{P}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$ zadaną wzorem $f(X) = \{2x \mid x \in X\}$. Udowodnij, że f jest różnowartościowa. Czy f jest bijekcją? Uzasadnij odpowiedź.

Zadanie 7 (5 punktów). Niech R i S będą relacjami równoważności na zbiorze A . Udowodnij, że jeśli relacja SR jest symetryczna to $SR = RS$.

Zadanie 8 (5 punktów). Dla relacji binarnej $S \subseteq A \times A$ definiujemy $S^1 = S$ oraz $S^{n+1} = SS^n$ dla wszystkich $n \geq 1$. W następującym zadaniu możesz skorzystać z własności, że dla wszystkich takich relacji S zachodzi równość $SS^n = S^nS$.

Rozważmy relację binarną $R \subseteq A \times A$. Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ relacja $(R \cup R^{-1})^n$ jest symetryczna.

¹Proszę zakreślić dzień tygodnia, godzinę i numer sali, w której odbywają się ćwiczenia.

Wersja:

B

Imię i Nazwisko:

Grupa¹:

wt	8–10	103	139
cz	10–12	105	141
	12–14		

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 2, 13 grudnia 2013

Zadanie 1 (2 punkty). Rozważmy zbiór trzeylementowy $A = \{a, b, c\}$. W prostokąt poniżej wpisz liczbę takich relacji równoważności na zbiorze A , które mają dokładnie dwie klasy abstrakcji.

Zadanie 2 (2 punkty). Niech $R = \{\langle m, n \rangle \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid |m - n| = 2\}$. W prostokąt poniżej wpisz taką formułę φ , że $\{\langle m, n \rangle \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid \varphi\}$ jest przechodnim domknięciem relacji R .

Zadanie 3 (2 punkty). Jeśli równość $f(f^{-1}(Y) \setminus X) = Y \setminus f(X)$ zachodzi dla wszystkich funkcji $f : A \rightarrow B$ i wszystkich zbiorów $X \subseteq A$ i $Y \subseteq B$, to w prostokąt poniżej wpisz słowo „TAK”. W przeciwnym przypadku wpisz odpowiedni kontrprzykład.

Zadanie 4 (2 punkty). Niech funkcja $f : \mathbb{Z} \times [0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ będzie zadana wzorem $f(x, y) = x + y$. Jeśli istnieje funkcja odwrotna do f to w prostokąt poniżej wpisz tę funkcję. W przeciwnym przypadku wpisz „NIE ISTNIEJE”.

Zadanie 5 (2 punkty). Rozważmy zbiory osób O , barów B i soków S oraz relacje $Bywa \subseteq O \times B$, $Lubi \subseteq O \times S$ i $Podają \subseteq B \times S$ informujące odpowiednio o tym jakie osoby bywają w jakich barach, jakie osoby lubią jakie soki oraz jakie bary podają jakie soki. W prostokąt poniżej wpisz taką formułę φ , że $\{x \mid \varphi\}$ jest zapytaniem relacyjnego rachunku dziedzin oznaczającym wykaz barów, w których bywają tylko osoby lubiące sok *Malinowy*.

¹Proszę zakreślić dzień tygodnia, godzinę i numer sali, w której odbywają się ćwiczenia.

Wersja:

B

Imię i Nazwisko:

--

Grupa¹:

wt	8–10	103	139
cz	10–12	105	141
	12–14		

Zadanie 6 (5 punktów). Rozważmy funkcję $f : \mathcal{P}(\mathbb{N}) \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$ zadaną wzorem $f(X) = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x \in X\}$. Udowodnij, że f jest „na”. Czy f jest bijekcją? Uzasadnij odpowiedź.

Zadanie 7 (5 punktów). Niech R i S będą relacjami równoważności na zbiorze A . Udowodnij, że jeśli relacja SR jest przechodnia to jest też symetryczna.

Zadanie 8 (5 punktów). Rozważmy relację binarną $R \subseteq A \times A$. Definiujemy $R^1 = R$ oraz $R^{n+1} = RR^n$ dla wszystkich $n \geq 1$.

Udowodnij, że dla każdej relacji równoważności S zawierającej R oraz dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ relacja $(R \cup R^{-1})^n$ jest zawarta w S .

¹Proszę zakreślić dzień tygodnia, godzinę i numer sali, w której odbywają się ćwiczenia.