Wersja: **A**

Numer indeksu:

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 1, 3 listopada 2011

Rozwiązania wszystkich zadań powinny zmieścić się w odpowiednich prostokątach lub na odwrocie tej kartki.

Zadanie 1 (4 punkty). W prostokąt poniżej wpisz formułę w dysjunkcyjnej postaci normalnej równoważną formule $\neg(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee \neg q)$

Zadanie 2 (4 punkty). W prostokąt poniżej wpisz dowód tautologii $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$ w systemie naturalnej dedukcji.

Zadanie 3 (4 punkty). Jeśli dla wszystkich formuł φ i ψ logiki pierwszego rzędu formuły $\exists x\, (\varphi \Leftrightarrow \psi)$ oraz $(\exists x\, \varphi) \Leftrightarrow (\exists x\, \psi)$ są równoważne, to w prostokąt poniżej wpisz słowo

„RÓWNOWAŻNE”. W przeciwnym przypadku wpisz odpowiedni kontrprzykład.

Zadanie 4 (4 punkty). Udowodnij, że jeśli $\varphi_1 \wedge \neg\varphi_2$ jest formułą sprzeczną to $\neg\varphi_1 \vee \varphi_2$ jest tautologią.

Zadanie 5 (4 punkty). Udowodnij indukcyjnie[1] (względem głębokości φ), że dla każdej formuły φ rachunku zdań istnieje równoważna jej formuła, w której nie występuje symbol $\Leftrightarrow$.

[1] To jest zadanie z indukcji. Nie interesują nas żadne inne dowody tej własności.

Wersja: C

Numer indeksu:

Logika dla informatyków

Sprawdzian nr 1, 3 listopada 2011

Rozwiązania wszystkich zadań powinny zmieścić się w odpowiednich prostokątach lub na odwrocie tej kartki.

Zadanie 1 (4 punkty). W prostokąt poniżej wpisz formułę w dysjunkcyjnej postaci normalnej równoważną formule $(p \vee q) \wedge \neg(r \wedge p)$

Zadanie 2 (4 punkty). W prostokąt poniżej wpisz dowód reguły dowodzenia nie wprost, czyli tautologii $(\neg p \Rightarrow \bot) \Rightarrow p$ w systemie naturalnej dedukcji.

Zadanie 3 (4 punkty). Jeśli dla wszystkich formuł φ i ψ logiki pierwszego rzędu formuły $\forall x\,(\varphi \Leftrightarrow \psi)$ oraz $(\forall x\,\varphi) \Leftrightarrow (\forall x\,\psi)$ są równoważne, to w prostokąt poniżej wpisz słowo „RÓWNOWAŻNE”. W przeciwnym przypadku wpisz odpowiedni kontrprzykład.

Zadanie 4 (4 punkty). Rozważmy dowolny zbiór klauzul $\mathcal{F}$.

(a) Rozważmy taki ciąg klauzul $C_1, \ldots, C_n$, że dla wszystkich $i \in \{1, \ldots, n\}$ $C_i \in \mathcal{F}$ lub istnieją takie $j, k < i$, że C_i jest rezolwentą C_j i C_k. Udowodnij, że dla wszystkich i klauzula C_i jest logiczną konsekwencją zbioru klauzul $\mathcal{F}$. Możesz przy tym skorzystać z udowodnionego na ćwiczeniach faktu, że dla dowolnych klauzul C i D oraz dowolnej zmiennej zdaniowej p rezolwenta $C \vee D$ jest logiczną konsekwencją zbioru $\{C \vee p, D \vee \neg p\}$.

(b) Udowodnij, że jeśli istnieje rezolucyjny dowód sprzeczności zbioru $\mathcal{F}$, to $\mathcal{F}$ jest zbiorem sprzecznym. Możesz przy tym skorzystać z poprzedniego punktu, nawet jeśli go nie udowodniłeś.

Zadanie 5 (4 punkty). Udowodnij, że jeśli $\varphi_1 \Rightarrow \varphi_2$ jest tautologią rachunku zdań to $\varphi_1 \wedge \neg\varphi_2$ jest formułą sprzeczną.