DEFINICJA

**Rozkład gamma
(parametry, gęstość, MGF)**

TEORIA STATYSTYKI

DEFINICJA

**Rozkład chi kwadrat
(parametry, gęstość, MGF)**

TEORIA STATYSTYKI

DEFINICJA

**Rozkład beta
(parametry, gęstość)**

TEORIA STATYSTYKI

TWIERDZENIE

Zależności między rozkładami beta, gamma, chi kwadrat

TEORIA STATYSTYKI

DEFINICJA

**Rozkład normalny
(parametry, gęstość, MGF)**

TEORIA STATYSTYKI

DEFINICJA

**Wielowymiarowy rozkład normalny
(parametry, gęstość, MGF)**

TEORIA STATYSTYKI

TWIERDZENIE

Przekształcenie liniowe wielowymiarowego rozkładu normalnego

TEORIA STATYSTYKI

TWIERDZENIE

Rozkłady brzegowe w wielowymiarowym rozkładzie normalnym

TEORIA STATYSTYKI

DEFINICJA

**Rozkład t-Studenta
(parametry, i otrzymywanie z innych rozkładów)**

TEORIA STATYSTYKI

TWIERDZENIE

Twierdzenie Studenta

TEORIA STATYSTYKI

Parametry: $r > 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(r/2)2^{r/2}} x^{r/2-1} e^{-x/2}, x \in (0, \infty) \\ 0, \text{w p.p.} \end{cases}$$

$$M_X(t) = (1-2t)^{-r/2}, t < \frac{1}{2}$$

Parametry: $\alpha > 0, \beta > 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}, \quad x \in (0, \infty) \\ 0, \text{w p.p.} \end{cases}$$

$$M_X(t) = \left(\frac{1}{1-\beta t}\right)^\alpha, t < \frac{1}{\beta}$$

- $\Gamma(r/2, 2) \stackrel{d}{=} \chi^2(r)$
- $\Gamma(1, \frac{1}{\lambda}) \stackrel{d}{=} \mathcal{E}(\lambda)$
- $\sum_{i=1}^n \Gamma(\alpha_i, \beta) \stackrel{d}{=} \Gamma(\sum_{i=1}^n \alpha_i, \beta)$
- $\sum_{i=1}^n \chi^2(r_i) \stackrel{d}{=} \chi^2(\sum_{i=1}^n r_i)$

Parametry: $\alpha > 0, \beta > 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}, x \in (0,1) \\ 0, \text{w p.p.} \end{cases}$$

Parametry: $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{\Sigma} \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ symetryczna, dodatnio określona

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}|\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})\right\}$$

$$M_x(\mathbf{t}) = \exp\{\mathbf{t}^T\boldsymbol{\mu} + \frac{1}{2}\mathbf{t}^T\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{t}\}$$

Parametry: $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma^2 > 0$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$M_X(t) = e^{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2}$$

Niech $\mathbf{X}$ ma rozkład $\mathcal{N}_n(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$, gdzie
$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}_1 \\ \boldsymbol{\mu}_2 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{11} & \boldsymbol{\Sigma}_{12} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{21} & \boldsymbol{\Sigma}_{22} \end{bmatrix}$.
Wtedy $\mathbf{X_1}$ ma rozkład $\mathcal{N}_m(\boldsymbol{\mu_1}, \boldsymbol{\Sigma}_{11})$.
Ponadto $\mathbf{X_1}$, $\mathbf{X_2}$ są niezależne wtw., gdy $\boldsymbol{\Sigma}_{12} = \mathbf{0}$.

Niech $\mathbf{X}$ ma rozkład $\mathcal{N}_n(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$. Niech
$\mathbf{A} \in M_{m\times n}(\mathbb{R})$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$.
Wtedy $\mathbf{AX} + \mathbf{b}$ ma rozkład $\mathcal{N}_m(\mathbf{A}\boldsymbol{\mu} + \mathbf{b}, \mathbf{A}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{A}^T)$.

Niech $X_1, X_2, \ldots, X_n$ będą i.i.d. zmiennymi z rozkładu $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Oznaczmy $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$, $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2$. Wtedy:

- $\overline{X}$ ma rozkład $\mathcal{N}(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.
- $\overline{X}$ i S^2 są niezależne.
- $(n-1)S^2/\sigma^2$ ma rozkład $\chi^2(n-1)$.
- Zmienna $T = \frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$ ma rozkład Studenta z $n-1$ stopniami swobody.

Parametr: $r > 0$
Niech $W \sim \mathcal{N}(0,1)$, $V \sim \chi^2(r)$. Wtedy

$$T = \frac{W}{\sqrt{V/r}}$$

ma rozkład Studenta z r stopniami swobody.

Definicja

Rozkład F-Snedecora (parametry i otrzymywanie z innych rozkładów)

Teoria statystyki

Definicja

Zbieżność wg prawdopodobieństwa

Teoria statystyki

Twierdzenie

Słabe prawo wielkich liczb

Teoria statystyki

Definicja

Estymator zgodny

Teoria statystyki

Definicja

Zbieżność wg rozkładu

Teoria statystyki

Definicja

Ograniczenie w prawdopodobieństwie

Teoria statystyki

Twierdzenie

Twierdzenia o Δ-metodzie

Teoria statystyki

Twierdzenie

Zbieżność MGF a zbieżność wg rozkładu

Teoria statystyki

Twierdzenie

Centralne twierdzenie graniczne

Teoria statystyki

Twierdzenie

Rozkład łączny i brzegowy statystyk porządkowych

Teoria statystyki

Mówimy, że ciąg zmiennych losowych $\{X_n\}$ zbiega wg prawdodpobieństwa do X, jeżeli dla każdego $\epsilon > 0$

$$\lim_{n\to\infty} P(|X_n - X| \geq \epsilon) = 0.$$

Parametry: r_1, $r_2 > 0$
Niech $U \sim \chi^2(r_1)$, $V \sim \chi^2(r_2)$. Wtedy zmienna

$$W = \frac{U/r_1}{V/r_2}$$

ma rozkład Snedecora z r_1 stopniami swobody w liczniku i r_2 w mianowniku.

Niech zmienna X ma gęstość $f(x, \theta), \theta \in \Omega$. Niech $X_1, X_2, \ldots, X_n$ będzie próbką z rozkładu X i niech T_n oznacza statystykę. T_n nazywamy zgodnym estymatorem θ, jeżeli

$$T_n \xrightarrow{P} \theta.$$

Niech $\{X_n\}$ będzie ciągiem i.i.d. zmiennych losowych o średniej μ i wariancji $\sigma^2 < \infty$. Wtedy

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \xrightarrow{P} \mu.$$

Mówimy, że ciąg zmiennych losowych $\{X_n\}$ jest ograniczony w prawdopodobieństwie, jeżeli dla każdego $\epsilon > 0$ istnieją $B_\epsilon > 0$ i indeks N_ϵ takie, że

$$n \geq N_\epsilon \Rightarrow P(|X_n| \leq B_\epsilon) \geq 1 - \epsilon$$

.

Mówimy, że ciąg zmiennych losowych $\{X_n\}$ zbiega wg rozkładu do X, jeżeli dla każdego punktu ciągłości x dystrybuanty F_X mamy

$$\lim_{n\to\infty} F_{X_n}(x) = F_X(x).$$

Niech $\{X_n\}$ będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że $M_{X_n}(t)$ istnieją dla $t \in (-h, h)$. Niech X będzie zmienną losową taką, że $M_X(t)$ istnieje dla $t \in [-h_1, h_1] \subseteq [-h, h]$. Jeżeli dla $t \in [-h_1, h_1]$ mamy $\lim_{n\to\infty} M_{X_n}(t) = M_X(t)$, to $X_n \xrightarrow{D} X$.

- Niech $\{Y_n\}$ będzie ciągiem zmiennych losowych ograniczonych w prawdopodobieństwie. Załóżmy, że $X_n = o_p(Y_n)$. Wtedy $X_n \xrightarrow{P} 0$.
- Niech $\{X_n\}$ będzie ciągiem zmiennych losowych takich, że $\sqrt{n}(X_n - \theta) \xrightarrow{D} \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Załóżmy, że $g(x)$ jest różniczkowalna w θ i $g'(\theta) \neq 0$. Wtedy $\sqrt{n}(g(X_n) - g(\theta)) \xrightarrow{D} \mathcal{N}(0, \sigma^2(g'(\theta))^2)$.

$$g(y_1, y_2, \ldots, y_n) = \begin{cases} n! \prod_{i=1}^{n} f(y_i), y_i \text{ rosnąco} \\ 0, \text{w p.p.} \end{cases}$$

$$g_k(y_k) = \int_a^{y_2} \cdots \int_a^{y_k} \int_{y_k}^{b} \cdots \int_{y_{n-1}}^{b} n! \prod f(y_i) \, dy_n \ldots dy_{k+1} dy_{k-1} \ldots dy_1.$$

Niech $\{X_n\}$ będzie ciągiem i.i.d. zmiennych losowych z rozkładu o średniej μ i wariancji $0 < \sigma^2 < \infty$. Wtedy

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}(\overline{X}_n - \mu)}{\sigma} \xrightarrow{D} \mathcal{N}(0, 1).$$

Definicja

Estymator największej wiarogodności (MLE)

Teoria statystyki

Twierdzenie

MLE funkcji parametru

Teoria statystyki

Twierdzenie

Warunki na zgodność MLE

Teoria statystyki

Definicja

Warunki regularności rodziny $f(x; \theta)$

Teoria statystyki

Definicja

Informacja Fishera (dodatkowe założenia)

Teoria statystyki

Definicja

Estymator wydajny

Teoria statystyki

Twierdzenie

Nierówność Craméra-Rao

Teoria statystyki

Twierdzenie

Asymptotyczny rozkład różnicy estymatorów

Teoria statystyki

Definicja

Wydajność asymptotyczna

Teoria statystyki

Definicja

Estymator nieobciążony o minimalnej wariancji

Teoria statystyki

Niech $X_1, X_2, \ldots, X_n$ będzie próbą z rozkładu o gęstości $f(x;\theta)$, $\theta \in \Omega$. Załóżmy że $\hat{\theta}$ jest MLE parametru θ. Wtedy $g(\hat{\theta})$ jest MLE parametru $\eta = g(\theta)$.

Mówimy, że $\hat{\theta} = \hat{\theta}(\mathbf{X})$ jest estymatorem największej wiarogodności θ, jeżeli

$$\hat{\theta} = ArgmaxL(\theta; \mathbf{X}),$$

gdzie $L(\theta; \mathbf{X}) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i; \theta), \theta \in \Omega$ (funkcja wiarogodności).

0. Funkcje gęstości są rozróżnialne, tzn. $\theta \neq \theta' \Rightarrow f(x_i;\theta) \neq f(x_i, \theta')$.
1. Funkcje gęstości mają ten sam nośnik dla wszystkich θ.
2. θ_0 (faktyczna wartość θ) leży wewnątrz Ω.
3. $f(x;\theta)$ jest dwukrotnie różniczkowalna po θ.
4. $\int f(x;\theta)dx$ jest dwukrotnie różniczkowalna pod całką.
5. $f(x;\theta)$ jest trzykrotnie różniczkowalna po θ. Dla każdej $\theta \in \Omega$ istnieje stała c i funkcja $M(x)$ taka, że $\left|\frac{\partial^3}{\partial\theta^3} \log f(x;\theta)\right| \leq M(x)$, $E_{\theta_0}[M(x)] < \infty$ dla $\theta \in (\theta_0 - c, \theta_0 + c)$.

Załóżmy, że rodzina $f(x;\theta)$ jest różna dla różnych θ, ma wspólny nośnik i faktyczny parametr θ_0 jest we wnętrzu Ω. Wtedy $\frac{\partial}{\partial\theta}L(\theta) = 0$ ma rozwiązanie θ_n będące zgodnym estymatorem θ.

Mówimy, że Y - zgodny estymator θ jest wydajny, jeżeli wariancja Y osiąga dolne ograniczenie w nierówności Craméra-Rao.

Założenia: warunki regularności (R0)-(R4)
Dla rozkładu $f(x;\theta)$ określamy

$$I(\theta) = \mathbb{E}\left[\left(\frac{\partial \log f(X;\theta)}{\partial\theta}\right)^2\right] =$$

$$= Var\left(\frac{\partial \log f(X;\theta)}{\partial\theta}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 \log f(x;\theta)}{\partial\theta^2} f(x;\theta)dx$$

Niech zachodzą warunki regularności (R0)-(R5). Niech $X_1, X_2, \ldots, X_n$ będzie próbą z rozkładu $f(x;\theta_0)$ o niezerowej i skończonej informacji Fishera. Jeżeli $g(x)$ jest funkcją ciągłą i różniczkowalną w θ_0, to ciąg zgodnych MLE spełnia

$$\sqrt{n}(g(\hat{\theta}) - g(\theta_0)) \xrightarrow{D} \mathcal{N}\left(0, \frac{g'(\theta_0)^2}{I(\theta_0)}\right).$$

Niech zachodzą warunki regularności (R0)-(R4). Niech $X_1, X_2, \ldots, X_n$ będzie próbą z rozkładu o gęstości $f(x;\theta)$, $\theta \in \Omega$. Niech $Y = u(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ będzie statystyką o średniej $\mathbb{E}[Y] = k(\theta)$. Wtedy

$$Var(Y) \geq \frac{[k'(\theta)]^2}{nI(\theta)}.$$

W szczególności, dla Y - nieobciążonego estymatora θ mamy

$$Var(Y) \geq \frac{1}{nI(\theta)}.$$

Estymator nieobciążony o wariancji mniejszej niż dowolny inny estymator nieobciążony.

Niech $\hat{\theta}_{1n}$ będzie zgodnym estymatorem θ_0 takim, że $\sqrt{n}(\hat{\theta}_{1n} - \theta_0) \xrightarrow{D} \mathcal{N}(0, \sigma^2_{\hat{\theta}_{1n}})$. Wydajnością asymptotyczną nazywamy stosunek $e(\hat{\theta}_n) = \frac{1/I(\theta_0)}{\sigma^2_{\hat{\theta}_{1n}}}$. Estymator jest asymptotycznie wydajny, jeżeli ten stosunek wynosi 1.
Asymptotyczna wydajność względna $\hat{\theta}_{1n}$ względem $\hat{\theta}_{2n}$ to stosunek tych wartości.

Definicja

Statystyka dostateczna

Teoria statystyki

Twierdzenie

Twierdzenie Neymana

Teoria statystyki

Twierdzenie

Twierdzenie Rao-Blackwella

Teoria statystyki

Twierdzenie

Zależność MLE od statystyki dostatecznej

Teoria statystyki

Definicja

Zupełna rodzina rozkładów

Teoria statystyki

Twierdzenie

Twierdzenie Lehmanna-Scheffégo

Teoria statystyki

Definicja

Dostateczna statystyka zupełna

Teoria statystyki

Definicja

Regularna klasa wykładnicza

Teoria statystyki

Twierdzenie

Własności statystyki z regularnej klasy wykładniczej

Teoria statystyki

Twierdzenie

Zupełna statystyka z regularnej klasy wykładniczej

Teoria statystyki

Statystyka $Y_1 = u_1(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ z próby o rozkładzie (dyskretnym lub ciągłym) $f(x;\theta)$ jest dostateczna wtw., gdy istnieją dwie nieujemne funkcje k_1, k_2 takie, że

$$\prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta) = k_1[u_1(x_1, x_2, \ldots, x_n);\theta]k_2(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

gdzie k_2 nie zależy od θ.

Statystyka $Y_1 = u_1(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ z próby o rozkładzie (dyskretnym lub ciągłym) $f(x;\theta)$ jest dostateczna wtw., gdy

$$\frac{f(x_1;\theta)f(x_2;\theta)\ldots f(x_n;\theta)}{f_{Y_1}[u_1(x_1, x_2, \ldots, x_n);\theta]} = H(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

gdzie funkcja H nie zależy od θ.

Niech $X_1, X_2, \ldots, X_n$ będzie próbą z rozkładu o gęstości (dyskretnej lub ciągłej) $f(x;\theta), \theta \in \Omega$. Jeżeli dla θ istnieją statystyka dostateczna Y_1 oraz jedyny estymator największej wiarogodności $\hat{\theta}$, to $\hat{\theta}$ jest funkcją Y_1.

Niech $X_1, X_2, \ldots, X_n$ będzie próbą z rozkładu o gęstości (dyskretnej lub ciągłej) $f(x;\theta), \theta \in \Omega$. Niech Y_1 będzie statystyką dostateczną dla θ i niech Y_2 będzie nieobciążonym estymatorem θ, który nie jest funkcją samego Y_1.
Wtedy statystyka $\varphi(Y_1)$ dana przez funkcję $\varphi(y_1) = \mathbb{E}[Y_2|Y_1 = y_1]$ jest statystyką dostateczną, nieobciążonym estymatorem θ i ma wariancję mniejszą niż $Var(Y_2)$.

Niech $X_1, X_2, \ldots, X_n$ będzie próbą z rozkładu o gęstości (dyskretnej lub ciągłej) $f(x,\theta)$. Niech Y_1 będzie statystyką dostateczną dla θ i niech rodzina $\{f_{Y_1}(y_1,\theta) : \theta \in \Omega\}$ będzie zupełna. Jeżeli istnieje funkcja od Y_1, która jest nieobciążonym estymatorem θ, to jest też jedynym ENMW.

Niech zmienna losowa Z będzie ciągła lub dyskretna o rozkładzie z rodziny $\{h(z;\theta) : \theta \in \Omega\}$. Jeżeli z faktu, że dla każdej $\theta \in \Omega$, $\mathbb{E}[u(Z)] = 0$ można wnioskować, że $u(z) = 0$ wszędzie poza punktami o prawdopodobieństwie zerowym dla każdego $h(z;\theta)$ z tej rodziny, to rodzinę $h(z;\theta)$ nazywamy zupełną rodziną rozkładów.

Mówimy, że rozkład jest w regularnej klasie wykładniczej, jeżeli jest postaci

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \exp[p(\theta)K(x) + S(x) + q(\theta)], x \in \mathcal{S} \\ 0, \text{w p.p.}, \end{cases}$$

Jeżeli $\mathcal{S}$ nie zależy od θ, $p(\theta)$ jest ciągłą, nietrywialną funkcją θ, S jest ciągłą funkcją x oraz $K'(x) \not\equiv 0$.

Statystyka $Y_1 = u_1(X_1, X_2, \ldots, X_n$ z próby o rozkładzie (dyskretnym lub ciągłym) $f(x;\theta), \theta \in \Omega$ jest dostateczna i zupełna wtw., gdy jest dostateczna i rodzina $\{f_{Y_1}(y_1,\theta) : \theta \in \Omega\}$ jest zupełna.

Niech $X_1, X_2, \ldots, X_n$ będzie próbą z rozkładu o gęstości $f(x;\theta)$, $\theta \in (\gamma, \delta)$ z regularnej klasy wykładniczej. Wtedy statystyka $Y_1 = \sum_{i=1}^{n} K(X_i)$ jest dostateczną statystyką zupełną.

Niech $X_1, X_2, \ldots, X_n$ będzie próbą z rozkładu z regularnej klasy wykładniczej. Wtedy statystyka $Y_1 = \sum_{i=1}^{n} K(X_i)$ ma własności:

1. $f_{Y_1}(y_1;\theta) = R(y_1)\exp[p(\theta)y_1 + nq(\theta)]$, gdzie nośnik i $R(y_1)$ nie zależą od θ,
2. $\mathbb{E}[Y_1] = -n\frac{q'(\theta)}{p'(\theta)}$,
3. $Var(Y_1) = n\frac{1}{p'(\theta)^3}\{(p''(\theta)q'(\theta) - q''(\theta)p'(\theta)\}$.

Twierdzenie

Dostateczny warunek na niezależność statystyki

Teoria statystyki

Definicja

Błąd I i II rodzaju

Teoria statystyki

Definicja

Poziom istotności (i jego interpretacja)

Teoria statystyki

Definicja

Moc testu statystycznego

Teoria statystyki

Definicja

Obszar krytyczny

Teoria statystyki

Definicja

Wielkość obszaru krytycznego

Teoria statystyki

Definicja

Najlepszy obszar krytyczny (rozmiaru α)

Teoria statystyki

Twierdzenie

Twierdzenie Neymana-Pearsona

Teoria statystyki

Definicja

Test jednostajnie najmocniejszy

Teoria statystyki

Błąd I rodzaju: odrzucenie hipotezy zerowej, gdy jest poprawna.
Błąd II rodzaju: przyjęcie hipotezy zerowej, gdy jest błędna.

Niech $X_1, X_2, \ldots, X_n$ będzie próbą z rozkładu $f(x;\theta), \theta \in \Omega$, gdzie Ω jest przedziałem. Niech Y_1 będzie zupełną statystyką dostateczną dla θ i niech Z będzie inną statystyką, która nie jest funkcją samego Y_1. Jeżeli rozkład Z nie zależy od θ, to Z jest niezależne od Y_1.

Mocą testu nazywamy prawdopodobieństwo niepopełnienia błędu II rodzaju.

Poziom istotności α to liczba z przedziału $[0,1]$. Interpretujemy to jako akceptowalne ryzyko popełnienia błędu I rodzaju.

Obszar krytyczny C ma wielkość α, jeżeli

$$\alpha = \max_{\theta \in \omega_0} P_\theta[(X_1, X_2, \ldots, X_n) \in C].$$

Zatem jest to też prawdopodobieństwo popełnienia błędu I rodzaju.

Niech $X_1, X_2, \ldots, X_n$ będzie testowaną próbą. Obszarem krytycznym C nazywamy taki podzbiór przestrzeni próbek $\mathcal{D}$, że hipotezę zerową odrzucamy wtedy i tylko wtedy, gdy $(X_1, X_2, \ldots, X_n) \in C$.

Niech $X_1, X_2, \ldots, X_2$ będzie próbą z rozkładu $f(x;\theta)$. Niech $\Omega = \{\theta', \theta''\}$ i niech C będzie takim podzbiorem przestrzeni próbek, że:

- $\frac{L(\theta';x)}{L(\theta'';x)} \leq k$, dla wszystkich $x \in C$,
- $\frac{L(\theta';x)}{L(\theta'';x)} \geq k$, dla wszystkich $x \in C^C$,
- $\alpha = P_{H_0}[X \in C]$.

Wtedy C jest najlepszym obszarem krytycznym wielkości α dla testowania hipotezy $H_0 : \theta = \theta'$ przeciw hipotezeie $H_1 : \theta = \theta''$.

Mówimy, że C jest najlepszym obszarem krytycznym rozmiaru α dla prostej hipotezy $H_0 : \theta = \theta'$ przeciw prostej hipotezie $H_1 : \theta = \theta''$, jeżeli

- $P_{\theta'}[X \in C] = \alpha$,
- $P_{\theta''}[X \in C] \geq P_{\theta''}[X \in A]$ dla każdego innego pozbioru A wielkości α z przestrzeni próbek.

Obszar krytyczny C jest obszarem jednostajnie najmocniejszym wielkości α do testowania prostej hipotezy H_0 przeciw złożonej hipotezie H_1, jeżeli C jest najlepszym obszarem do testowania hipotezy H_0 przeciw każdej pojedynczej hipotezie spośród H_1. Test zdefiniowany takim obszarem nazywamy testem jednostajnie najmocniejszym o poziomie istotności α.