

Projekt nr 2 z metod numerycznych

Zadanie A

Zostało stworzone równanie $Ax=b$, gdzie A jest macierzą o wymiarach 981×981 , a b jest wektorem o długości 981. Macierz posiadała 5 diagonal:

- o wartości $a_1=8$ na pozycji 0
- o wartości $a_2=a_3=-1$ na pozycjach -2, -1, 1, 2

N -ty wyraz wektora b był równy sinusowi z $N/50$

Zadanie B

Równanie zostało rozwiązane dwoma metodami iteracyjnymi.

Aby otrzymać normę residuum równą lub mniejszą niż $10e-9$ algorytm Gaussa-Seidla potrzebował 22 iteracji i wykonał się w czasie 16 minut i 30 sekund, natomiast dla algorytmu Jacobiego wykonało się 31 iteracji w czasie 34 minut i 31 sekund.

Zadanie C

Dla $a_1=3$, $a_2=a_3=-1$ w obu algorytmach norma z wartości residuum obliczana w kolejnych iteracjach jest coraz większa. Tymi metodami nie da się rozwiązać poprawnie tego równania dla tych danych. Algorytm w pewnym momencie się kończy, jednak jest to spowodowane ograniczoną pojemnością zastosowanego typu double.

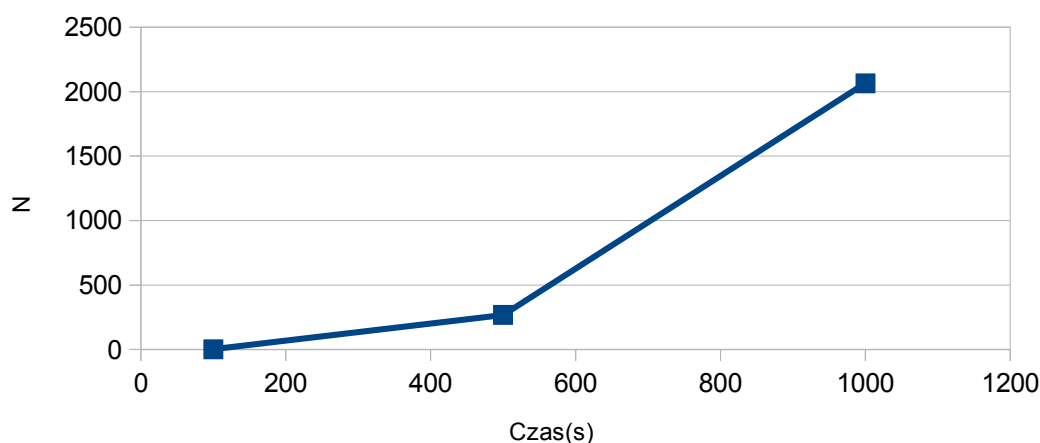
Zadanie D

Norma z residuum w przypadku liczenia układu metodą Gaussa wyniosła 0.01584340 w zaokrągleniu.

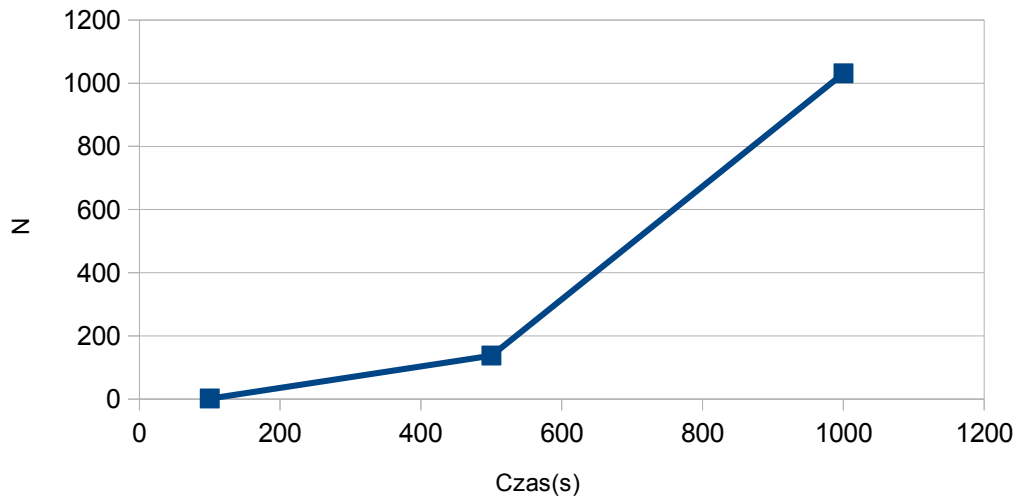
Zadanie E

Wykres zależności czasu trwania poszczególnych algorytmów od liczby niewiadomych:

Algorytm Jacobiego



Algorytm Gaussa-Seidla



Dla większego N czas nie został zbadany, ponieważ przy takiej tendencji jego wzrostu wyniósłby on około odpowiednio 4,44h oraz 2,22h dla algorytmu Jacobiego oraz Gaussa-Seidla przy $N=2000$ oraz 15h oraz 7,5h przy $N=3000$.

Zadanie F

Patrząc na czasy wykonania algorytmów można z dużą pewnością stwierdzić, że oba zaimplementowane algorytmy mają złożoność równą lub bliską $O(N^3)$, gdzie $N \times N$ jest rozmiarem macierzy oraz N jest długością wektora. Algorytm Gaussa-Seidla wykonuje się około dwa razy szybciej od algorytmu Jacobiego. Potrzebuje także mniej iteracji aby osiągnąć wymagane residuum. Oba algorytmy dają na wyniki na tyle zbliżone do siebie, że mieszczą się w granicy błędu wynikającego z niedokładności typu double. Te algorytmy jednak nie nadają się do obliczania tego równania dla każdych danych. Dla tych aby rozwiązać poprawnie równanie trzeba zastosować inne metodę, np. metodę bezpośrednią. Program wykonywał się szybciej, kiedy równanie było rozwiązywane poprzez odwrócenie macierzy A oraz przemnożenie przez wektor b . W porównaniu do czasu algorytmu Gaussa-Seidla różnica była nieznaczna. Najszybsza okazała się metoda bezpośrednia Gaussa. Algorytm wykonywał się około 12% szybciej od algorytmu Gaussa-Seidla.