WDWR 24505

Rozważamy następujące zagadnienie optymalizacji pracy elektrowni:

- Elektrownie muszą zaspokoić następujące zapotrzebowania na prąd w ciągu doby:

Pora doby	Zapotrzebowanie
0–6	15000 MW
6–9	35000 MW
9–15	20000 MW
15–18	45000 MW
18–24	20000 MW

- Elektrownie są wyposażone w następujące generatory prądu: 16 typu T1, 14 typu T2 oraz 12 typu T3. Każdy generator musi pracować w zakresie pomiędzy minimalnym i maksymalnym obciążeniem. Rozróżnia się trzy rodzaje kosztów pracy generatora: (a) koszt godziny pracy przy minimalnym obciążeniu, (b) dodatkowy koszt godziny pracy za 1 MW wygenerowany powyżej minimalnego obciążenia, który modeluje odpowiednia składowa wektora losowego $\mathbf{R} = (R_1, R_2, R_3)^T$, (c) koszt uruchomienia.

  Poziomy minimalnego i maksymalnego obciążenia oraz wysokości kosztów:

	Obc. min. MW	Obc. maks. MW	Koszt godz. przy min. obc. zł	Koszt godz./MW pow. min. obc. zł	Koszt uruch. zł
T1	1000	2000	1000	R_1	2000
T2	1300	1800	2500	R_2	1500
T3	1500	3000	3200	R_3	1000

- Wektor losowy $\mathbf{R}$ opisuje 3-wymiarowy rozkład t-Studenta z 4 stopniami swobody, którego wartości składowych zostały zawężone do przedziału $[1; 5]$. Parametry $\boldsymbol{\mu}$ oraz $\boldsymbol{\Sigma}$ niezawężonego rozkładu t-Studenta są następujące:

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 1{,}5 \\ 3{,}5 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 25 & -8 \\ -1 & -8 & 9 \end{pmatrix}.$$

- Praca generatora powyżej 90% maksymalnego obciążenia kosztuje dodatkowo 200 zł/godz.

- Oprócz konieczności realizacji przewidywanych zapotrzebowań, pracujące generatory muszą mieć możliwość zaspokojenia ich wzrostu do 10%. W tych przypadkach nie mogą jednak przekroczyć limitów obciążenia.

1. Zaproponować jednokryterialny model wyboru w warunkach ryzyka z wartością średnią jako miarą kosztu. Wyznaczyć rozwiązanie optymalne.

2. Jako rozszerzenie powyższego zaproponować dwukryterialny model kosztu i ryzyka z wartością średnią jako miarą kosztu i odchyleniem przeciętnym jako miarą ryzyka. Dla decyzji $\mathbf{x} \in Q$ odchylenie przeciętne jest definiowane jako $\delta(\mathbf{x}) = \sum_{t=1}^{T} |\mu(\mathbf{x}) - r_t(\mathbf{x})| p_t$, gdzie $\mu(\mathbf{x})$ oznacza wartość średnią, $r_t(\mathbf{x})$ realizację dla scenariusza t, p_t prawdopodobieństwo scenariusza t.

   a. Wyznaczyć obraz zbioru rozwiązań efektywnych w przestrzeni ryzyko–koszt.

   b. Wskazać rozwiązania efektywne minimalnego ryzyka i minimalnego kosztu. Jakie odpowiadają im wartości w przestrzeni ryzyko–koszt?

   c. Wybrać trzy dowolne rozwiązania efektywne. Sprawdzić czy zachodzi pomiędzy nimi relacja dominacji stochastycznej pierwszego rzędu. Wyniki skomentować, odnieść do ogólnego przypadku.