ANL - lista 3, zadanie 8 - Szymon Rysz

Dla liczb maszynowych:

$$\tilde{I} = x_1 \cdot (1+\varepsilon_1) \cdot x_2 \cdot (1+\varepsilon_2) \cdot \ldots \qquad \varepsilon_1 = 0$$

$$|\varepsilon_i| \leq 2^{-t}$$

$$\tilde{I} = \prod_{i=1}^{n} x_i \cdot (1+\varepsilon_i)$$

$$\tilde{I} = \prod_{i=1}^{n} x_i \cdot \prod_{i=1}^{n} (1+\varepsilon_i) = \left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right) \cdot (1+E)$$

Z twierdzenia o kumulacji błędów wiemy, że:

$$|E| \leq n \cdot 2^{-t}$$

Mamy więc dokładny wynik dla nieco zaburzonych danych.

Zatem algorytm jest numerycznie poprawny

Dla liczb niemaszynowych:

α_i - błąd wynikający z reprezentacji liczb, $|\alpha_i| \leq 2^{-t}$

ε_i - błąd wynikający z mnożenia, $|\varepsilon_i| \leq 2^{-t}$

$$\tilde{I} = x_1(1+\alpha_1)(1+\varepsilon_1) \cdot x_2(1+\alpha_2)(1+\varepsilon_2) \cdot \ldots \qquad (\varepsilon_1 = 0)$$

$$\tilde{I} = \prod_{i=1}^{n} x_i (1+\alpha_i)(1+\varepsilon_i) = \prod_{i=1}^{n} x_i \cdot \prod_{i=1}^{n} (1+\alpha_i) \cdot \prod_{i=1}^{n} (1+\varepsilon_i) =$$

$$= \left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)(1+E)$$

Z twierdzenia o kumulacji błędów wiemy, że:

$$|E| \leq 2n \cdot 2^{-t} = n \cdot 2^{-t+1}$$

Mamy więc dokładny wynik dla nieco zaburzonych danych.

Zatem algorytm jest numerycznie poprawny