ANL - lista 3

poniedziałek, 26 października 2020 16:53

Zad. 1

a) $4\cos^2 x - 3$

Nie działa, gdy

$4\cos^2 x \approx 3$

$\cos^2 x = \frac{3}{4}$

$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \lor \cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

$x \approx \frac{\pi}{6} + 2k\pi \lor x \approx -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

z 1 trygonometrycznej

$4\cos^2 x - 3 = 4\cos^2 x - 3\sin^2 x - 3\cos^2 x =$

$= \cos^2 x - \sin^2 x - 2\sin^2 x =$

cos2x

$= (\cos 2x - 2\sin^2 x) \cdot \frac{\cos x}{\cos x} =$

sin2x

$= \frac{\cos 2x \cos x - \boxed{2\sin x \cos x} \sin x}{\cos x} =$

$\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$
$\parallel$
$\cos(\alpha+\beta)$

$= \frac{\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x}{\cos x} =$

$= \frac{\cos 3x}{\cos x}$

b) $x^{-3}\left(\frac{\pi}{2} - x - \operatorname{arcctg}(x)\right) =$

$$= x^{-3}\left(\frac{\pi}{2} - x - \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}(x)\right)\right) =$$

$$= x^{-3}\left(\operatorname{arctg}(x) - x\right)$$

Nie działa, gdy $x \approx 0$

$$\operatorname{arctg}(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \ldots$$

$$x^{-3}\left(\operatorname{arctg}(x) - x\right) = -\frac{1}{3} + \frac{x^2}{5} - \frac{x^4}{7} + \frac{x^6}{9} - \ldots$$

Zad. 2

$$x_{1,2} = \frac{(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a}$$

Nie działa dla dużych b i małych a i c.

Korzystamy z wzorów Viete'a:

$$x_1 x_2 = \frac{a}{c} \qquad x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{c}{a} \cdot x_1 =$$

$$= \frac{2c}{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

(działa dla $b \geq 0$, dla $b < 0$ musimy policzyć x_1 korzystając z wzoru z $+$)

Zad. 3

$$x = \left(r + \sqrt{q^3 + r^2}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(r - \sqrt{q^3 + r^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Problem jest, gdy n jest duże a q małe