

Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

2021/2022

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 19 stron (zadania 1.–35.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–28.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (29.–35.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **45 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--	--

**KOD
ZDAJĄCEGO**

Arkusz opracowany przez Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON.
Kopiowanie w całości lub we fragmentach bez zgody wydawcy zabronione.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 28. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wyrażenie $\frac{10^{13} \cdot 7^{13}}{14^{13} \cdot 5^{10}}$ jest równe:

- A. 7^2 B. 2^{10} C. 5^3 D. 10^5

Zadanie 2. (0–1)

Liczbą odwrotną do liczby $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ jest liczba:

- A. $-\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ B. $3\sqrt{3}+1$ C. $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}-1$

Zadanie 3. (0–1)

Najmniejsza wartość wyrażenia $(x-y)(x+y)$ dla $x, y \in \{2, 3, 4\}$ jest równa:

- A. -12 B. 0 C. 2 D. 24

Zadanie 4. (0–1)

Laptop kosztował 1500 zł. Jego cenę obniżono o 20%, a następnie podwyższono o 20%. Po tych operacjach laptop kosztuje:

- A. 1500 zł B. 1440 zł C. 1550 zł D. 1600 zł

Zadanie 5. (0–1)

Wartość wyrażenia $3\log_4 2 + \log_4 32$ jest równa:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Zadanie 6. (0–1)

Największą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $\sqrt{2} - \frac{x}{3} \geq 0$ jest:

- A. $-3\sqrt{2}$ B. 4 C. $3\sqrt{2}$ D. -4

Zadanie 7. (0–1)

Suma pierwiastków równania $x(x^2 + 16)(x - 11)(x + 12) = 0$ wynosi:

- A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)



Zadanie 8. (0–1)

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = -2(x+3)^2 - 4$ jest parabola, a osią symetrii tej paraboli jest prosta o równaniu:

- A. $x = 3$ B. $x = -3$ C. $x = 4$ D. $x = -4$

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja liniowa $f(x) = (m - \sqrt{2})x + 11$ jest rosnąca dla:

- A. $m \geq \sqrt{2}$ B. $m \leq \sqrt{2}$ C. $m < \sqrt{2}$ D. $m > \sqrt{2}$

Zadanie 10. (0–1)

Prostą równoległą do prostej $k: 3x + 2y - 5 = 0$, przechodzącą przez punkt $P = (2, -5)$, jest prosta:

- A. $l: y = -\frac{3}{2}x - 2$ B. $l: y = \frac{3}{2}x - 2$ C. $l: y = -\frac{3}{2}x + 2$ D. $l: y = \frac{3}{2}x + 2$

Zadanie 11. (0–1)

Wierzchołkiem paraboli będącej wykresem funkcji $f(x) = 3x^2 - 30x + 82$ jest punkt:

- A. $W = (-5, 7)$ B. $W = (5, -7)$ C. $W = (5, 7)$ D. $W = (-5, -7)$

Zadanie 12. (0–1)

W rosnącym ciągu arytmetycznym spełniony jest warunek $a_3 + a_7 = 28$, więc:

- A. $a_5 = 14$ B. $a_5 = 7$ C. $a_5 = 21$ D. $a_5 = 12$

Zadanie 13. (0–1)

Dany jest trzywyrazowy ciąg geometryczny $(3, 6, 5x + 2)$. Zatem:

- A. $x = -6$ B. $x = 2$ C. $x = 6$ D. $x = -2$

Zadanie 14. (0–1)

W ciągu liczbowym $a_n = (-1)^{2n+1} \cdot (2^{n-1} - 1)$ dla $n \geq 1$ suma $a_5 + a_{11}$ jest równa:

- A. 1024 B. 1038 C. -1024 D. -1038

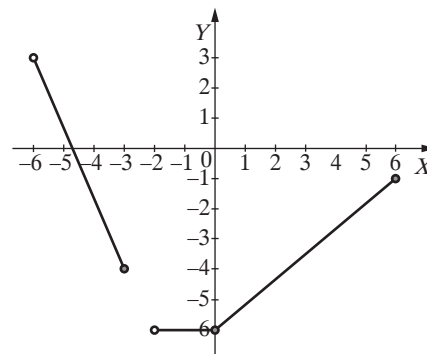
BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 15. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji, której wykres przedstawiono na rysunku, jest zbiór:

- A. $(-6, 3)$
- B. $(-6, 6)$
- C. $\langle -6, 3 \rangle$
- D. $\langle -6, 3 \rangle$



Zadanie 16. (0–1)

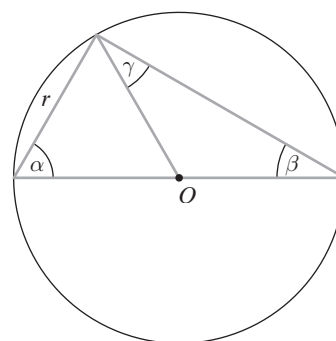
Miara kąta wewnętrznego wielokąta foremnego wynosi 156° . Ten wielokąt, to:

- A. dziesięciokąt
- B. dwunastokąt
- C. piętnastokąt
- D. dwudziestokąt

Zadanie 17. (0–1)

Zaznaczone na rysunku kąty α, β, γ mają miary:

- A. $\alpha = 60^\circ, \beta = 30^\circ, \gamma = 30^\circ$
- B. $\alpha = 50^\circ, \beta = 40^\circ, \gamma = 40^\circ$
- C. $\alpha = 70^\circ, \beta = 20^\circ, \gamma = 20^\circ$
- D. $\alpha = 30^\circ, \beta = 60^\circ, \gamma = 60^\circ$



Zadanie 18. (0–1)

Pole trapezu równoramiennego o wysokości 5 jest równe 45. Odcinek łączący środki ramion tego trapezu ma długość:

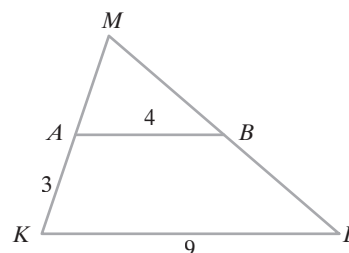
- A. $5\sqrt{3}$
- B. $9\sqrt{3}$
- C. 10
- D. 9

Zadanie 19. (0–1)

W trójkącie KLM punkt A leży na boku KM , a punkt B leży na boku LM . Odcinek AB jest równoległy do boku KL oraz $|KL| = 9, |KA| = 3, |AB| = 4$ (zobacz rysunek).

Odcinek AM ma długość:

- A. 3,6
- B. 2,4
- C. 3
- D. 1,8



Zadanie 20. (0–1)

Wartość wyrażenia $(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \cos \alpha$ dla kąta ostrego α , dla którego $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, wynosi:

- A. $\frac{16}{25}$
- B. $\frac{3}{10}$
- C. $\frac{3}{20}$
- D. $\frac{1}{10}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 21. (0–1)

Punkty $A = (3, -2)$ i $C = (-2, 3)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$.

Obwód tego kwadratu jest równy:

- A. $25\sqrt{6}$ B. $5\sqrt{2}$ C. $10\sqrt{3}$ D. 20

Zadanie 22. (0–1)

Objętość sześcianu, którego suma długości krawędzi jest równa 72, wynosi:

- A. 216 B. 160 C. 36 D. 240

Zadanie 23. (0–1)

Objętość prostopadłościanu, którego każda następna krawędź jest dwa razy dłuższa od poprzedniej, wynosi 216. Pole powierzchni tego prostopadłościanu jest równe:

- A. 126 B. 252 C. 522 D. 110

Zadanie 24. (0–1)

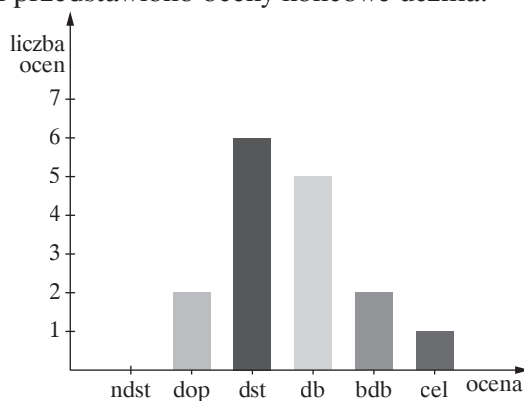
Przekątna graniastosłupa prawidłowego czworokątnego o długości d jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Objętość tego graniastosłupa wyraża się

wzorem:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}d^3$ B. $\frac{\sqrt{2}}{4}d^3$ C. $\frac{\sqrt{2}}{8}d^3$ D. $\frac{\sqrt{2}}{10}d^3$

Zadanie 25. (0–1)

Na diagramie słupkowym przedstawiono oceny końcowe ucznia.



Mediana ocen ucznia jest równa:

- A. 3 B. 3,5 C. 4 D. 4,5

Zadanie 26. (0–1)

Mediana zestawu danych: 1, 1, 2, 2, x , 4, 6, 7, 9, 11, wynosi 3,5.

Zatem średnia arytmetyczna tego zestawu jest równa:

- A. 4,6 B. 6,5 C. 7,25 D. 8,75

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 27. (0–1)

Wyniki dwukrotnego rzutu sześcienną kostką do gry zapisujemy jako liczby dwucyfrowe. Prawdopodobieństwo otrzymania liczby podzielnej przez 4 wynosi:

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{2}{3}$

Zadanie 28. (0–1)

Rzucamy dwa razy monetą i dwa razy sześcienną kostką do gry. Wyniki zapisujemy w kolejności rzutów: moneta, moneta, kostka, kostka. Prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie dwóch orłów i tych samych liczb oczek wynosi:

A. $\frac{1}{24}$

B. $\frac{1}{72}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{12}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 29.–35. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 29. (0–2)

Rozwiąż nierówność $(x-1)^2 \leq \frac{3}{2}$.



Odpowiedź:

Zadanie 30. (0–2)

Uzasadnij, że dla każdej dodatniej liczby naturalnej n liczba $4^{n+1} - 3^{n+2} + 4^n - 3^n$ jest podzielna przez 5.



Zadanie 31. (0–2)

Suma sześciu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego wynosi 72, a szósty wyraz tego ciągu jest równy 22. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.



Odpowiedź:

Zadanie 32. (0–2)

Oblicz miary kątów równoległoboku o bokach długości 5 i 12 oraz o polu równym 30.



Odpowiedź:

Zadanie 33. (0–2)

Przekątna AC rombu $ABCD$ o wierzchołkach $A(-7,2)$, $B(5,-3)$ ma długość 24. Oblicz długość przekątnej BD tego rombu.



Odpowiedź:

Zadanie 34. (0–3)

Krawędzie prostopadłościanu wychodzące z jednego wierzchołka mają długości będące kolejnymi liczbami nieparzystymi. Suma długości wszystkich krawędzi tego prostopadłościanu wynosi 60. Oblicz objętość i pole powierzchni tej bryły.



Odpowiedź:

Zadanie 35. (0–4)

Funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$ ma dwa miejsca zerowe $x_1 = -2\frac{1}{2}$ i $x_2 = 1$. Wykres funkcji f przechodzi przez punkt $A(-3, 8)$. Wyznacz najmniejszą wartość funkcji f .



Odpowiedź:

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



