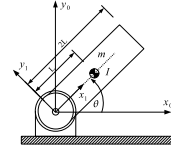


---

# Laboratorium Sterowania Robotów Manipulacyjnych

Instytut Automatyki i Robotyki  
Politechnika Poznańska  
IAR-PP

oprac. Maciej M. Michałek



---

## ĆWICZENIE 5

### REGULATOR ADAPTACYJNY

#### ZBIEŻNOŚĆ ESTYMAT PARAMETRÓW MODELU MANIPULATORA

Sterowanie adaptacyjne pozwala na realizację zadań sterowania (stabilizacji i śledzenia) przy założeniu parametrycznej nieznajomości (całkowitej bądź częściowej) modelu manipulatora:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) = \tau \quad \Rightarrow \quad Y(\ddot{q}, \dot{q}, q) p = \tau. \quad (1)$$

Niepewność parametryczna

$$\Delta p \triangleq \hat{p} - p,$$

określana jako różnica między estymowanym  $\hat{p}$  a rzeczywistym  $p$  wektorem parametrów dynamicznych, pojawia się zawsze podczas praktycznej realizacji dowolnego algorytmu sterowania wykorzystującego elementy modelu manipulatora. Wynika ona z braku wiedzy o dokładnych wartościach takich elementów, jak wymiary, masy i momenty bezwładności ogniw, współczynniki tarcia wiskotycznego i suchego itp. Nawet dokładna znajomość wartości tych parametrów w warunkach nominalnych nie eliminuje problemu niepewności w sytuacji, gdy wartości te są zmienne w czasie realizacji zadania (np. w wyniku podnoszenia i manipulacji nieznanym ładunkiem). Charakterystyczną cechą adaptacyjnych praw sterowania jest konieczność ciągłej (w trybie *on line*) estymacji wektora parametrów dynamicznych manipulatora. Przy odpowiednim pobudzeniu sygnałem wejściowym, przeprowadzana estymacja może prowadzić do identyfikacji parametrów, czyli zbieżności estymat do wartości *prawdziwych* [3]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{p}(t) = p, \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta p(t) = 0. \quad (2)$$

Dla praw sterowania należących do grupy *bezpośrednich algorytmów adaptacyjnych*, realizacja zadań sterowania nie wymaga w ogólności zbieżności (2).

Przedmiotem analizy będzie jakość działania jednego z regulatorów adaptacyjnych przeznaczonych do sterowania manipulatorów sztywnych zaproponowanego przez Slotine i Li [2],[1],[3]. Regulator ten zaliczany jest do grupy wspomnianych bezpośrednich algorytmów adaptacyjnych. Zaletami proponowanego podejścia (w porównaniu do innych technik adaptacyjnych dedykowanych dla manipulatorów) są: brak konieczności pomiaru wektora przyspieszeń konfiguracyjnych oraz brak konieczności odwracania estymowanej macierzy bezwładności.

## 1 Stabilny regulator adaptacyjny

Założmy, że wartości elementów wektora parametrów dynamicznych manipulatora nie są znane w sposób dokładny. Zatem niepewność parametryczna:

$$\Delta \mathbf{p} \triangleq \hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p} \neq \mathbf{0}, \quad \hat{\mathbf{p}}, \mathbf{p} \in \mathbb{R}^{r \times 1} \quad (3)$$

gdzie wektor  $\mathbf{p}$  związany jest ze sparametryzowaną postacią modelu manipulatora (1) – patrz ćwiczenie 1. Równanie (3) implikuje niepewność parametryczną dla poszczególnych macierzy i wektorów równania manipulatora:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{M}(\mathbf{q}) &\triangleq \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) - \mathbf{M}(\mathbf{q}), \\ \Delta \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &\triangleq \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}), \\ \Delta \mathbf{G}(\mathbf{q}) &\triangleq \hat{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) - \mathbf{G}(\mathbf{q}), \\ \Delta \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) &\triangleq \hat{\mathbf{F}}(\dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}). \end{aligned}$$

Zaproponowane w [2] adaptacyjne prawo sterowania wynika z analizy zachowania się pochodnej następującej funkcji Lapunowa

$$V(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}, \Delta \mathbf{p}) \triangleq \frac{1}{2} \left[ \dot{\mathbf{e}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{e}} + \Delta \mathbf{p}^T \mathbf{\Gamma} \Delta \mathbf{p} + \mathbf{e}^T \mathbf{K}_p \mathbf{e} \right] \quad (4)$$

wzdłuż trajektorii sterowanego systemu, gdzie

$$\mathbf{e} \triangleq \mathbf{q}_d - \mathbf{q}, \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{e}} \triangleq \dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}, \quad (6)$$

a wektor  $\Delta \mathbf{p}$  zdefiniowano w (3). Dodatnio określone macierze  $\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{R}^{r \times r}$  oraz  $\mathbf{K}_p \in \mathbb{R}^{n \times n}$  (zwykle diagonalne) stanowią parametry projektowe.

Prawo sterowania zapewniające globalną stabilność sterowanego systemu (w sensie Lapunowa) składa się z dwóch części. Pierwszą stanowi równanie obliczanych momentów sterujących:

$$\boldsymbol{\tau} \triangleq \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d) \hat{\mathbf{p}} + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p \mathbf{e} = \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}}_d + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}_d + \hat{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) + \hat{\mathbf{F}}(\dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_d) + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p \mathbf{e}, \quad (7)$$

gdzie dodatnio określona macierz  $\mathbf{K}_v$  może być w ogólności funkcją czasu i stanowi parametr projektowy, a elementy oznaczone daszkiem stanowią estymowane elementy modelu dynamiki (1). Drugą część prawa sterowania stanowi gradientowe prawo estymacji parametrów dynamicznych manipulatora postaci:

$$\dot{\hat{\mathbf{p}}} \triangleq \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{Y}^T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d) \dot{\mathbf{e}}, \quad (8)$$

gdzie wartości wzmocnień w macierzy  $\mathbf{\Gamma}$  determinują szybkość zmian wartości estymat, a postać macierzy regresji  $\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d) \in \mathbb{R}^{n \times r}$  wynika z konkretnej parametryzacji równań manipulatora (1) – patrz ćwiczenie 1. Dla parametryzacji B zaproponowanej w ćwiczeniu 1 (pominięto tarcie suche w wektorze  $\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_d)$ ) mamy:

$$\mathbf{Y}_{2 \times 7}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d) = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} & y_{15} & y_{16} & y_{17} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{24} & y_{25} & y_{26} & y_{27} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} y_{11} &= \ddot{\theta}_{1d} + \ddot{\theta}_{2d} & y_{21} &= \ddot{\theta}_{1d} + \ddot{\theta}_{2d} \\ y_{12} &= (2\ddot{\theta}_{1d} + \ddot{\theta}_{2d}) \cos \theta_2 - (\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_{1d} + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{2d} + \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_{2d}) \sin \theta_2 & y_{22} &= \dot{\theta}_{1d} \cos \theta_2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_{1d} \sin \theta_2 \\ y_{13} &= \ddot{\theta}_{1d} & y_{23} &= 0 \\ y_{14} &= \cos(\theta_1 + \theta_2) & y_{24} &= \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ y_{15} &= \cos \theta_1 & y_{25} &= 0 \\ y_{16} &= \dot{\theta}_{1d} & y_{26} &= 0 \\ y_{17} &= 0 & y_{27} &= \dot{\theta}_{2d} \end{aligned}$$

Bieżące wartości estymat parametrów  $\hat{\mathbf{p}}$  wynikające z rozwiązania równania (8) muszą być wykorzystywane w trybie *on line* do realizacji pętli (7) – na ich podstawie obliczane są elementy  $\hat{\mathbf{M}}, \hat{\mathbf{C}}, \hat{\mathbf{G}}, \hat{\mathbf{F}}$ .

Zastosowanie sterowania (7)+(8) do manipulatora (1) pozwala asymptotycznie osiągnąć zerowy błąd prędkości konfiguracyjnych:

$$\dot{\mathbf{V}} = -\dot{\mathbf{e}}^T \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{e}} \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{0}$$

oraz ograniczoność wartości estymat  $\hat{\mathbf{p}}$  parametrów

$$\sup_{t \geq 0} \|\hat{\mathbf{p}}(t)\| < \infty,$$

ale nie gwarantuje asymptotycznej zbieżności błędu śledzenia  $\mathbf{e}(t)$  do zera (!), [2] [3]. Warto zauważyć, iż zaproponowane sterowanie (7)+(8) nie wymaga pomiaru bieżącej wartości przyspieszenia manipulatora  $\ddot{\mathbf{q}}$ , a zależy od zadanych wartości przyspieszeń  $\ddot{\mathbf{q}}_d$  dostępnych w GSR [2]. Cecha ta stanowi istotną zaletę z punktu widzenia praktycznej implementacji algorytmu sterowania ze względu na poważne kłopoty związane z realizacją pomiaru drugich pochodnych sygnałów.

- 1.1 Korzystając z parametryzacji modelu manipulatora PM2R z ćwiczenia 1, wyprowadzić postać macierzy regresji z równania (8) – elementy  $\ddot{\mathbf{q}}_d$  i  $\dot{\mathbf{q}}_d$  występujące w tej macierzy wynikają z postaci równania (7).
- 1.2 Przyjąć początkowe wartości estymat parametrów manipulatora  $\hat{\mathbf{p}}_0 \neq \mathbf{0}$ .
- 1.3 Zamodelować pętlę regulacyjną (7) – rys. 1. Wartości macierzy  $\mathbf{K}_p$  i  $\mathbf{K}_v$  dobrać doświadczalnie tak, aby uzyskać zadowalającą jakość sterowania.
- 1.4 Zamodelować blok estymacji (8) – rys. 1.
- 1.5 Przeprowadzić symulacje układu sterowania (7)+(8) z manipulatorem (1) dla następujących sygnałów zadanych  $\mathbf{q}_d$ :

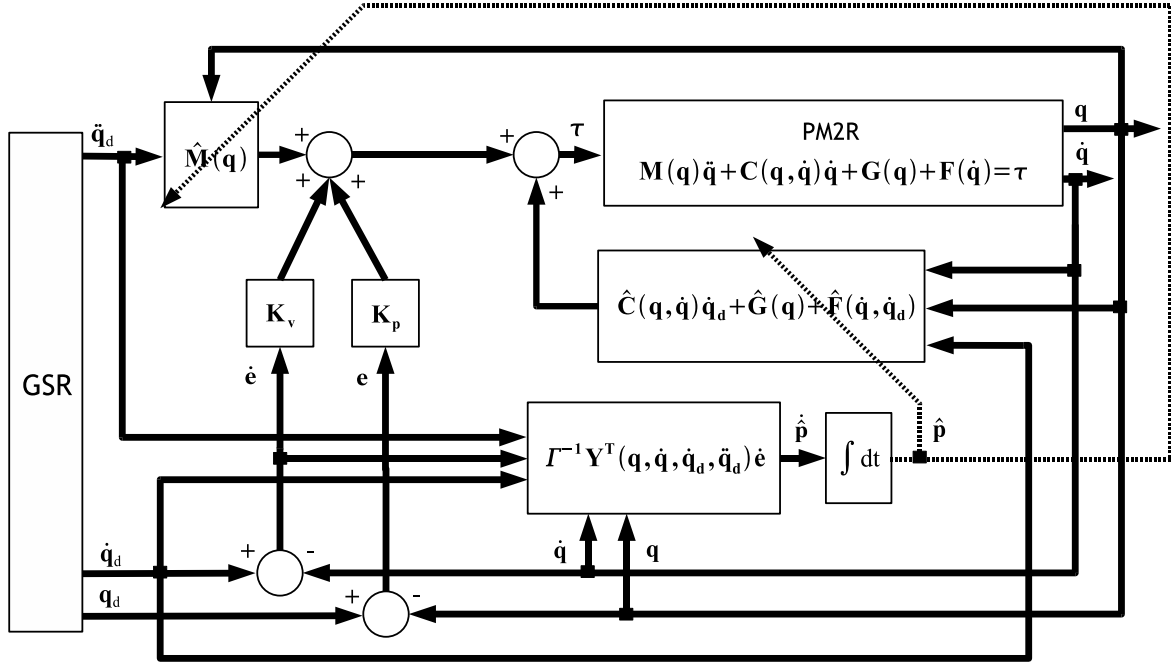
$$\mathbf{q}_d(t) = \begin{bmatrix} Q_{1d} \sin(\omega_1 t) \\ Q_{2d} \sin(\omega_2 t) \end{bmatrix} \quad \text{oraz} \quad \mathbf{q}_d(t) = \begin{bmatrix} Q_{d01} + Q_{d11}t + Q_{d21}t^2 + Q_{d31}t^3 \\ Q_{d02} + Q_{d12}t + Q_{d22}t^2 + Q_{d32}t^3 \end{bmatrix}.$$

Zapewnić niezerowe początkowe wartości błędów śledzenia  $\mathbf{e}_0 \neq \mathbf{0}$ .

- Jak zachowują się błędy śledzenia  $\mathbf{e}(t)$ ? Czy zmierzają asymptotycznie do zera? Czy są ograniczone w całym horyzoncie sterowania? Jak zachowują się błędy prędkości  $\dot{\mathbf{e}}(t)$ ?
- Zbadać wpływ wartości współczynników wzmocnienia  $\mathbf{\Gamma}$  bloku estymacji na szybkość zmian wartości estymat  $\hat{\mathbf{p}}(t)$  w całym horyzoncie czasowym sterowania. Czy wartości estymat  $\hat{\mathbf{p}}(t)$  zmierzają do prawdziwych wartości parametrów dynamicznych  $\mathbf{p}$  manipulatora?

## 2 Asymptotycznie stabilny regulator adaptacyjny

Przedstawione w poprzednim punkcie adaptacyjne prawo sterowania (7)+(8) nie gwarantuje globalnej zbieżności błędów śledzenia pozycji  $\mathbf{e} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}$  do zera. W celu eliminacji błędów pozycji wprowadza się tzw. wirtualną trajektorię referencyjną (pozycji, prędkości i przyspieszeń)



Rysunek 1: Schemat blokowy układu sterowania adaptacyjnego zapewniający globalną stabilność układu zamkniętego oraz ograniczoność estymat parametrów modelu dynamiki.

generowaną przez *Generator Trajektorii Wirtualnej* (GTW):

$$\mathbf{q}_r(t) \triangleq \mathbf{q}_d(t) + \Lambda \int_0^t \mathbf{e}(\xi) d\xi, \quad (9)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_r(t) \triangleq \dot{\mathbf{q}}_d(t) + \Lambda \mathbf{e}(t), \quad (10)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_r(t) \triangleq \ddot{\mathbf{q}}_d(t) + \Lambda \dot{\mathbf{e}}(t), \quad (11)$$

gdzie  $\mathbf{q}_d$ ,  $\dot{\mathbf{q}}_d$ ,  $\ddot{\mathbf{q}}_d$  to sygnały zadane (położenia, prędkości i przyspieszenia),  $\mathbf{e} \triangleq \mathbf{q}_d - \mathbf{q}$  jest błędem pozycji,  $\dot{\mathbf{e}} \triangleq \dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}$  jest błędem prędkości, a  $\Lambda \in \mathbb{R}^{n \times n}$  stanowi dodatnio określoną (często diagonalną) macierz wzmocnień (wag).

Wprowadza się także tzw. zmienną ślizgu  $\mathbf{s}$  (uchyb ważony) definiowaną jako

$$\mathbf{s} \triangleq \dot{\mathbf{q}}_r - \dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{e}} + \Lambda \mathbf{e}. \quad (12)$$

Zmodyfikowane adaptacyjne prawo sterowania wynika z analizy pochodnej następującej funkcji Lapunowa:

$$V_1(\mathbf{s}, \Delta \mathbf{p}) \triangleq \frac{1}{2} \left[ \mathbf{s}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{s} + \Delta \mathbf{p}^T \Gamma \Delta \mathbf{p} \right],$$

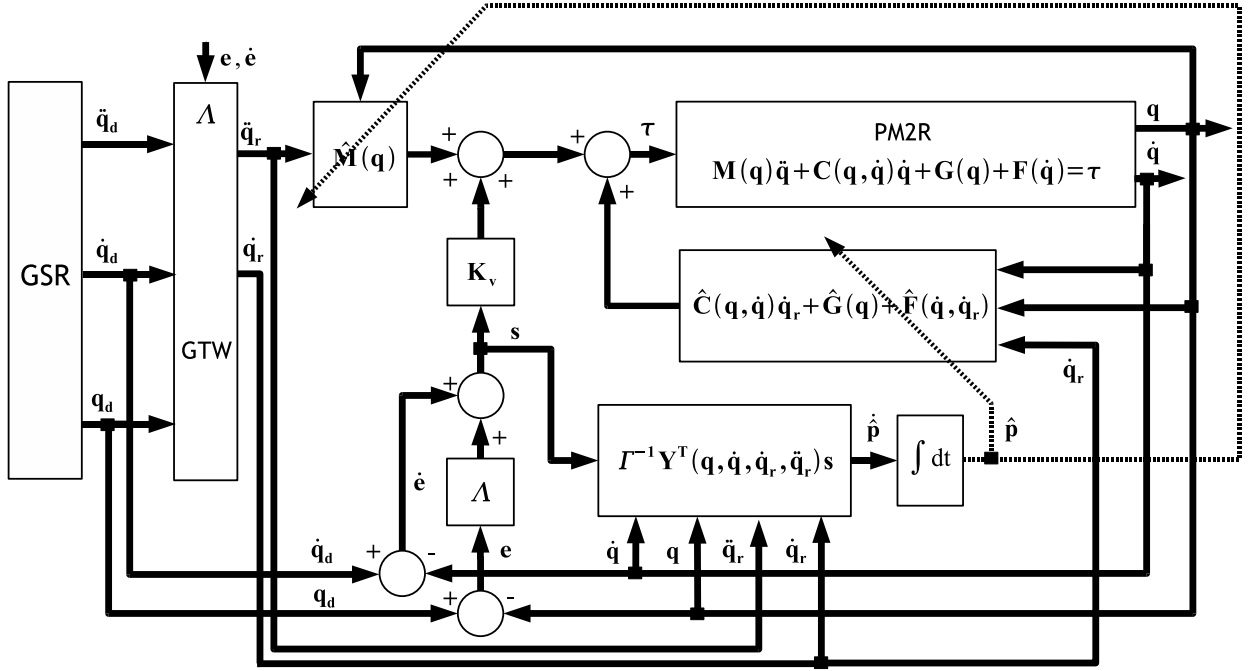
gdzie  $\Gamma \in \mathbb{R}^{r \times r}$  stanowi dodatnio określoną macierz wzmocnień estymacji. Nowe prawo sterowania składa się teraz z następujących dwóch części – równania definiującego wektor momentów sterujących:

$$\boldsymbol{\tau} \triangleq \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \hat{\mathbf{p}} + \mathbf{K}_v \mathbf{s} = \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}}_r + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}_r + \hat{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) + \hat{\mathbf{F}}(\dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r) + \mathbf{K}_v \mathbf{s}, \quad (13)$$

oraz prawa estymacji (w trybie *on line*) parametrów modelu manipulatora:

$$\dot{\hat{\mathbf{p}}} \triangleq \Gamma^{-1} \mathbf{Y}^T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \mathbf{s}, \quad (14)$$

gdzie macierz  $\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_r, \ddot{\mathbf{q}}_r) \in \mathbb{R}^{n \times r}$  wynika z konkretnej parametryzacji równań dynamiki manipulatora PM2R (patrz ćwiczenie 1 oraz postać macierzy  $\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d)$ ) i zależy od wirtualnej



Rysunek 2: Schemat blokowy układu sterowania adaptacyjnego gwarantującego globalną asymptotyczną stabilność w dziedzinie błędu śledzenia (GTW: *Generator Trajektorii Wirtualnej*).

trajektorii referencyjnej, a nie jak poprzednio od trajektorii zadanej (por. (8)). Idąc za [2],[3] można pokazać, że zmodyfikowane prawo sterowania (13)+(14) zastosowane do manipulatora (1) zapewnia globalną asymptotyczną zbieżność błędów śledzenia  $\dot{e}$ ,  $e$  do zera:

$$\dot{V}_1 = -s^T K_v s \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \wedge \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}(t) = 0$$

oraz ograniczoność wartości estymat  $\hat{p}$  parametrów:

$$\sup_{t \geq 0} \|\hat{p}(t)\| < \infty.$$

Biorąc pod uwagę definicję zmiennej ślizgu (12), składnik sprzężenia zwrotnego w równaniu (13) równy  $K_v s$  w istocie realizuje zadanie regulatora PD:

$$K_v s = K_v \dot{e} + K_p e, \quad \text{gdzie} \quad K_p = K_v \Lambda.$$

- 2.1** Korzystając z parametryzacji modelu manipulatora PM2R z ćwiczenia 1, wyprowadzić postać macierzy regresji z równania (14) – elementy  $\ddot{\mathbf{q}}_r$  i  $\dot{\mathbf{q}}_r$  występujące w tej macierzy wynikają z postaci równania (13).
- 2.2** Przyjąć początkowe wartości estymat parametrów manipulatora  $\hat{\mathbf{p}}_0 \neq \mathbf{0}$ .
- 2.3** Zamodelować pętlę regulacyjną (13) – rys. 2. Wartości macierzy  $\mathbf{K}_v$  i  $\mathbf{\Lambda}$  dobrać doświadczalnie jako macierze stałe w czasie.
- 2.4** Zamodelować blok estymacji parametrów (14) – rys. 2.
- 2.5** Przeprowadzić symulacje układu sterowania (7)+(8) z manipulatorem (1) dla skokowych sygnałów zadanych (przyjąć:  $\ddot{\mathbf{q}}_d = \dot{\mathbf{q}}_d = \mathbf{0}$ ):

$$\mathbf{q}_d = [Q_{1d} \quad Q_{2d}]^T \cdot \mathbf{1}(t).$$

- 2.6** Przeprowadzić symulacje układu sterowania (13)+(14) z manipulatorem (1) dla następujących sygnałów zadanych  $\mathbf{q}_d$ :

$$\mathbf{q}_d(t) = \begin{bmatrix} Q_{1d} \sin(\omega_1 t) \\ Q_{2d} \sin(\omega_2 t) \end{bmatrix} \quad \text{oraz} \quad \mathbf{q}_d(t) = \begin{bmatrix} Q_{d01} + Q_{d11}t + Q_{d21}t^2 + Q_{d31}t^3 \\ Q_{d02} + Q_{d12}t + Q_{d22}t^2 + Q_{d32}t^3 \end{bmatrix}.$$

Zapewnić niezerowe początkowe wartości błędów śledzenia  $\mathbf{e}_0 \neq \mathbf{0}$ .

- 2.7** Przeprowadzić symulacje dla skokowych, sinusoidalnych i wielomianowych sygnałów zadanych przyjmując macierz wzmocnień  $\mathbf{K}_v$  jako zmienną w czasie:

$$\mathbf{K}_v \triangleq \delta \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{q}), \quad \delta > 0.$$

- Jak zachowują się błędy śledzenia  $\mathbf{e}(t)$ ,  $\dot{\mathbf{e}}(t)$ ? Czy zbiegają asymptotycznie do zera? Porównać uzyskane wyniki symulacyjne z wynikami z rozdziału 1.
- Porównać dynamiczną i statyczną jakość regulacji przy wyborze macierzy wzmocnień  $\mathbf{K}_v$  jako macierzy stałej i jako zależnej od konfiguracji manipulatora  $\mathbf{K}_v = \delta \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{q})$ .
- Zbadać wpływ wartości współczynników wzmocnienia bloku estymacji  $\mathbf{\Gamma}^{-1}$  na szybkość zmian wartości estymat  $\hat{\mathbf{p}}(t)$  w całym horyzoncie czasowym sterowania. Czy wartości estymat  $\hat{\mathbf{p}}(t)$  zbiegają do prawdziwych wartości parametrów dynamicznych  $\mathbf{p}$  manipulatora? Uzasadnić odpowiedź.

### 3 Zbieżność estymat parametrów dynamicznych

Oba prawa sterowania przedstawione w poprzednich punktach nie gwarantują w ogólności zbieżności wartości estymat  $\hat{\mathbf{p}}$  parametrów dynamiki manipulatora do ich wartości prawdziwych [2]. Warunkiem koniecznym istnienia takiej zbieżności jest występowanie w układzie sterowania takich sygnałów, które zapewnią tzw. *ustawiczne pobudzenie* dynamiki sterowanego systemu (w naszym przypadku manipulatora PM2R). Nieustanne pobudzenie oznacza takie oddziaływanie na zachowanie się obiektu, aby ujawnić podczas ruchu możliwie jak największą liczbę modów jego dynamiki oraz ujawnić wpływ poszczególnych parametrów modelu [3]. Takie pobudzenie zapewniają sygnały o szerokim spektrum częstotliwościowym. Pozwalają one na uzyskanie przez układ estymacji pełnej wiedzy o sterowanym obiekcie, a tym samym efektywną identyfikację poszczególnych parametrów modelu zawartych w wektorze  $\mathbf{p}$ . Charakter trajektorii zadanej ma bezpośredni wpływ na przebieg sygnałów sterujących  $\boldsymbol{\tau}$  podawanych na układy wykonawcze manipulatora. Z tego względu przebiegi czasowe trajektorii zawierające większe spektrum składowych częstotliwościowych będą zwykle implikować także większą złożoność

częstotliwościową sygnałów sterujących bezpośrednio pobudzających dynamikę sterowanego manipulatora. Nasuwa się zatem wniosek, że rodzaj trajektorii zadanej winien mieć wpływ na zbieżność estymat  $\hat{\mathbf{p}}$ .

**3.1** Przyjąć początkowe wartości estymat parametrów manipulatora  $\hat{\mathbf{p}}_0 \neq \mathbf{0}$ .

**3.2** Zamodelować pętlę regulacyjną (13) – rys. 2. Elementy  $\mathbf{K}_v$  i  $\mathbf{\Lambda}$  przyjąć jako macierze stałe w czasie. Zamodelować blok estymacji parametrów (14) – rys. 2.

**3.3** Przeprowadzić symulacje działania układu sterowania (13)+(14) z manipulatorem (1) dla sinusoidalnych sygnałów zadanych  $\mathbf{q}_d$ :

$$\begin{aligned} q_{d1} &= Q_{1d} \sin(\omega t), \\ q_{d2} &= Q_{2d} \cos(\omega t). \end{aligned}$$

**3.4** Przeprowadzić symulacje działania układu sterowania (13)+(14) z manipulatorem (1) dla następujących sygnałów zadanych  $\mathbf{q}_d$ :

$$\begin{aligned} q_{d1} &= a_1 \sin(\omega t) + a_2 \cos(\omega t) + a_3 \sin(3\omega t) + a_4 \cos(3\omega t), \\ q_{d2} &= b_1 \sin(2\omega t) + b_2 \cos(2\omega t) + b_3 \sin(4\omega t) + b_4 \cos(4\omega t), \end{aligned}$$

gdzie współczynniki  $a_i$ ,  $b_i$  należy dobrać tak, aby spełnić założenia o początkowych wartościach pozycji, prędkości i przyspieszeń w złączach manipulatora.

**3.5** Przeprowadzić symulacje działania układu sterowania (13)+(14) z manipulatorem (1) dla wielomianowych sygnałów zadanych  $\mathbf{q}_d$ :

$$\mathbf{q}_d(t) = \begin{bmatrix} Q_{d01} + Q_{d11}t + Q_{d21}t^2 + Q_{d31}t^3 \\ Q_{d02} + Q_{d12}t + Q_{d22}t^2 + Q_{d32}t^3 \end{bmatrix}.$$

**3.6** Przeprowadzić symulacje działania układu sterowania (13)+(14) z manipulatorem (1) dla prostokątnych sygnałów zadanych  $\mathbf{q}_d$  (przyjąć  $\ddot{\mathbf{q}}_d = \dot{\mathbf{q}}_d = \mathbf{0}$ ):

$$\begin{aligned} q_{d1} &= \text{Rect}(Q_{d1}, T, W), \quad W = 50, \\ q_{d2} &= \text{Rect}(Q_{d2}, 1.5T, 0.5W), \quad W = 50, \end{aligned}$$

gdzie  $Q_{di}$  oznacza amplitudę przebiegu prostokątnego,  $T$  okres tego przebiegu, a  $W$  wartość wypełnienia przebiegu (tu:  $W = 50\%$ ).

- Jak zachowują się estymaty parametrów  $\hat{\mathbf{p}}(t)$  dla wszystkich rodzajów trajektorii zadanych? Czy zbieżają asymptotycznie do prawdziwych wartości parametrów? Jak układ estymacji zachowa się po skokowej zmianie wartości masy i momentu bezwładności drugiego ogniwa?
- Przyjąć początkowe wartości estymat  $\hat{\mathbf{p}}_0 = \mathbf{0}$  i przeprowadzić symulacje dla wszystkich powyższych trajektorii zadanych. Porównać zbieżność estymat z przypadkiem, gdy  $\hat{\mathbf{p}}_0 \neq \mathbf{0}$ .
- Przeanalizować przebiegi sterowań  $\boldsymbol{\tau}$  dla wszystkich rodzajów trajektorii? Czy widać korelacje między złożonością trajektorii zadanych  $\mathbf{q}_d$  a złożonością sygnałów sterujących  $\boldsymbol{\tau}$ ? Która trajektoria pozwala na najpełniejsze pobudzenie modów dynamiki manipulatora? Odpowiedź uzasadnić.

## Literatura

- [1] L. Sciavicco, B. Siciliano. *Modelling and Control of Robot Manipulators*. Springer, London, 2002.
- [2] J. J. E. Slotine, W. Li. On the adaptive control of robot manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, 6(3):49–59, 1987.
- [3] M. W. Spong, M. Vidyasagar. *Dynamika i sterowanie robotów*. WNT, Warszawa, 1997.