Algorytmy Geometryczne

Obliczanie grafu widoczności

Dokumentacja

Maciej Pięta

Szymon Twardosz

Grupa 6

Spis treści

1. Dane techniczne

Projekt wykonywany został w języku Python. Korzystaliśmy również z narzędzia jupyter notebook. Do rysowania wizualizacji zostały użyte funkcję udostępnione na platformie UPEL. Do projektu podłączone zostały zewnętrzne biblioteki: numpy, matplotlib, bisect, sortedcontainers, math oraz copy.

Projekt składa się z plików:

- main.py
- visibility.py
- util.py
- graphic_tool.py
- Visualiser.py
- dijkstra.py
- Graph.py
- Obstacle.py

lub w pliku visibile_graph.ipynb, który zawiera kod wszystkich powyższych plików.

Projekt wykonywany był na dwóch komputerach o paremetrach:

- System operacyjny Windows 10 x64, procesor AMD Ryzen 7 3750 2.30GHz, z zainstalowaną pamięcią RAM 8,00GB
- System operacyjny Windows 10 x64, procesor AMD Ryzen 7 5800 H, 3.20 GHz, z zainstalowaną pamiędzią RAM 16,00GB

2. Dokumentacja

2.1 Część użytkownika

Użytkownik może korzystać z programu na dwa sposoby.
Pierwszy z nich to włączenie programu uruchamiając plik main.py. Po uruchomieniu programu na ekranie wyświetli się puste „płótno" na którym należy wprowadzić: punkt startowy, punkt końcowy (poprzez naciśnięcie przycisku Dodaj punkt), oraz przeszkód (poprzez naciśnięcie przycisku Dodaj figurę). Następnie okno to należy zamknąć. Po chwili na ekranie pojawi się pierwsza wizualizacja. Pokazuje ona sposób w jaki sposób tworzony jest graf. Po zamknięciu okna pojawi się druga wizualizacja. Ta reprezentować będzie działanie algorytmu dijkstry na utworzonym grafie oraz wyświetli najkrótszą ścieżkę.
Innym sposobem jest korzystanie z programu poprzez narzędzie jupyter notebook. W pliku tym znajdują się przykładowe wizualizację, które użytkownik może wykorzystać w celu analizy algorytmu. Oprócz tego dostępne jest również czyste „płótno" na którym można zadawać własne przeszkody oraz punkty.

2.2 Utli.py – opis funkcji

Plik ten implementuje funkcję odpowiedzialne za wczytywanie informacji umieszczanych przez użytkownika w układzie współrzędnych. W szczególności:

- **get_obstacle_from_linesCollection**(lcol, pointcount, obscount)
  Argumenty: lcol – obiekt klasy LinesCollection, który służy do przechowywania linii
  pointcount – zmienna typu int przechowująca liczbę wczytanych już punktów
  obscount – zmienna typu int przechowująca liczbę wczytanych już przeszkód
  Opis działania: Funkcja tworzy obiekt klasy Obstacle do którego zapisuje linie tworzące daną przeszkodę.
  Zwraca: Obiekt typu Obstacle

- **get_added_elements**(plot1, lines, points)
  Argumenty: plot1 – obiekt klasy Plot, przechowuje on wszystkie informację, które użytkownik wprowadził na płótnie (punkty, linie, figury)
  lines – lista złożona z obiektów klasy Line
  points – lista złożona obiektów klasy Point
  Opis działania: Funkcja (korzystając z plot1) pobiera informację o położeniu wszystkich punktów oraz przeszkód. Jeżeli jednak paramtery lines oraz points nie są pustę to pobiera te informacje od nich
  Zwraca: Listę punktów (klasy Point) oraz listę przeszkód (klasy Obstacle)

2.3 Obstacle.py – opis klas i funkcji

W pliku znajduje się implementacja trzech klas, które reprezentującą Punkt, Linię oraz Przeszkodę. Ich nazwy to kolejno Point, Line i Obstacle. Oprócz tego znajdują się w nim dwie funkcje. W szczególności są to:

- **orient**(p1, p2, p3)
  Argumenty: p1,p2,p3 – zmienne klasy Point reprezentujące punkty na płaszczyźnie
  Opis działania: Funkcja na podstawie wyliczonego wyznacznika stwierdza czy punkt p3 leży po lewej/prawej stronie prostej p1p2, czy może jest współliniowy
  Zwraca: Zmienną int $\in \{-1,0,1\}$ w zależności od pozycji punktu p3

Klasy zaimplementowane w tym pliku to:

- **Point –** obiekt reprezentujący punkt na płaszczyźnie
  - **Atrybuty: x –** współrzędna x
    y – współrzędna y
    ind – indeks punktu
    oind – indeks przeszkody do której ten punkt należy
    origin – punkt dla którego aktualnie obliczany jest graf widoczności
    max_X – atrybut statyczny mówiący jaka jest maksymalna odcięta wszystkich punktów
  - **Metody:**
    - **__init__**(self, p, pointIndex, obstacleIndex)
      Atrybuty: p – krotka przechowująca dwie wartości, które są kolejno współrzędną x oraz y punktu
      pointIndex – indeks punku
      obstacleIndex – indeks przeszkody do której ten punkt należy
      Opis działania: Tworzy nowy obiekt typu Point
      Zwraca: Obiekt typu Point
    - **update_origin**(og)
      Argumenty: og (***)
      Opis działania: Aktualizuje zmienną statyczną origin
      Zwraca: brak
    - **distance(**self, other**)**
      Argumenty: other – zmienna typu Point
      Opis działania: oblicza dystans w (metryce euklidesowej) jaki dzieli punkt od punktu other
      Zwraca: Zmienną typu double - dystans w metryce euklidesowej
    - **dist_sqr**(self)
      Argumenty: Brak
      Opis działania: Oblicza dystans w (metryce euklidesowej) jaki dzieli punkt od punktu Origin. Dystans podnosi do kwadratu
      Zwraca: Zmienną typu double – dystans w metryce euklidesowej

- **findAngle (**self**)**
  Argumenty: Brak
  Opis działania: Oblicza kąt pomiędzy linią jaką tworzy punkt z punktem origin a osią OX
  Zwraca: Kąt w radianach

- **__eq__**(self,other)
  Argumenty: other – zmienna typu Point
  Opis działania: Sprawdza czy punkt jest taki sam jak other
  Zwraca: Zmienną typu bool

- **__gt__**(self, other)
  Argumenty: other – obiekt typu Point
  Opis działania: Sprawdza czy punkt jest większy od punktu other
  Zwraca: Zmienna typu bool

- **Line –** klasa reprezentująca linię na płaszczyźnie
  - **Atrybuty:** p1 – obiekt klasy Point, reprezentuje jeden koniec odcinka
    p2 – obiekt klasy Point, reprezentuje drugi koniec odcinka
    m – współczynnik kierunkowy prostej, którą wyznacza dany odcinek
    b – wyraz wolny prostej opisanej wyżej
    seenCount – zmienna typu bool, mówiąca czy obiekt znajduje się na miotle
    cmpLine – obiekt klasy Line, aktualna miotła

  - **Metody:**
    - **__init__**(self, p1: Point, p2: Point)
      Argumenty: p1, p2 – obiekty typu Point reprezentujące końce odcinka
      Opis działania: Tworzy obiekt typu Line
      Zwraca: Obiekt typu Line

    - **updateCmpLine**(line)
      Argumenty: line – obiekt klasy Line, aktualna miotła
      Opis działania: Aktualizuje zmienną statyczną cmpLine
      Zwraca: Brak

    - **intersect_line**(self, other)
      Argumenty: other- obiekt typu Line
      Opis działania: Sprawdza czy linie się przecinają
      Zwraca: Zmienna typu bool

    - **__eq__**(other)
      Argumenty: other – obiekt typu Line
      Opis działania: Sprawdza czy odcinek jest równy other
      Zwraca: Zmienna typu bool

- **__gt__**(self, other)
  Argumenty: other – obiekt typu Line
  Opis działania: Sprawdza czy linia jest większa od linii other
  Zwraca: Zmienna typu bool

  Ze względu na złożoność tej metody dodany został jej szczegółowy opis

  Opis szczegółowy:

  1. Gdy odległości od środka (p0) do punktu przecięcia nie są równe funkcja porównuję te odległości.

  2. Gdy odległości są równe, oznacza to że usuwam lub dodaję dwię krawędzie w tym samym czasie oraz proste są postaci (p0, x), (x,a), (x,b). Jeśli punkt p0 leży po lewej stronie prostych (x,a) oraz (x,b), sprawdzam która z prostych ma drugą z nich po lewej, i ustalam że ta prosta jest większa. Analogicznie gdy punkt p0 jest po prawej, ustalam że większa jest ta prosta, która ma drugą po prawej

- **get_len(**self)
  Argumenty: brak
  Opis działania: Zwraca długość odcinka
  Zwraca: Zmienna typu float

- **getIntersectionPoint**(self,other)
  Argumenty: other – obiekt klasy Line
  Działanie: Znajduje punkt przecięcia linii z linią other
  Zwraca: Dwie zmienne typu float

- **Obstacle –** klasa reprezentujący przeszkodę
  - **Atrybuty:** points – lista punktów typu Point, które należą do przeszkody
    edges – lista linii typu Line, które należą do przeszkody
    ind – indeks przeszkody
    pointIndices – zbiór indeksów punktów które należą do przeszkody
    minVertex – minimalny punkt należący do przeszkody w metryce określonej w klasie punkt

  - **Metody**:
    - **__init__**(self, index)
      Argumenty: index – zmienna typu int, reprezentuje indeks przeszkody
      Opis działania: Tworzy obiekt typu Obstacle
      Zwraca: Obiekt typu Obstacle

    - **add_point**(self, p)
      Argumenty: p – obiekt typu Point, punkt należący do przeszkody
      Opis działania: Dodaje punkt do listy points
      Zwraca: Brak

- **add_edge**(self, e)
  Argumenty: e – obiekt typu Line, linia należąca do przeszkody
  Opis działania: Dodaje linię do listy edges
  Zwraca: Brak

- **get_incident_lines**(self, vertex)
  Argumenty: vertex – zmienna typu Point, punkt należący do przeszkody
  Opis działania: Szuka linii których końcem jest zadany punkt vertex.
  Zwraca: Dwa obiekty typu Line

- **get_intersecting_edges**(self, line)
  Argumenty: line – zmienna typu Line
  Opis działania: Szuka linii które przecinają obiekt line
  Zwraca: Listę obiektów typu Line

- **same_line**(point1, point2)
  Argumenty: point1, point2 – obiekty typu Point należące do przeszkody
  Opis działania: Sprawdza czy punkty te posiadają wspólną krawędź
  Zwraca: Zmienną typu bool

- **isDiagonal**(line)
  Argumenty: line – obiekty typu Line
  Działanie: Sprawdza czy linia jest przekątną przeszkody licząc jej liczbę przecięć z krawędziami wielokąta. Jeżeli jest parzysta to oznacza że przekątna jest w wnętrzu wielokąta. Jeżeli jest nieparzysta to oznacza, że jest na zewnątrz wielokąta.
  Zwraca: Zmienną typu bool

2.4 Graph.py – opis klas

W pliku znajduję się implementacja dwóch klas. W szczególności są to:

- **Node** – klasa reprezentująca wierzchołek grafu

  - **Atrybuty:**
    index – zmienna typu int, reprezentująca indeks wierzchołka
    point – krotka, złożona z dwóch zmiennych typu float, reprezentuje współrzędne punktu na płaszczyźnie
    edges – słownik reprezentujący połączenia pomiędzy punktem a jego sąsiadami

  - **Metody**
    - **__init__**(self, index, point)
      Argumenty: index – zmienna typu int,
      point – krotka, złożona z dwóch zmiennych typu float
      Opis działania: Tworzy obiekt typu Node
      Zwraca: Obiekt typu Node

- **add_edge**(self, other, weight)
  Argumenty: other – zmienna typu int, sąsiad wierzchołka
  weight – zmienna typu float, waga krawędzi między wierzchołkiem i jego sąsiadem
  Opis działania: Dodaje krawędź do słownika
  Zwraca: Brak

- **Graph –** klasa reprezentująca graf
  - **Atrybuty:**
    nodeList – lista obiektów typu Node, reprezentuje wszystkie wierzchołki grafu
    node_coord – lista krotek złożonych z typów float, które są współrzędnymi wierzchołków na płaszczyźnie
    edges – słownik reprezentujący krawędzie
    edges_coord – lista list złożonych z krotek, które są współrzędnymi linii na płaszczyźnie

  - **Metody**
    - **__init__**(self, v)
      Argumenty: v – lista krotek, które są współrzędnymi kolejnych punktów
      Opis działania: Tworzy obiekt typu Graph
      Zwraca: Obiekt typu Graph

    - **add_edge**(self, n1, n2, weight)
      Argumenty: n1, n2 – indeksy wierzchołków których łączy krawędź
      weight – zmienna typu float, waga krawędzi między wierzchołkiem i jego sąsiadem
      Opis działania: Dodaje krawędź do słownika
      Zwraca: Brak

    - **add_node**(self, n)
      Argumenty: n – obiekt typu Node, reprezentuje wierzchołek grafu
      Opis działania: Dodaje wierzchołek do listy
      Zwraca: Brak

    - **__len__**(self)
      Argumenty: Brak
      Opis działania: Zwraca liczbę wierzchołków
      Zwraca: Zmienna typu int – liczbę wierzchołków

2.5 dijkstra.py – opis funkcji

W pliku znajduję się implementacja algorytmu Dijkstry

- **dijkstra**(graph: Graph, s: int, t: int, visualise_flag: bool)
  Argumenty: graph – obiekt typu Graph, graf widoczności
  s – zmienna typu int, indeks punktu, który jest punktem początkiem
  t – zmienna typu int, indeks punkty, który jest punktem końcowym
  visualise_flag – flaga, sterująca wizualizacją
  Opis działania: Funkcja zgodnie z algorytmem Edsgera Dijkstry wyznacza najkrótszą drogę z punktu startowego do końcowego
  Zwraca: Zmienną typu float – dystans z punktu s do t; listę zmiennych typu int – indeksy poprzedników każdego wierzchołka; listę obiektów typu Scene – sceny wizualizacji

2.6 visibility.py – opis funkcji

W pliku znajduje się implementacja funkcji, które tworzą graf widoczności. W szczególności są to:

- **searchForIntersection(**T, broom)
  Argumenty: T – obiekt klasy SortedSet, aktualny stan miotły
  broom – obiekt klasy Line, miotła
  Opis działania: Sprawdza czy miotła przecina się z obiektami w T
  Zwraca: Zmienną typu bool, informację czy istnieje krawędź która przecina miotłe

- **visible**(w, pw, obstacles, i, w_list, BroomT, visible_list)
  Argumenty: w – obiekt typu Point, aktualnie rozpatrywany punkt
  pw – obiekt typu Line, miotła
  obstacles – lista obiektów typu Obstacle, zawiera wszystkie rozpatrywane przeszkody
  i – indeks rozpatrywanego punktu w tablicy w_list
  w_list – lista obiektów typu Point, wszystkie punkty wprowadzone przez użytkownika
  BroomT – obiekt typu mySortedList(), aktualny stan miotły
  visible_list – lista zmiennych bool, daje informację czy i-ty punkt jest widoczny dla rozpatrywanego punktu
  Opis działania: Sprawdza czy punkt w jest widoczny przy zadanym stanie miotły i dla zadanego punktu
  Zwraca: Zmienną typu bool

- **visible_vertices**(point, obstacles, graph, vertices, visualiser)
  Argumenty: point – obiekt klasy Point, punkt dla którego funkcja szukać będzie widocznych punktów
  obstacles – lista obiektów klasy Obstacle, wszystkie przeszkody zadane przez użytkownika
  graph – obiekt typu Graph, graf widoczności
  vertices – lista obiektów klasy Point, wszystkie punkty zadane przez użytkownika
  visualiser – obiekt klasy VisibilityVisualiser, wizualizuje przebieg algorytmu
  Opis działania: Dla zadanego punktu szuka innych, które są „widoczne” oraz dodaje je do grafu widoczności wraz z wyliczonymi wagami (według normy Euklidesowej)
  Zwraca: Brak

- **compute_graph**(points, obstacles, vis_flag)
  Argumenty: points – lista obiektów klasy Point, wszystkie punkty zadane przez użytkownika
  obstacles – lista obiektów klasy Obstacle, wszystkie przeszkody zadane przez użytkownika
  vis_flag – zmienna typu bool, odpowiedzialna za sterowanie wizualizacją
  Opis działania: Tworzy graf widoczności
  Zwraca: Graf widoczności

2.7 visualiser.py – opis klas

W pliku znajduje się implementacja klas, które tworzą wizualizację tworzenia grafu oraz algorytmu dijkstry. W szczególności są to klasy:

- **DijkstraVisualiser** – klasa służąca to wizualizacji przebiegu algorytmu Dijkstry. Koloruje elementy sceny w następujący sposób:
  - Fioletowy – wierzchołki startowy i końcowy (kolorowanie to występuje tylko w scenie początkowej). Później tym kolorem pomalowany jest tylko wierzchołek końcowy
  - Pomarańczowy – wierzchołki, które aktualnie są zdjęte ze stosu i których sąsiadów rozważamy
  - Zielony – wierzchołki, których odległość od punktu startowego jest właśnie rozważana (sąsiedzi wierzchołka zdjętego ze stosu)
  - Czarny – wierzchołki do których znamy już odległość. W ostatniej scenie są to wierzchołki należące do najkrótszej ścieżki
  - Czerwony – aktualnie rozważana krawędź grafu. W ostatniej scenie jest to również najkrótsza ścieżka z punktu początkowego do końcowego
  - Szary – w ostatniej scenie są to krawędzie nie należące do najkrótszej ścieżki
  - Niebieski – pozostałe wierzchołki i linie

  - **Atrybuty:** points – lista krotek złożonych z zmiennych typu float, punkty na płaszczyźnie
    edges – lista list, w których znajdują się krotki złożone z zmiennych typu float, linie na płaszczyźnie
    proccessed_points – lista krotek złożonych z zmiennych typu float, współrzędne przetworzonych wierzchołków w algorytmie Dijkstry
    scenes – lista obiektów klasy Scene, przechowuje sceny potrzebne do wizualizacji
    destiny – krotka zawierająca zmienne typu float, współrzędne punktu końcowego

  - **Metody**
    - **__init__**(self, points, edges, destiny)
      Argumenty: points – lista krotek złożonych z zmiennych typu float, współrzędne punktów na płaszczyźnie
      edges – lista list, w których znajdują się krotki złożone z zmiennych typu float, współrzędne linii na płaszczyźnie
      destiny – krotka zawierająca zmienne typu float, współrzędne punktu końcowego
      Opis działania: Tworzy obiekt klasy DijkstraVisualiser
      Zwraca: Obiekt klasy DijkstraVisualiser

- **create_start_scene**(self)
  Argumenty: Brak
  Opis działania: Tworzy obiekt klasy Scene oraz zapisuje go do listy scenes
  Zwraca: Brak

- **process_point**(self, p)
  Argumenty: p – zmienna typu int, indeks punktu
  Opis działania: Zapisuje indeks p w tablicy proccesed_points
  Zwraca: Brak

- **create_scene**(self, start_point, end_point)
  Argumenty: start_point – zmienna typu int, indeks punktu do którego znamy najkrótszą ścieżkę
  end_point – zmienna typu int, indeks punktu dla którego szukamy najkrótszej ścieżki (jest połączony z start_point)
  Opis działania: Tworzy obiekt klasy Scene oraz zapisuje go do listy scenes
  Zwraca: Brak

- **create_end_scene**(self, parent, s, t)
  Argumenty: parent – lista zmiennych typu int, poprzednicy każdego wierzchołka w ich najkrótszych ścieżkach z wierzchołka s do t
  s – zmienna typu int, indeks punktu startowego
  t – zmienna typu int, indeks punktu końcowego
  Opis działania: Tworzy obiekt typu Scene i zapisuje go do listy scenes
  Zwraca: Brak

- **get_scenes**(self)
  Argumenty: Brak
  Opis działania: Brak
  Zwraca: Listę obiektów klasy Scene

➢ **VisibilityVisualiser** – klasa służąca to wizualizacji przebiegu funkcji tworzącej graf widoczności. Koloruje elementy sceny w następujący sposób:

- Fioletowy – wierzchołki startowy i końcowy (kolorowanie to występuje tylko w scenie początkowej). Później tym kolorem pomalowany jest tylko wierzchołek końcowy
- Szary – wierzchołki oraz linie, które nie występują aktualnie w strukturze stanu miotły
- Pomarańczowy – wierzchołek dla którego szukamy widocznych punktów
- Czarny – wierzchołki do których znamy już odległość
- Jasny Zielony – wierzchołek dla którego sprawdzane jest czy jest widoczny
- Zielony – wierzchołek który jest widoczny oraz linie łączące wierzchołek z jego widocznymi sąsiadami
- Czerwony – linia, które jest miotłą lub aktualny wierzchołek, który okazał się nie być widoczny
- Niebieski – odcinki znajdujące się w strukturze stanu miotły

- **Atrybuty:** lines– lista list, w których znajdują się krotki złożone z zmiennych typu float, linie na płaszczyźnie
  points – lista krotek złożonych z zmiennych typu float, punkty na płaszczyźnie
  start_point – krotka zmiennych typu float, współrzędne punktu startowego na płaszczyźnie
  end_point – krotka zmiennych typu float, współrzędne punktu końcowego na płaszczyźnie
  broom_X – zmienna typu float, współrzędna x miotły równoległej do osi X
  scenes – lista obiektów klasy Scene, przechowuje sceny potrzebne do wizualizacji

- **Metody**
  - **__init__**(self, lines, points, start_point, end_point, x)

    Argumenty: lines– lista list, w których znajdują się krotki złożone z zmiennych typu float, linie na płaszczyźnie

    points – lista krotek złożonych z zmiennych typu float, punkty na płaszczyźnie

    start_point – krotka zmiennych typu float, współrzędne punktu startowego na płaszczyźnie
    end_point – krotka zmiennych typu float, współrzędne punktu końcowego na płaszczyźnie
    broom_X – zmienna typu float, współrzędna x miotły równoległej do osi X
    visible_vert – lista krotek zmiennych typu float, współrzędne widocznych punktów
    broom_line – lista krotek zmiennych typu float, współrzędne końców miotły
    Opis działania: Tworzy obiekt klasy VisibilityVisualiser
    Zwraca: Obiekt klasy VisibilityVisualiser

  - **create_start_scene**(self)
    Argumenty: Brak
    Opis działania: Tworzy obiekt klasy Scene oraz zapisuje go do listy scenes
    Zwraca: Brak

  - **create_broom_scene**(self, broom)
    Argumenty: broom – obiekt klasy Line, miotła
    Działanie – Tworzy obiekt klasy Scenes i zapisuje go do listy scenes
    Zwraca: Brak

  - **intersecting_scenes**(self, intersecting_lines)
    Argumenty: intersecting_lines – lista obiektów klasy Line, linie znajdujące się aktualnie w strukturze stanu miotły
    Opis działania: Tworzy obiekt klasy Scene i zapisuje go do listy scenes
    Zwraca: Brak

  - **change_broom_scene**(broom, lines, visible_flag)
    Argumenty: broom – obiekt klasy Line, miotła na płaszczyźnie
    Opis działania: Tworzy dwa obiekty klasy Scene i zapisuje je do listy scenes
    Zwraca: Brak

- **graph_connection_scene**(self, point)
  Argumenty: point – obiekt klasy Point, aktualnie rozpatrywany punkt dla którego szukamy połączeń z innymi punktami
  Opis działania: Tworzy obiekt klasy Scene i zapisuje go do listy scenes
  Zwraca: Brak

3. Sprawozdanie

3.1 Wstęp teoretyczny

Celem ćwiczenia było obliczenie grafu widoczności (na podstawie zadanych figur - przeszkód) i na jego podstawie znalezienie najkrótszej ścieżki łączącej punkt startowy z punktem końcowym.

Pierwszym problemem jaki należało rozwiązać było znalezienie grafu widoczności. Jest to graf G = (V,E), gdzie

- V – zbiór wierzchołków należących do przeszkód, punkt startowy oraz punkt końcowy.
- E – zbiór krawędzi pomiędzy połączonymi wierzchołkami. Dwa wierzchołki łączą się ze sobą ⇔ prosta łącząca te wierzchołki nie przecina żadnej przeszkody

Następnie na podstawie utworzonego grafu należało znaleźć najkrótszą ścieżkę łączącą punkt początkowy oraz końcowy.

3.2 Opis użytych algorytmów

Algorytm obliczający graf widoczności:

Pierwszym krokiem algorytmu jest inicjalizacja grafu. Na początku posiada on tyle wierzchołków ile występuje w wszystkich przeszkodach plus wierzchołki: startowy i końcowy. Nie posiada on również żadnych krawędzi – będą one dodawane w dalszej części algorytmu. Następnie dla każdego wierzchołka wykonywana jest pętla w której szukany jest zbiór „widocznych wierzchołków". Znalezione wierzchołki zostają połączone krawędzią z wagą równą odległości punktów w metryce euklidesowej. Na koniec zwracany jest graf widoczności.

Szukanie widocznych wierzchołków

Jednym z kroków algorytmu, który oblicza graf widoczności jest szukanie widocznych wierzchołków dla **punktu p**. Metoda ta wymaga użycie **miotły,** a co za tym idzie **struktury stanu** oraz **struktury zdarzeń.**

Struktura zdarzeń: Lista. Zdarzeniami są punkty należące do grafu. Ich kolejność nie jest przypadkowa. Są one sortowane według kąta jaki tworzy prosta, wychodząca z punktu startowego i kończąca się w tym wierzchołku, a osią OX. Dzięki takiemu podejściu miotła posiada jeden punkt stały (punkt startowy) a jej drugi koniec porusza się zgodnie z ruchem wskazówek zegara.

Struktura stanu: Drzewo binarne (SortedSet z sortedcontainers). W strukturze stanu znajdują się aktualnie przecięte odcinki. Ich kolejność również nie jest przypadkowa. Uporządkowane są według odległości (metryka euklidesowa) od punktu startowego miotły.

Pierwszym krokiem tej metody jest utworzenie struktury stanu oraz struktury zdarzeń. Struktura zdarzeń tworzona jest poprzez posortowanie zadanych punktów. Natomiast struktura stanu jest uzupełniana na początku przez wszystkie odcinki które przecinają miotłę, gdy jest ona równoległa do osi OX a jej punktem startowym jest punkt p.

Następnie miotła zaczyna obsługiwać kolejne zdarzenie (**wierzchołek w**). Na początku zmienia ona swoją pozycję. Później sprawdzana jest widoczność wierzchołka (zdarzenia). Jeżeli jest on widoczny to graf zostaje zaktualizowany.

Kolejnym etapem jest aktualizacja struktury stanu miotły. Do tej struktury dodawane są krawędzie incydentne z wierzchołkiem w oraz leżące po prawej stronie miotły. Oprócz tego z struktury usuwane są krawędzie incydentne z wierzchołkiem w ale leżące po lewej stronie miotły.

Sprawdzanie czy wierzchołek jest widoczny

Następną metodą, której działanie warto opisać jest metoda sprawdzająca czy wierzchołek jest widoczny. Jej wywołanie występuje w algorytmie, która szuka wszystkich widocznych wierzchołków dla zadanego punktu.

Posiadając poprawnie uzupełnioną strukturę stanu **T**, wierzchołek $\mathbf{w_i}$ dla którego sprawdzamy czy jest on widoczny oraz punkt startowy **p** algorytm wygląda następująco:

- Jeżeli pw_i przecina wnętrze przeszkody, której w jest wierzchołkiem: **Zwróć Fałsz**
- Jeżeli w_i jest pierwszym rozważanym wierzchołkiem lub w_{i-1} nie znajduje się na pw_i to:
  Znajdź w T odcinek o najmniejszej wadze (znajdujący się najbliżej p)
  Jeżeli taki istnieje oraz przecina pw_i: **Zwróć Fałsz**
  W przeciwnym przypadku: **Zwróć Prawdę**
- Jeżeli w_{i-1} jest nie widoczne (dla p): **Zwróć Fałsz**
- W przeciwnym przypadku: Znajdź w T odcinek który przecina $w_{i-1}w_i$
  Jeżeli odcinek istnieje: **Zwróć Fałsz**
  W przeciwnym przypadku: **Zwróć Prawdę**

Algorytm Dijkstry

Algorytm służący znajdowaniu najkrótszej ścieżki pomiędzy punktem **startowym s** a **końcowym t** w grafie G = (V, E).

Pierwszym krokiem algorytmu jest inicjalizacja kolejki priorytetowej oraz listy odległości od punktu początkowego. Na początku wszystkie odległości ustawiane są na ∞ (wyjątek odległość punktu s od punktu s = 0). Następnie do kolejki priorytetowej dodawany jest wierzchołek s z wagą 0. Dopóki kolejka priorytetowa nie jest pusta wykonywane są następujące kroki:

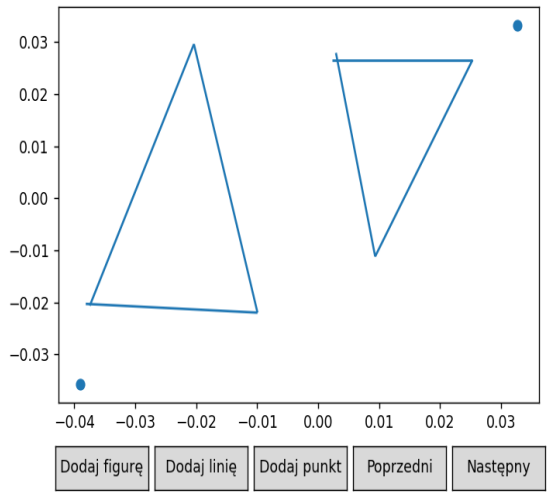
- Wyjęcie wierzchołka v z kolejki priorytetowej
- Jeżeli wierzchołek jest równy t: Zakończ działanie algorytmu i zwróć dystans do wierzchołka t
- W przeciwnym przypadku, dla każdej krawędzi {v, u} (u to sąsiad v) wykonaj algorytm relaksacji

Algorytm relaksacji polega na sprawdzeniu czy aktualne oszacowanie odległości pomiędzy punktem s a u jest większe czy mniejsze od odległości od punkt v + waga krawędzi {u, v}. Jeżeli jest większe to przypisywane jest mu nowa wartość równa odległości punktu v do s + waga krawędzi {u, v}. Dodatkowo kolejka priorytetowa jest aktualizowana poprzez dodanie wierzchołka u o wadze nowo oszacowanej odległości.

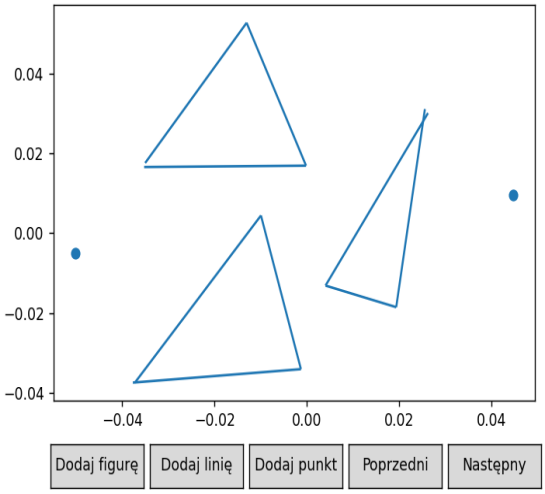
3.3 Wygenerowane testy

Do testowania poprawności działania programu narysowane zostały cztery zestawy.

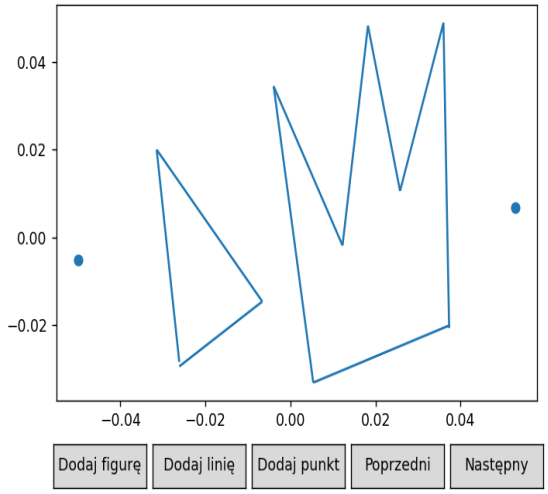
Wykres 1 - Zestaw 1



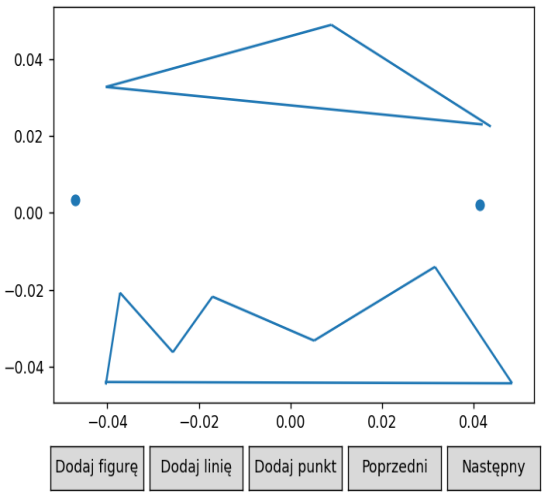
Wykres 2 - Zestaw 2



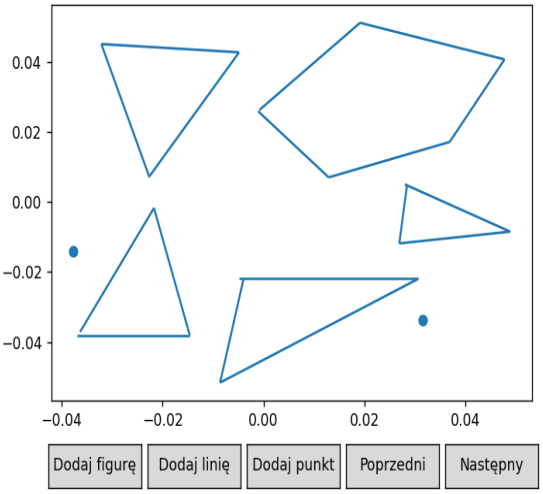
Wykres 3 - Zestaw 3



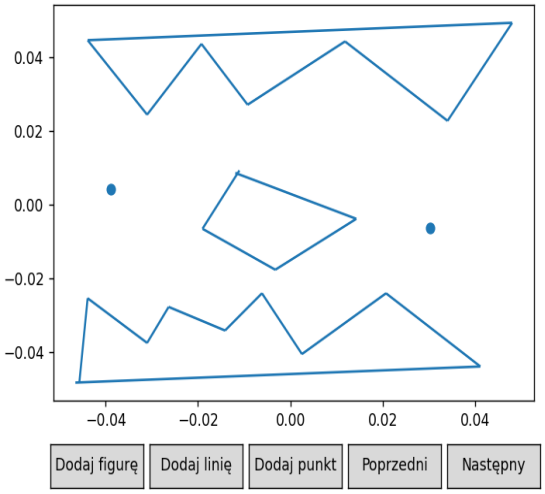
Wykres 4 - Zestaw 4



Wykres 5 - Zestaw 5



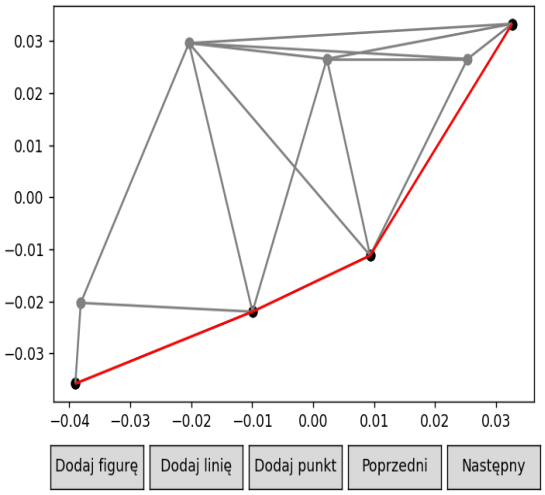
Wykres 6 - Zestaw 6



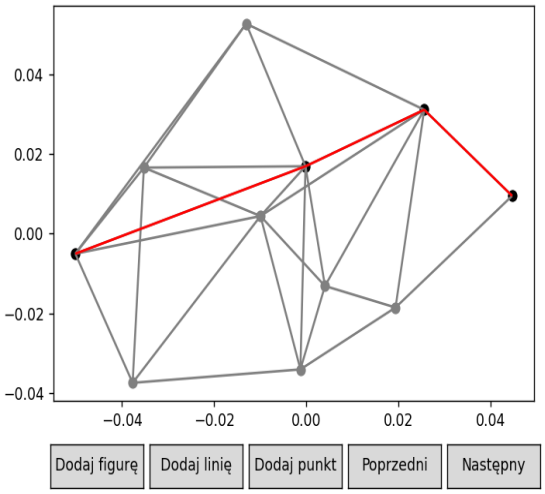
3.4 Uzyskane wyniki

Poniższe wykresy pokazują, tylko najkrótszą drogę pomiędzy punktem startowym a końcowym. Pełne wizualizację znajdują się w pliku visibility_graph.ipynb.

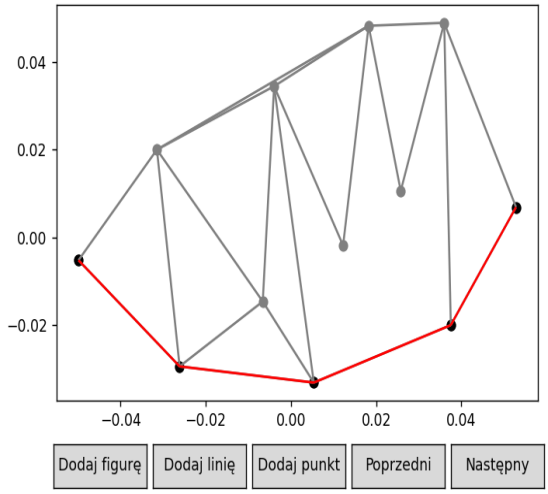
Wykres 6 - Wynik dla zestawu 1



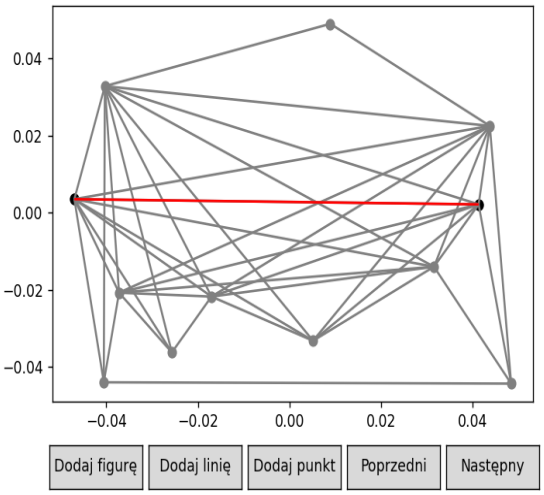
Wykres 7 - Wynik dla zestawu 2



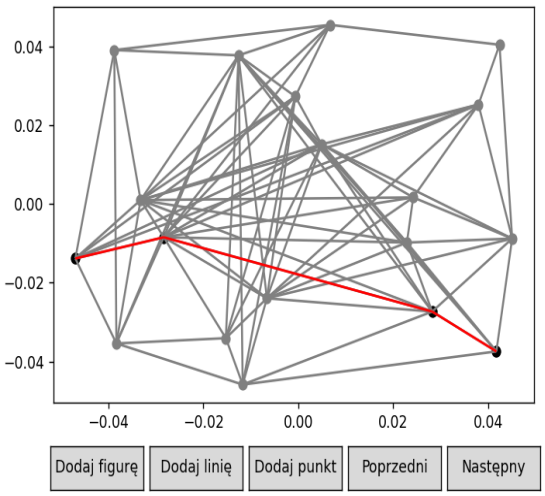
Wykres 8 - Wynik dla zestawu 3



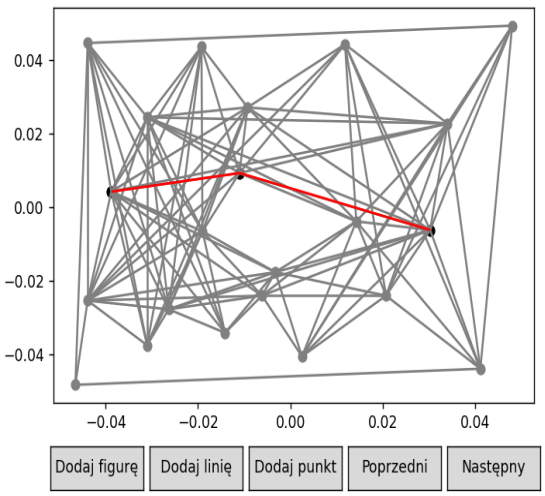
Wykres 9 - Wynik dla zestawu 4



Wykres 10 – Wynik dla zestawu 5



Wykres 11 - Wynik dla zestawu 6



3.5 Podsumowanie

Program obliczający graf widoczności działa poprawnie na danych testowych. Nie dodaje on niepoprawnych krawędzi. Uwzględnia również fakt, iż najkrótszą drogą może być prosta między punktem końcowym a startowym. Zastosowanie struktury danych SortedSet sprawia że program działa z zadowalającą szybkością. Jego złożoność obliczeniowa wynosi $O(n^2 \log n)$.
Program zwraca szukany dystans oraz listę poprzedników dla każdego wierzchołka, przez co możliwe jest odtworzenie drogi od punkt startowego do końcowego

4. Literatura

- Thomas H. Corner, Charles E. Leiserton, Ronald L. Rivest, „Wprowadzenie do algorytmów”
- Mark de Berg „Geometria obliczeniowa – Algorytmy i Zastosowania”