

# INTERPOLACJA LAGRANGE'A

## 1. Wprowadzenie teoretyczne:

**Interpolacja Lagrange'a** to metoda numeryczna przybliżania funkcji za pomocą wielomianu Lagrange'a. W tej technice używamy węzłów interpolacji, które są punktami, w których znamy wartości przybliżanej funkcji. W skrócie, interpolacja Lagrange'a pozwala nam znaleźć wielomian, który przechodzi przez te węzły. **Wielomian Lagrange'a** jest to wielomian stopnia  $n$ , który przechodzi przez  $n+1$  węzłów interpolacji. Jego postać jest opisana wzorem:

$$L(x) = \sum_{i=1}^n y_i l_i(x)$$

Po znalezieniu wielomianu Lagrange'a, możemy **obliczać wartość** przybliżanej funkcji w dowolnym punkcie  $x$  bez konieczności wyliczania całego wielomianu.

## 2. Fragmenty kodu C++:

```
double wynik = 0;

for (int i = 0; i < liczba_wartosci; i++) {
    double temp = 1;
    for (int j = 0; j < liczba_wartosci; j++) {
        if (j != i) {
            temp *= (punkt_x - tabx[j]) / (tabx[i] - tabx[j]);
        }
    }
    wynik += temp * taby[i];
}
```

Wartość „**punkt\_x**” to punkt, w którym chcemy obliczyć wartość przybliżanej funkcji. Wartość „**liczba\_wartosci**” to ilość  $x$ ’ów (które zapisane są w **tablicy tabx**) oraz  $y$ ’ów (zapisanych w **tablicy taby**) dla których wartości tej funkcji są znane. Warunek **if(j != i)** sprawdza, czy indeksy wewnętrznej i zewnętrznej pętli są różne. Wewnątrz drugiej pętli obliczany jest iloczyn różnicowych czynników Lagrange’a dla każdego węzła. Wartość „**temp**” jest aktualizowana w każdej iteracji wewnętrznej pętli. Po zakończeniu wewnętrznej pętli, wartość „**temp**” jest pomnożona przez odpowiadającą wartość z **tablicy taby[i]**, a następnie dodawana do finalnego wyniku „**wynik**”.

```
ifstream plik("metoda1.txt");
string* tab = new string[liczbaLinii];
for (int i = 0; i < liczbaLinii; i++) {
    getline(plik, tab[i]);
}
plik.close();

double punkt_x = stod(tab[0]);
```

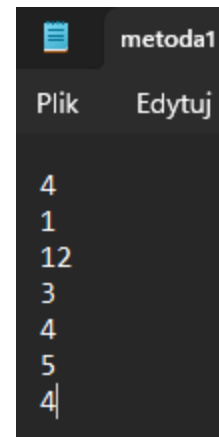
Dodatkowo, aby uniknąć ciągłego wpisywania danych przy każdym kolejnym uruchomieniu programu skorzystano z biblioteki `fstream`. Dzięki tej bibliotece wszystkie dane odczytywane są bezpośrednio z pliku tekstowego co znacznie ułatwia oraz przyspiesza korzystanie z programu. Wszystkie dane wpisywane są do tablicy dynamicznej „**tab**”, której rozmiar zależy od ilości tych danych. Następnie dane przypisywane są do

poszczególnych wyżej wymienionych tablic (tabx, taby) oraz zmiennej punkt\_x (pierwsza wpisana dana w pliku tekstowym).

### 3. Testy kodu numerycznego:

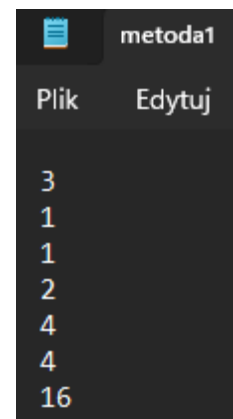
Test działania programu dla 3 punktów z prezentacji:

```
Punkt x = 4
x1 = 1; y1 = 12
x2 = 3; y2 = 4
x3 = 5; y3 = 4
Wartosc interpolacji w punkcie x = 4 wynosi: 3
```



Test działania programu dla 3 punktów leżących na wielomianie  $x^2$ :

```
Punkt x = 3
x1 = 1; y1 = 1
x2 = 2; y2 = 4
x3 = 4; y3 = 16
Wartosc interpolacji w punkcie x = 3 wynosi: 9
```



### 4. Wnioski:

Interpolacja Lagrange'a jest skuteczną metodą numeryczną do przybliżania wartości funkcji w punktach pomiędzy znanymi danymi. Metoda ta opiera się na interpolacji wielomianowej, co pozwala na dokładne odwzorowanie zestawu danych za pomocą jednego wielomianu. Jest to przydatne narzędzie w wielu dziedzinach nauki i inżynierii, umożliwiające szybkie i wygodne obliczenia. W praktyce ważne jest odpowiednie dobranie liczby punktów interpolacji, aby uniknąć niepożądanych efektów, takich jak nadmiernie złożony wielomian. Mimo pewnych ograniczeń, interpolacja Lagrange'a pozostaje użytecznym narzędziem analizy danych i obliczeń numerycznych.