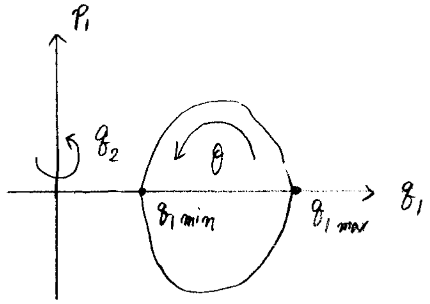
(ii) $f(q_1)=0$ が 2つの 正の実根をもつ場合。 i.e $0 > H_0 > -\dfrac{C^2}{2(\alpha^2-2\delta)}$ のとき,

2実根を $q_{1min} < q_{1max}$ とする。

(*) をみたす (q_1, p_1) の全体は $q_{1min} < q_1 < q_{1max}$ なる q_1 に対して p_1 の正負の2点, $q_1 = q_{1min}$ or q_{1max} のとき $p_1 = 0$ の 1点。



不変トーラスの構成

定理 3.47 $H = \dfrac{p_1^2+p_2^2}{2} - \left(\dfrac{C}{\sqrt{x_1^2+x_2^2}} + \dfrac{\delta}{x_1^2+x_2^2}\right)$ (3.41)

(i) ρ が有理数 $\Rightarrow$ (3.41) のハミルトン方程式の解は $\Sigma(\alpha, H_0)$ 上で 周期解。

(ii) ρ が無理数 $\Rightarrow$ (3.41) のハミルトン方程式の解は $\Sigma(\alpha, H_0)$ 上で稠密。

i.e $X = \left\{ (q, p) \in \Sigma(\alpha, H_0) \;\middle|\; \dot{q} = \dfrac{\partial H}{\partial p} \quad \dot{p} = -\dfrac{\partial H}{\partial q} \right\}$

$$\overline{|X|} \supset \Sigma(\alpha, H_0)$$

$\Sigma(\alpha, H_0)$ 上で 周期解はない。

[証明] (i) $T = \min\{T \in \mathbb{R} \mid \theta(t+T) - \theta(t) = \pm 2\pi\}$ とする。
$\exists$ として.

仮定より $\rho = \dfrac{b}{a}$ $a \neq 0, b \neq 0$ $a, b \in \mathbb{Z}$

(3.45) より $\rho\theta = q_2 + C$

$$\frac{q_2(t+T) - q_2(t)}{\theta(t+T) - \theta(t)} = \rho = \frac{b}{a}.$$