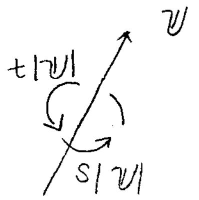
$\mathcal{R}^t_v$: v を軸として、角度 $t|v|$ の回転

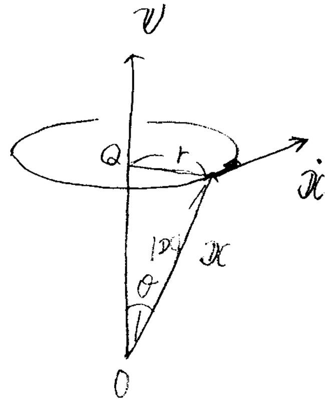


$\mathcal{R}^t_v$ は1径数変換群をなす

i.e $\mathcal{R}^t_v \mathcal{R}^s_v = \mathcal{R}^{t+s}_v$ □

補題 2.57 $\mathcal{R}^t_v$ に対応する無限小変換は $\mathbb{V}_{\hat{v}}$ である。

証明)
$$\lim_{t \to 0} \frac{\mathcal{R}^t_v(x) - \mathcal{R}^0_v(x)}{t}$$
$$= \lim_{t \to 0} \frac{x(t) - x(0)}{t}$$
$$= \dot{x}(0)$$
$$= v \times x = \hat{v} x = \mathbb{V}_{\hat{v}}(x).$$



(∵ 或る瞬間において x の運動は、x から

軸へ下した垂線の長さ、 $r = |x| \sin\theta$ を半径とし

垂線の足 Q を中心とする円運動であるから、速度 $\dot{x}$ の大きさは $|v||x| \sin\theta$、 $\dot{x}$ は x と v に垂直) □

補題 2.58 $R(t) \in SO(3)$: 1点で固定された剛体

$$\Omega(t) = \frac{dR(t)}{dt} R(t)^{-1}$$ とおくと

$\Omega(t)$ は反対称行列 i.e ${}^t\Omega(t) = -\Omega(t)$

証明) ${}^tR(t) R(t) = I$

両辺 t で微分 $$\frac{d\,{}^tR(t)}{dt} R(t) + {}^tR(t) \frac{dR(t)}{dt} = 0$$

$$0 = {}^tR(t)^{-1} \frac{d\,{}^tR(t)}{dt} R(t) R^{-1}(t) + {}^tR^{-1}(t)\,{}^tR(t) \frac{dR(t)}{dt} R^{-1}(t)$$