定理 2.37 (ガウスの定理)

$\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$: 領域 , $S = \partial\Omega$

u : Ω上の微分2形式

のとき

$$\int_\Omega du = \int_{\partial\Omega} u \quad .$$

[証明] $i_2(\mathbb{W}) = u$ なるベクトル場 $\mathbb{W}$をとる.

$$\int_\Omega du = \int_\Omega d i_2(\mathbb{W}) \underset{(2.22)}{=} \int_\Omega *(\operatorname{div} \mathbb{W})$$

$$= \int_\Omega * \left(\frac{\partial W^x}{\partial x} + \frac{\partial W^y}{\partial y} + \frac{\partial W^z}{\partial z} \right)$$

$$= \int_\Omega \operatorname{div} \mathbb{W} \, dx\,dy\,dz$$

$$= \int_S \mathbb{W} \cdot ds$$

「電場と〜」定理 2.26

$$= \int_S i_2(\mathbb{W}) = \int_S u \qquad \square$$

補題 2.36

定理 2.38 (ストークスの定理)

$S \subseteq \mathbb{R}^3$: 向き付き境界付き曲面 , $L = \partial S$

u : Sの近傍で定義された微分1形式