

定義 2.56 $SO(3) \stackrel{\text{def}}{=} \{ A \in O(3) \mid \det A = 1 \}$ \square

$X(t)$: 時刻 t の剛体 のとき

$\exists X$: t によらない図形, $\exists R(t) \in SO(3)$, $\exists v(t) \in \mathbb{R}^3$

$$\text{s.t. } X(t) = (R(t), v(t))X \quad (2.35) \quad \triangleleft$$

剛体の運動の決定 $\rightarrow R(t) \in SO(3)$, $v(t) \in \mathbb{R}^3$

に対する微分方程式を解く。

◦ 剛体が1点で固定されている場合

◦ 1点を原点とする座標系を選ぶ。

$$(R(t), v(t))(0) = 0, \Rightarrow R(t)0 + v(t) = 0 \Rightarrow v(t) = 0$$

∴ 運動は $R(t) \in SO(3)$ で記述される。 \triangleleft

◦ $A \in SO(3)$

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$: $A \in SO(3)$ の固有値

とする。

1は A の固有値。

$$\because {}^t A(A-E) = E - {}^t A = -{}^t(A-E)$$

$$\text{よって } |A| \cdot |A-E| = (-1)^3 |A-E|$$

$$\Rightarrow 2|A-E| = 0 \Rightarrow |A-E| = 0$$

∴ 1は A の固有値 \square