[illegible] $E(3) = O(3) \times \mathbb{R}^3 \ni {}^\forall (A_1, v_1), {}^\forall (A_2, v_2)$ について

$$(A_1, v_1) \cdot (A_2, v_2) = (A_1 A_2, v_1 + A_1 v_2) \qquad (2.2')$$

とすると $E(3)$ は群.

∵ (i) $(A_1, v_1) \cdot (A_2, v_2) = (A_1 A_2, v_1 + A_1 v_2) \in O(3) \times \mathbb{R}^3$

(ii) $((A_1, v_1) \cdot (A_2, v_2)) \cdot (A_3, v_3)$

$= (A_1 A_2, v_1 + A_1 v_2) \cdot (A_3, v_3)$

$= (A_1 A_2 A_3, v_1 + A_1 v_2 + A_1 A_2 v_3)$

$= (A_1, v_1) \cdot (A_2 A_3, v_2 + A_2 v_3)$

$= (A_1, v_1) \cdot ((A_2, v_2) \cdot (A_3, v_3))$

(iii) $(I, 0)$ は単位元

∵ $(I, 0) \cdot (A_1, v_1) = (I A_1, 0 + I v_1) = (A_1, v_1)$

$(A_1, v_1) \cdot (I, 0) = (A_1 I, v_1 + A_1 0) = (A_1, v_1)$

(iv) $(A_1^{-1}, -A_1^{-1} v_1)$ は逆元

$(A_1, v_1) \cdot (A^{-1}, -A^{-1} v_1) = (A_1 A_1^{-1}, v_1 + A_1(-A_1^{-1} v_1))$

$= (I, 0)$

$(A^{-1}, -A^{-1} v_1) \cdot (A, v_1) = (A_1^{-1} A_1, -A^{-1} v_1 + A^{-1} v_1)$

$= (I, 0)$. □