と仮定する。

『電磁場とベクトル解析』 定理1.21

「 $\mathbb{V}$：領域Ω上のベクトル場， 次の2つは同値.

(i) $\mathbb{V}(p) = \mathrm{grad}_p f$ なる関数fが存在する.

(ii) Ωに含まれる任意の道$l : [a, b] \to \Omega$に沿った線積分

$\int_a^b \mathbb{V}(l(t))\,dl$ は，lの両端 $l(a)$, $l(b)$ のみによって決まる.」

ハミルトニアン

$$H(q_1, q_2, p_1, p_2) \overset{\mathrm{def}}{=} \frac{p_1^2 + p_2^2}{2} + V(q_1, q_2) \qquad (1.15)$$

但し， $q_i = x_i$， $p_i = \dfrac{dx_i}{dt}$ $(i=1,2)$

ハミルトニアン $H : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}$ に対するハミルトン方程式は，

$$\begin{cases} \dfrac{dq_i}{dt} = \dfrac{\partial H}{\partial p_i} \\ \dfrac{\partial p_i}{\partial t} = -\dfrac{\partial H}{\partial q_i} \end{cases} \quad (i=1,2) \qquad (1.16)$$

(1.15)を代入

$$\begin{cases} \dfrac{dq_i}{dt} = p_i \\ \dfrac{dp_i}{dt} = F_i \end{cases} \quad (i=1,2)$$

$\Rightarrow$ 運動方程式 (1.14) は ハミルトニアン(1.15) に対するハミルトン方程式。