$= \quad y \cdot f_i$

よって $\quad x_i = y_1 r_{i1} + y_2 r_{i2} + y_3 r_{i3} = \sum_{k=1}^{3} y_k r_{ik}$

$$\therefore \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \quad y = {}^tC x$$

$$y_i = r_{1i} x_1 + r_{2i} x_2 + r_{ni} x_n$$

$$x' = 0' + y \quad \Rightarrow \quad x_i' = \alpha_i + y_i$$

$$\Rightarrow \quad x_i' = \alpha_i + \sum_{j=1}^{3} r_{ji} x_j =$$

$$\Rightarrow \quad x' = \alpha + {}^tC x \text{ 。} \quad ▨$$

定義 2.50 $\quad E(3)$ を**ユークリッド合同変換群**という。

補題 2.51 $\quad t \cdot p = \varphi_t(p)$ は群 $\mathbb{R}$ の $\mathbb{R}^n$ への作用を定める。

補題 2.52 群 $\mathbb{R}$ の $\mathbb{R}^n$ への作用が存在し,

$\psi_t = (t, p) \mapsto t \cdot p$:微分可能

$\Rightarrow$ $\exists\, \mathbb{V}$: $\mathbb{R}^n$ 上 完備なベクトル場

s.t $\mathbb{V}$ に随伴する1径数変換群 $\varphi_t(p) = t \cdot p$.

($\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ 群 $\mathbb{R}$ の $\mathbb{R}^n$ への作用に対する**無限小変換**)

[証明] $\quad \mathbb{V}(p) = \left.\dfrac{d\psi_t(p)}{dt}\right|_{t=0}$ とする。

このとき $\quad \left.\dfrac{d\psi_t(p)}{dt}\right|_{t=t_0} = \left.\dfrac{d\psi_{t+t_0}(p)}{dt}\right|_{t=0} = \left.\dfrac{d\psi_t(\psi_{t_0}(p))}{dt}\right|_{t=0}$

$$= \mathbb{V}(\psi_{t_0}(p))$$