

をみたす解が, $t_0 - \varepsilon < t < t_0 + \varepsilon$ で定義され

これらの解の族をと x_1, \dots, x_n の関数と見たとき,

それらは C^∞ 級である。 \square

\mathbb{R}^n の開集合 U 上で定義された関数 $f: U \rightarrow \mathbb{R}$ は, r 階 までのすべての

偏導関数
$$\frac{\partial^{\alpha_1 + \dots + \alpha_n} f}{(\partial x_1)^{\alpha_1} \dots (\partial x_n)^{\alpha_n}} \quad (\alpha_i \geq 0, \alpha_1 + \dots + \alpha_n \leq r)$$

が U 上存在し, それらが連続であるとき C^r 級という.

すべての r について C^r 級るとき C^∞ 級という。