

$$-H_0 r^2 - G m M r + \frac{A_0^2}{2} = -\frac{r^2}{2} p_r^2 \leq 0$$

場合分け

[場合1]  $-H_0 r^2 - G m M r + \frac{A_0^2}{2} = 0$  が重根をもつ場合。

$$\text{判別式 } D = 0 \quad \Rightarrow \quad H_0 = -\frac{(G m M)^2}{2 A_0^2}$$

$$(\text{完全平方}) \quad \Rightarrow \quad r = -\frac{G m M}{2 H_0}$$

(1.20)に代入  $p_r = 0,$

$$p_\theta = \frac{A_0}{r} = -\frac{2 H_0 A_0}{G m M} \quad (\text{位置によらない})$$

半径方向と垂直な方向にしか成分がない。

$\Rightarrow$  質点は等速円運動。

[場合2]  $-H_0 r^2 - G m M r + \frac{A_0^2}{2} = 0$  が2つの正の実根をもつ場合

$$\text{解と係数の関係より, } -\frac{A_0^2}{2 H_0} > 0 \quad \Rightarrow \quad 0 > H_0$$

$$\text{判別式 } D > 0 \quad \Rightarrow \quad H_0 > -\frac{(G m M)^2}{2 A_0^2}$$

2実根  $r_{\min}, r_{\max}$  ( $r_{\min} < r_{\max}$ )

$\Rightarrow$  質点がケプラーの法則に従う楕円運動をする場合  
(後述) 1

(i)  $r = r_{\min}, r_{\max}$  のとき,

$$-H_0 r^2 - G m M r + \frac{A_0^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \left( -H_0 - \frac{G m M}{r} + \frac{A_0^2}{2 r^2} \right) r^2 = 0$$