

(修正) Δx は任意であるから 特に、ある関数 Δx_0

$$\text{で } \Delta x_0(0) = \Delta x_0(1) = 0, \quad \Delta x_0(t) \geq 0 \quad (0 \leq t \leq 1)$$

と $\left(-\frac{d^2}{dt^2}x - \text{grad } V(x)\right)$ の スカラー-積 で

$$\Delta x = \Delta x_0 \cdot \left(-\frac{d^2}{dt^2} - \text{grad } V(x)\right) \quad \text{とおく}$$

$$(*) = \int_0^1 \Delta x_0 \left| -\frac{d^2}{dt^2}x - \text{grad } V(x) \right|^2 dt = 0$$

\Downarrow (?)

$$\left| -\frac{d^2}{dt^2}x - \text{grad } V(x) \right|^2 = 0$$

(?)

補題 岩波講座 微分と積分 1 p 128

$$\forall x \in [a, b] \quad f(x) \geq 0 \quad f: \text{連続}$$

\Downarrow

$$\boxed{\exists x \in [a, b] \quad f(x) > 0 \Rightarrow \int_a^b f(x) dx > 0}$$

補題 $f(x) \geq 0 \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0$.