§3.5 コマの運動

(a) 慣性モーメント

$\Omega(t)$; 反対称行列 $= \hat{\Xi}$

$\Xi(t)$: ベクトル … 時刻 t のコマの回転軸と角速度 $= \overline{\Omega}(t)$.

$R(t)$: 運動方程式の解 (コマの)

$\xi(t) \overset{\text{def}}{=} R(t)^{-1}\Xi(t).$

$w(t) \overset{\text{def}}{=} R(t)^{-1}\dfrac{dR(t)}{dt} = R^{-1}(t)\Omega(t)R(t) = \widehat{\xi(t)}$

↑ 補題 2.61

補題 3.66　コマの上の点 $R(t)x$ の速度は, $R(t)(\xi(t)\times x)$.

[証明] 式(2.37)より

$$\frac{d(R(t)x)}{dt} = \frac{dR(t)}{dt}x = R(t)w(t)x = R(t)(\xi(t)\times x).$$ ■

Δx: $R(t)x$ の近くの体積 δ の微小領域, 重さ $\delta\rho(x)$.

$\rho(x)$ は t によらない。

$\rho(x)$ を使って時刻 t でのコマのもっている角運動量と運動エネルギーを計算する。

$A(\Delta x)$: Δx の部分がもっている角運動量(ベクトル)

$H(\Delta x)$: 〃 エネルギー は

$$\begin{cases} A(\Delta x) = \underbrace{\delta\rho(x)R(t)x}_{g} \times \underbrace{R(t)(\xi(t)\times x)}_{p} \\ \quad = -\delta\rho(x)R(t)(x\times(x\times\xi(t))) \\ H(\Delta x) = \frac{1}{2}\delta\rho(x)\|R(t)(x\times\xi(t))\|^2 = \frac{1}{2}\delta\rho(x)\|x\times\xi(t)\|^2 \end{cases}$$

(3.82)

$R(t)\in SO(3)$　2.5(f)

↑ 重力も何の力も働いていない場合