補題 3.40　　$X_G(H) = \{G, H\}$

[証明]　$X_G(H) = \sum_i \left(\frac{\partial G}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial G}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} \right)$

①③②④②④

$= \{G, H\}$ ■

これまで〜(read aloud) 〜 になる.

定理 3.41. (ネーター)

H: 単連結領域上の関数　のとき (i)(ii)は同値.

(i) $\exists G \neq$ 定数 s.t $\{G, H\} = 0$

p105の中段 $dG \neq 0$ より

(ii) $\exists \varphi_t$: 恒等写像でない正準変換 s.t $H \circ \varphi_t = H$, $\frac{d\varphi_t(p)}{dt} = X_G(\varphi_t(p))$

□

[証明] (i) ⇒ (ii)

φ_G^t は正準変換　(定理 3.31)

(i) $\Rightarrow X_G(H) = 0 \Rightarrow H \circ \varphi_t = H$ (ii)

補題 3.40　補題 3.33

△

(ii) ⇒ (i)

(ii) $\Rightarrow {}^\exists \mathbb{V}$. s.t φ_t: $\mathbb{V}$から生成される.

補題 2.52

$\Rightarrow {}^\exists G$ s.t $\mathbb{V} = X_G$

定理 3.31

(ii) $H \circ \varphi_t = H \Rightarrow \mathbb{V}(H) = X_G(H) = \{G, H\} = 0$

補題 3.40　補題 3.33

(ii) φ_t: 恒等写像でない. $\frac{d\varphi_t}{dt} = X_G \neq 0 \Rightarrow G \neq$ 定数 ■