(1) $(x(0), y(0)) = (2,1)$ のとき $f(2,1) = 3$ で

図より 非有界

(2) $(x(0), y(0)) = (1,0)$ のとき $f(1,0) = 1$ で

$\{(x,y) \mid x=1 \quad -\sqrt{2} < y < \sqrt{2}\}$ より 有界で

周期解でも定常解でもない

(3) $(x(0), y(0)) = (0, 1/2)$ のとき $f(0, 1/2) = 1/4$ で

図より 周期解 □

1.3 ハミルトニアン

$$H(q_1, q_2, p_1, p_2) = \frac{p_1^2 + p_2^2}{2} + e^{q_1^2 + q_2^2}$$

(1) $G = q_1 p_2 - q_2 p_1$ は 第1積分

[証明]
$$\frac{dq_1}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_1} = p_1 \qquad \frac{dq_2}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_2} = p_2$$

$$\frac{dp_1}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_1} = -2q_1 e^{q_1^2+q_2^2}$$

$$\frac{dp_2}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_2} = -2q_2 e^{q_1^2+q_2^2}$$

$$\frac{dG}{dt} = \frac{\partial G}{\partial q_1}\frac{dq_1}{dt} + \frac{\partial G}{\partial q_2}\frac{dq_2}{dt} + \frac{\partial G}{\partial p_1}\frac{dp_1}{dt} + \frac{\partial G}{\partial p_2}\frac{dp_2}{dt}$$

$$= p_2 p_1 + -p_1 p_2 + q_2 \cdot 2q_1 e^{q_1^2+q_2^2} - q_1 2q_2 e^{q_1^2+q_2^2}$$

$$= 0$$ □