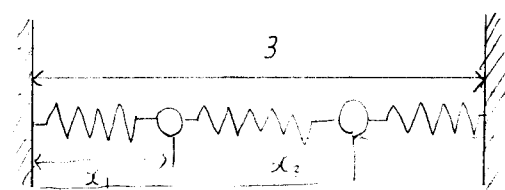


例 2.7



各々のばねの自然長は 1

ばねの長さが A のとき ばねの持つエネルギーは $(A-1)^2$

2つの質点の位置エネルギーを x_1, x_2 とすると、位置エネルギーは、

$$(x_1-1)^2 + (x_2-x_1-1)^2 + (2-x_2)^2$$

$$(1-(3-x_2))^2$$

運動エネルギーは

$$\frac{\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2}{2}$$

質量 $m=1$

ラグランジアンは、

$$L(x, \dot{x}) = \frac{1}{2} |\dot{x}|^2 - V(x)$$

$$= \frac{\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2}{2} - (x_1-1)^2 - (x_2-x_1-1)^2 - (2-x_2)^2$$

(1.25) を見る

この場合の オイラー- ラグランジアン について

$$x_1-1 = q_1 \quad x_2-2 = q_2 \quad \text{とおくと} \quad \dot{x}_i = \dot{q}_i$$

よって

$$L(q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2) = \frac{\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2}{2} - q_1^2 - (q_2 - q_1)^2 - q_2^2$$

$$= \frac{\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2}{2} - \frac{1}{2} (q_1 + q_2)^2 - \frac{3}{2} (q_2 - q_1)^2$$

さらに $y_1 = q_1 + q_2$, $y_2 = q_1 - q_2$ とおく。

$$\frac{\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2}{2} = \frac{\dot{y}_1^2 + \dot{y}_2^2}{4}$$