$\therefore\ \exists\, v \in \mathbb{R}^3 - \{0\}$ s.t $Av = v$

A: vの方向の直線を軸とした回転

$$\begin{cases} \text{軸の方向} & : 2\text{次元} \\ \text{回転角} & : 1\text{次元} \end{cases}$$

(e) より　$A(t)$: 直交行列，$A(t)A(s) = A(t+s) \in SO(3)$

に対応する無限小変換は 反対称行列。

$$\text{反対称行列}\ B = \begin{pmatrix} 0 & -v_3 & v_2 \\ v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{pmatrix} \qquad (2.36)$$

に対して

$\overline{B} = (v_1, v_2, v_3)$ とする。

$v = (v_1, v_2, v_3)$ に対して

$$\hat{v} = \begin{pmatrix} 0 & -v_3 & v_2 \\ v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{pmatrix}$$ とする。

$\hat{v}x = v \times x$ 。

$$\because\ \hat{v}x = \begin{pmatrix} 0 & -v_3 & v_2 \\ v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -v_3x_2 + v_2x_3 \\ v_3x_1 - v_1x_3 \\ -v_2x_1 + v_1x_2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = v \times x \quad \square$$