$\theta_{H'}(\mathbb{Q},\mathbb{P},t) = \sum_i P^i dQ^i - H'(\mathbb{Q},\mathbb{P},t)dt$ とおく。

定義 3.19 時間に依存する変換の生成関数

$S(q,Q,t)$ が $\tilde{\Phi}(q,p,t) = (Q(q,p,t), P(q,p,t), t)$ の生成関数

$\overset{def}{\Longleftrightarrow}$ $\forall t$ について、$S_t(q,Q) = S(q,Q,t)$ として、

$$dS_t = \sum_i p^i dq^i - \tilde{\Phi}^*\left(\sum_i P^i dQ^i\right) \quad (3.15) \quad (U上の等式)$$

i.e $\dfrac{\partial S}{\partial q^i} = p^i, \quad \dfrac{\partial S}{\partial Q^i} = P^i \qquad (3.16)$

Δ

U が単連結 $\underset{\text{定理 2.31}}{\Longrightarrow}$ $^\exists S$ s.t (3.15) or (3.16)

Δ

$$\therefore \sum_i p^i dq^i - \tilde{\Phi}^*\left(\sum_i P^i dQ^i\right) = dS - \frac{\partial S}{\partial t}dt \quad (U\times[0,1]上の等式) \quad (3.17)$$

注意 3.20 (3.17) $\dfrac{\partial}{\partial t}$ は q, Q を止めて、t で微分。

注意 3.15と同様。 (read the part aloud). □

$S(q,Q,t): \tilde{\Phi}(q,P,t) = (Q(q,p,t), P(q,p,t), t)$ の生成関数 とする。

$$\mathcal{H}_{H'}(\mathbb{Q}(t),\mathbb{P}(t)) = \int_0^1 \left(\mathbb{P}(t)\cdot\dot{\mathbb{Q}}(t) - H'(\mathbb{Q}(t),\mathbb{P}(t),t)\right)dt \quad \leftarrow 定義$$

$$= \int \ell^* \theta_{H'}(\mathbb{Q},\mathbb{P},t) \quad \leftarrow 補題 3.18$$

$$= \int \ell^* \Phi^* \theta_{H'}(\mathbb{Q},\mathbb{P},t) \quad \leftarrow 補題 2.28$$

$$= \int \ell^*\left(\sum_i p^i dq^i - dS + \frac{\partial S}{\partial t}dt - H'(q(t),p(t),t)dt\right) \leftarrow (3.17)$$

$$= \int \ell^* \theta_{H'}(q,p,t) - \frac{\partial S}{\partial t} - \int_0^1 \ell^* dS$$

$\theta_H = \sum(変数) - (ハミルトニアン)$

$$= \int \ell^* \theta_{H'}(q,p,t) - \frac{\partial S}{\partial t} - S(\ell(1),1) + S(\ell(0),0). \quad (3.18)$$

■

以上より