§2.1 のベクトル場の変数変換の公式 (2.5) より

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial}{\partial u} + \frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial}{\partial v} = \frac{\partial}{\partial u} + \frac{\partial}{\partial v} . \qquad (!!)$$

△ 微分形式 dx^i は x^i のほかの座標関数 x^j $(j \neq i)$ と関係なく決まる。

問8　$u = x$, $v = x + y$ のとき $\dfrac{\partial f}{\partial u} \neq \dfrac{\partial f}{\partial x}$　$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

(解)　$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial v} \qquad \square$$

§2.3 微分形式の積分とストークスの定理

(a) 微分形式の積分

定義 2.26　U : $\mathbb{R}^n$ の有界領域,

$u = f dx^1 \wedge \cdots \wedge dx^n$: U 上の微分 n 形式

のとき

u の積分 $\displaystyle\int_U f dx^1 \cdots dx^n$.　$\square$

定義 2.27　U, V : $\mathbb{R}^n$ の有界領域

$\Phi : U \to V$: 可微分同相写像　のとき

Φ が向きを保つ $\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ Φ のヤコビ行列式が任意の点で正。 $\square$

定理 2.28　U, V : $\mathbb{R}^n$ の有界領域

Φ : 向きを保つ可微分同相写像

u : V 上の微分 n 形式　のとき

$$\int_U \Phi^* u = \int_V u$$