

$$\frac{2q_1}{\alpha} e^{q_1^2 + q_2^2} + \frac{2q_2}{\alpha} e^{q_1^2 + q_2^2} = \lambda(c)$$

$$\frac{2}{\alpha} e^{q_1^2 + q_2^2} (q_1^2 + q_2^2) = \lambda(c) \quad \square$$

$$H(q_1, q_2, p_1, p_2) = \alpha^2 (q_1^2 + q_2^2) + e^{q_1^2 + q_2^2} = c$$

∴ $q_1^2 + q_2^2$ は X_c 上定数. ($\alpha^2 t + e^t = c$ の解)

∴ $p_1^2 + p_2^2$ は 定数 ($p_1^2 + p_2^2 = q_1^2 + q_2^2$)

∴ α は 定数 ($\alpha = \frac{2e^{q_1^2 + q_2^2}}{\lambda(c)} (q_1^2 + q_2^2)$)

∴ $(q_1(0), q_2(0)) = (q_1(1), q_2(1)), (p_1(0), p_2(0)) = (p_1(1), p_2(1))$

X_c は閉曲線。 Y_c も同様。

(3) 任意の $c > 0$ で, M_c 上に周期解がある。

[証明] (2) より X_c は閉曲線で $(\frac{dq}{dt}, \frac{dp}{dt}) \neq 0$

だから, X_c は周期解。