したがって
$$\underset{q_2(t+aT)}{\varphi(t+aT)} - \underset{q_2(t)}{\varphi(t)} = \frac{b}{a}2\pi \underset{\theta(t+aT)-\theta(t)}{a} = 2\pi b \quad \because a \in \mathbb{Z}$$

$q_2 + 2n\pi = q_2$ より

$q_2(t+aT) = q_2(t)$ ∴ aT は解の周期

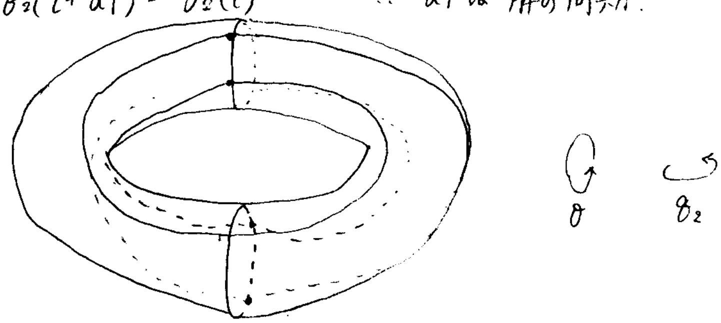

図3.1 $\rho = \frac{3}{2}$ の場合 ☑

定理 3.48 ρ：無理数 のとき

$$\forall \varepsilon > 0, \forall u > 0, \exists n, \exists m \in \mathbb{Z}$$

$$|n\rho - m - u| < \varepsilon \quad \square$$

[定理 3.47 の(ii)の証明]

$\exists (q_0, p_0) \in \Sigma(\alpha, H_0)$ について パラメータ(q_2, θ)を用いて

$$q_0 = q_0(\bar{q}_2, \theta_0), \quad p_0 = p_0(\bar{q}_2, \theta_0)$$

$(q_2(t), \theta(t))$：解曲線 $\exists \theta_0, \exists t_0 \quad \theta(t_0) = \theta_0$

$\exists T$： $\theta(t+T) - \theta(t) = \pm 2\pi$ とする

(3.45)より
$$\frac{q_2(t+T) - q_2(t)}{\theta(t+T) - \theta(t)} = \rho$$

よって $q_2(T+t_0) = q_2(t_0) \pm 2\pi\rho$.