定理3.48で　$u = \dfrac{\bar{q}_2 - q_2(t_0)}{2\pi}$ について

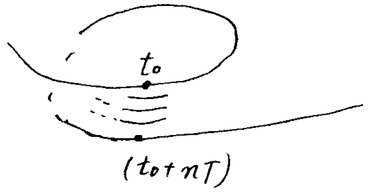
$\exists n, m$, s.t. $\left| n\rho - m - \dfrac{\bar{q}_2 - q_2(t_0)}{2\pi} \right| < \varepsilon$

$$\Downarrow$$

$$\left.\begin{aligned} &\left| 2n\pi\rho - 2\pi m - \bar{q}_2 + q_2(t_0) \right| < 2\pi\varepsilon \\ &\theta(t_0 \pm nT) - \theta_0 = 2\pi n \end{aligned}\right\} \quad (3.46)$$

εは任意だから、　$t = t_0 + nT$ での解曲線の値は (q_0, p_0) にいくらでも

近くとれる。



(c)　非有理回転

定理3.48の証明

円 $S^1 = \{ x + \sqrt{-1}y \in \mathbb{C} \mid x^2 + y^2 = 1 \}$

$\varphi_\rho : S^1 \to S^1 : z \mapsto \varphi_\rho(z) = e^{2\pi\sqrt{-1}\rho} z$　：原点中心の $2\pi\rho$ だけ回転

このとき

「$\exists m$ s.t. $|n\rho - m - u| < \varepsilon$」

$$\Longleftrightarrow$$

「$\left| e^{2\pi\sqrt{-1}(n\rho - m)} - e^{2\pi\sqrt{-1}u} \right| = \left| e^{2\pi\sqrt{-1}n\rho} - e^{2\pi\sqrt{-1}u} \right|$

$2\sin\pi\varepsilon \;>\; 2\sin(\pi(n\rho - m - u)) \;= \left| e^{2\pi\sqrt{-1}u} \right| \left| e^{2\pi\sqrt{-1}n\rho} - 1 \right|$

$= \left| e^{2\pi\sqrt{-1}n\rho} - 1 \right|$」

△

(図3.2もよく見る。)