1.3 ニュートンの運動方程式はハミルトン方程式に書き換えることができる。

1.4 中心力場の運動では角運動量は保存される。

1.5 ポテンシャルで定まる力を受ける粒子の運動は，道の空間上の変分問題の極値で表わされる。

1.6 ハミルトン方程式の解は，相空間上の道の集合上のハミルトン汎関数の極値で与えられる。

演習問題

1.1 $f(x, y) : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $0 < \theta < \pi/2$ とし，

$$\mathbb{V}(x, y) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \operatorname{grad} f$$ のとき

$\mathbb{V}$ には定常解以外の周期解はない。

［証明］ $\boldsymbol{x}(t) = (x(t), y(t))$ を周期解とする。

$$\frac{df(\boldsymbol{x})}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{dt}$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\cos\theta - \frac{\partial f}{\partial y}\sin\theta\right) + \frac{\partial f}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\sin\theta + \frac{\partial f}{\partial y}\cos\theta\right)$$

$$= \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2\cos\theta + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\sin\theta \geqq 0 \quad (\text{by } 0 < \theta < \pi/2)$$

$\cos\theta$ と $\sin\theta$ が同時に 0 になることはないから，