定理 2.32 (ポアンカレの補題)

U: 凸集合 (i.e. Uの任意の2点を結ぶ線分がUに含まれる。)

とすると、

$\forall k$形式u s.t $du=0$ に対して

$\exists k-1$形式v s.t $u=dv$ $\square$

(c) ストークスの定理、ガウスの定理

定義 曲面$S\subset\mathbb{R}^3$が向き付け可能

$\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ $\exists n: S\to\mathbb{R}^3 : p\mapsto n(p)$: 連続写像

$n(p)$はpの単位法ベクトル $\square$

定義 S: 向きのついた曲面、$n: S\to\mathbb{R}$: Sの向き

$\varphi: \underset{\mathbb{R}^2}{\underset{\cap}{U}} \to \mathbb{R}^3$: Sの座標

$$n(x,y,z)=n(\varphi(s,t))$$
$$=\pm\frac{\partial\varphi}{\partial s}\times\frac{\partial\varphi}{dt}\Big/\left\|\frac{\partial\varphi}{\partial s}\times\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right\|$$

U: 弧状連結 $\Rightarrow$ 上式の符号の正負は$(s,t)\in U$によらない。

符号が正 $\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ $\varphi: U\to\mathbb{R}^3$は$S$の向きを保つ座標 $\square$

定義 2.33 S: 向きを保つ1枚の座標$\varphi: \underset{\mathbb{R}^2}{\underset{\cap}{U}}\to S$で覆われる曲面

u: Sを含む$\mathbb{R}^3$の開集合上の微分2形式