

分母を払って整理

$$\frac{f(\sigma_2) \left( \frac{\partial S}{\partial \sigma_2} \right)^2}{(\sigma_3 - \sigma_2)} + H\sigma_2 = \frac{f(\sigma_1) \left( \frac{\partial S}{\partial \sigma_1} \right)^2}{(\sigma_3 - \sigma_1)} + H\sigma_1 \quad (3.80)$$

(変数分離)

$H, Q$  をパラメータにして.

$$\frac{f(\sigma_1) \left( \frac{\partial S_1(\sigma_1)}{\partial \sigma_1} \right)^2}{(\sigma_3 - \sigma_1)} + H\sigma_1 = Q = \frac{f(\sigma_2) \left( \frac{\partial S_2(\sigma_2)}{\partial \sigma_2} \right)^2}{(\sigma_3 - \sigma_2)} + H\sigma_2 \quad (3.81)$$

$S = S_1 + S_2$  を生成関数とする正準変換で  $H, Q$  が 巡回座標.

$H, Q$  は独立 定義 3.51 より

定理 3.64 楕円面の測地流は完全積分可能系。

楕円面の測地線の様子.

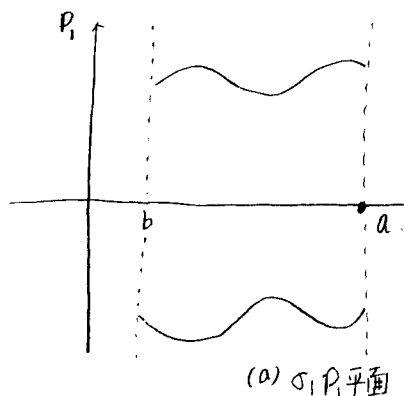
問 7\*  $Hc < Q < Hb$  のとき, この  $Q, H$  に対応する測地線は,  $\sigma_2 = \frac{Q}{H}$  に対する

1 葉双曲面  $\Sigma(\sigma_1)$  と  $\Sigma(\sigma_3)$  の交わりである 2 つの閉曲線に交互に接しながら,

$z$  軸の周りを回ることを確かめよ.

[証明]  $a > \sigma_1 > b > \sigma_2 > c$  の範囲で,  $\sigma_1, \sigma_2$  を動かしていることを思い出すと,

$Hc < Q < Hb$  のとき (3.81) が表す図形は, 図 2 の通りである.



$$\begin{aligned} f(\sigma_1) p_1^2 + H\sigma_1(\sigma_3 - \sigma_1) &= Q(\sigma_3 - \sigma_1) \\ \Rightarrow f(\sigma_1) p_1^2 + H\sigma_1\sigma_3 - \sigma_1^2 &= Q\sigma_3 - Q\sigma_1 \\ \Rightarrow f(\sigma_1) p_1^2 &= \sigma_1^2 - (H\sigma_3 + Q)\sigma_1 + Q\sigma_3 \\ \Rightarrow p_1^2 &= \frac{\sigma_1^2 - (H\sigma_3 + Q)\sigma_1 + Q\sigma_3}{2(a - \sigma_1)(b - \sigma_1)(c - \sigma_1)} \end{aligned}$$