$$\int_S u \overset{\text{def}}{=} \int_U \varphi^* u \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Def 2.26}}}{=} \int_U f\circ\varphi \; d\varphi^1 d\varphi^2$$

□

◦ 曲面とは？

定義　$S \subseteq \mathbb{R}^3$ が曲面

$\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ $\forall p \in S$ に対して，$^\exists \varepsilon > 0$ と $^\exists U \subseteq \mathbb{R}^2$：開集合と

$^\exists \varphi : U \to \mathbb{R}^3$：$C^\infty$ 級 があって，

(i)　$U(p, \varepsilon) \subset \varphi(U) \subset S$

(ii)　φ : 1-1

(iii)　$\operatorname{rank} D\varphi = \operatorname{rank} \begin{pmatrix} \frac{\partial\varphi_1}{\partial s} & \frac{\partial\varphi_1}{\partial t} \\ \frac{\partial\varphi_2}{\partial s} & \frac{\partial\varphi_2}{\partial t} \\ \frac{\partial\varphi_3}{\partial s} & \frac{\partial\varphi_3}{\partial t} \end{pmatrix} = 2$.

D

「φ : S の p の近くの座標」　という。

◦ $\int_U \varphi^* u$ は座標 $\varphi : U \to S$ のとり方によらない。 $U \subset \mathbb{R}^2$

$\because$　$\psi : V \to S$ を別の座標とすると　$V \subset \mathbb{R}^2$

$^\exists \Phi : U \to V$；可微分同相写像 s.t $\psi\Phi = \varphi$ 。

また $\underset{(s,t)\mapsto\varphi(s,t)}{\varphi : U \to S}$，$\underset{(x,y)\mapsto\psi(x,y)}{\psi : V \to S}$ が向きを保つ

$\Rightarrow$　$\Phi : U \to V$：向きを保つ。

(i.e 任意の点で $D\Phi > 0$)