

この例で考えているハミルトン方程式は, $Q_1 = H, Q_2 = Q, P_1, P_2$ を

座標として, H をハミルトニアンとするハミルトン系に写る。(2.24 より)

$$(3.13) \quad dS = \sum_i (p_i dg^i - p_i dQ^i) \quad \text{よ!}$$

正準変換 \rightarrow

$$P_1 = \frac{\partial S}{\partial H} = \int^{g_1} \frac{x^2}{\sqrt{2Hx^2 - Q - 1}} dx + \int^{g_2} \frac{x^2}{\sqrt{2Hx^2 + Q - 1}} dx$$

$$P_2 = \frac{\partial S}{\partial Q} = \frac{1}{2} \int^{g_1} \frac{-dx}{\sqrt{2Hx^2 - Q - 1}} + \frac{1}{2} \int^{g_2} \frac{dx}{\sqrt{2Hx^2 + Q - 1}} \quad (3.29)$$

(以下の計算を略す)

ハミルトニアンは H だから,

$$\begin{cases} \frac{\partial P_1}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial H} = -1 \\ \frac{\partial P_2}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial Q} = 0 \end{cases} \quad (3.30) \Rightarrow \begin{cases} P_1(t) = -t + C_1 \\ P_2(t) = C_2 \end{cases}$$

これらを (3.29) の逆写像に代入して, 解 $g_1(t), g_2(t)$ が求まる。 \square

§3.2 ハミルトン系の対称性とネーターの定理

第1章で (read the rest aloud) ~ ついて述べている。

(a) 無限小正準変換

§2.4 で, (read the rest aloud) ~ 場合であらうか?

$$(g, p) \in \mathbb{R}^{2n}, \quad V = \sum_{i=1}^n V^i \frac{\partial}{\partial g^i} + \sum_{i=1}^n V^{n+i} \frac{\partial}{\partial p^i} \quad \text{: ベクトル場:} \quad (3.31)$$

$$\varphi_t: V \text{ が生成する 1 径数変換群} \quad : \quad \frac{d\varphi_t(g, p)}{dt} = V(\varphi_t(g, p))$$

$$\varphi_t(g, p) = (\varphi_t^1(g, p), \dots, \varphi_t^{2n}(g, p))$$