(ii)(イ) 解 $(\mathbb{q}(t), \mathbb{p}(t)) \in \Sigma(H_0, G_0) \Rightarrow$ 周期解

又は
(ロ) $\Rightarrow$ $(\mathbb{q}(t), \mathbb{p}(t))$ は $\Sigma(H_0, G_0)$ で稠密

(証明は付録) □

n次元空間の運動の場合

$H(\mathbb{q}, \mathbb{p})$ のハミルトン系が完全積分可能

$\overset{def}{\Longleftrightarrow}$ ${}^\exists G_1 = H, {}^\exists G_2, \cdots, {}^\exists G_n$ s.t. $\{G_i, G_j\} = 0$

かつ

$\mathrm{grad}\, G_1, \cdots, \mathrm{grad}\, G_n$ が1次独立

定義 3.53 解が準周期解 $\Longleftrightarrow$ 定理 3.52 (ii)(ロ)

この節の ~ read aloud ~ 触れる.

§3.4 曲面上の測地線 §1.5で ~ read aloud ~ 応用しよう。

(a) 測地線

曲線 $\boldsymbol{\ell} : [0,1] \to \mathbb{R}^3$: C^1級

$\boldsymbol{\ell}$ の長さ : $\mathcal{L}(\boldsymbol{\ell}) = \int_0^1 \sqrt{\frac{d\boldsymbol{\ell}}{dt} \cdot \frac{d\boldsymbol{\ell}}{dt}}\, dt$ (3.48)

(解析入門. 小平邦彦 P452 定理 9.1)

A, B ∈ 曲面S

問題 3.54 A, Bを結ぶ曲線 $\boldsymbol{\ell} \subset S$ で長さが最小のもの(測地線)は? □

長さが ~ read aloud ~ 言い換える。

座標 $\varphi : U \to S$: 1枚の座標で覆われている場合

$U \subset \mathbb{R}^2$

$(x^1, x^2) \mapsto \varphi = (\varphi^1, \varphi^2, \varphi^3)$

$\varphi(x_0) = A, \quad \varphi(x_1) = B$ とする.