

定理 閉曲面 $S \subset \mathbb{R}^3$: 弧状連結 のとき

$\mathbb{R}^3 - S$ は 互いに素な 2つの領域に分かれ

一方は有界で他方は非有界。 \square

有界なものを「閉曲面 S が囲む領域」と呼ぶ。

系 閉曲面には向きが存在する \square

$$\begin{aligned}
 \Phi^* w &= \cos s \cos t \, d(\sin s \cos t) \wedge d(\sin t) \\
 &\quad + \sin s \cos t \, d(\sin t) \wedge d(\cos s \cos t) \\
 &\quad + \sin t \, d(\cos s \cos t) \wedge d(\sin s \cos t) \\
 &= \cos s \cos t (\cos s \cos t \, ds - \sin s \sin t \, dt) \wedge \cos t \, dt \\
 &\quad + \sin s \cos t \cos t \, dt \wedge (-\sin s \cos t \, ds - \cos s \sin t \, dt) \\
 &\quad + \sin t (-\sin s \cos t \, ds - \cos s \sin t \, dt) \wedge (\cos s \cos t \, ds - \sin s \sin t \, dt) \\
 &= \cos^2 s \cos^3 t \, ds \wedge dt \\
 &\quad + \sin^2 s \cos^3 t \, ds \wedge dt \\
 &\quad + \sin^2 t \sin^2 s \cos t \, ds \wedge dt + \sin^2 t \cos^2 s \cos t \, ds \wedge dt \\
 &= \cos^3 t \, ds \wedge dt \\
 &\quad + \sin^2 t \cos t \, ds \wedge dt \\
 &= \cos t \, ds \wedge dt
 \end{aligned}$$