ハミルトニアン $H = \dfrac{p_1^2+p_2^2}{2} + K(\sqrt{q_1^2+q_2^2})$ (3.39)

φ_t：原点を中心にした角度 t の回転，正準変換

$$\varphi_t\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}.$$

点変換 (3.7) として，

$$\varphi_t\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}。$$

この1径数変換群に対して ハミルトニアン(3.39) は不変。

$\Rightarrow$ $^\exists G$：第1積分 ▲

↑
定理 3.41

φ_t の定めるベクトル場は，

$$\mathbb{V} = \left.\frac{d\varphi_t(q,p)}{dt}\right|_{t=0} = -q_2\frac{\partial}{\partial q_1} + q_1\frac{\partial}{\partial q_2} - p_2\frac{\partial}{\partial p_1} + p_1\frac{\partial}{\partial p_2}.$$

$G = p_1 q_2 - p_2 q_1$ とおくと $\mathbb{V} = X_G$

（$-G$ は §1.3 の角運動量）

すなわち，〜 (read aloud) しておこう．

$\mathbb{V}$：$\mathbb{R}^n$ 上のベクトル場． φ_t：$\mathbb{V}$ が定める1径数変換群

Φ_t：φ_t が (3.7) で定める $\mathbb{R}^{2n}$ 上の正準変換

補題 3.43 Φ_t の定める $\mathbb{R}^{2n}$ のベクトル場 $\mathbb{V}$（同じ記号を使う）は，

$$\mathbb{V} = \sum_i V^i(q)\frac{\partial}{\partial q_i} - \sum_{i,j}\frac{\partial V^j}{\partial q_i}(q)\, p_j\frac{\partial}{\partial p_i}. \qquad (3.40)$$