



(b) $\sigma_2 p_2$ 平面

まず, $\sigma_2 p_2$ 平面の図を見ると, これは $\sigma_2 = \frac{Q}{H}$ のところで, 測地線が $\Sigma(\sigma_2)$ と接することを意味する. 次に $\sigma_1 p_1$ 平面の図を見る.

式(3.71)を見ると, $\sigma_1 = a$ のとき $\alpha = 0$ になる. この点で楕円座標が可微分同相写像でない. しかし, 曲面そのものは, こども滑らかである.

この点での振舞いは次の通り,

$\sigma_1 = a$ を越えたところで, α が正から負に変わる.

楕円座標を, $x, y, z > 0$ なる x, y, z と $a > \sigma_1 > b > \sigma_2 > c > \sigma_3$ なる

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ の対応でなく, $y, z > 0 > x$ なる x, y, z と $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ の

対応と見ることもでき, すると, 今迄の議論は全く同じに進む. したがって, α が正から負に変わったあとは, 同じように, $\sigma_2 p_2$ 平面の図を見ていけばよい.

同様に $\sigma_1 = b$ は $y = 0$ に対応することから, ここで今度は y の符号が変わる. 結局, 測地線は z 軸の周りを回ることになる. 図は

V.I. アールド 古典力学 ~ §47.

問8 $Hc < Q < Ha$ のときは, この Q, H に対応する測地線は, $\sigma_1 = \frac{Q}{H}$ に対する 2 葉双曲面 $\Sigma(\sigma_1)$ と $\Sigma(\sigma_3)$ の交わりである 2 つの閉曲線に交互に接しながら, α 軸の周りを回ることを確かめよ.

[証明] 問7 と同様. (V.I. アールド ~)