(ii) $\Rightarrow$ (i)　　$\forall\,(\Delta\mathbb{Q}(t), \Delta\mathbb{P}(t))$ について $\frac{d}{d\delta}\mathcal{H}_{H'}(\mathbb{Q}+\delta\Delta\mathbb{Q}, \mathbb{P}+\delta\Delta\mathbb{P})\Big|_{\delta=0} = 0$

だから，$\exists\,(\mathrm{grad}Q^i\Delta(q, p), \mathrm{grad}P^i\Delta(q, p))$ についても 成り立つ

$\delta\to 0$ のとき，$O(\delta\Delta(q, p)(t)) \longrightarrow 0$　　だから．

$$\frac{d}{d\delta}\mathcal{H}_H(q(t)+\Delta q(t), \ p(t)+\delta p(t))\Big|_{\delta=0} = 0$$

(i) $\Rightarrow$ (ii) のときも　Φが 可微分同相 であるから．Φ^{-1}の 場合に 上と 同様にできる．■

定理 3.22の 仮定を 座標不変に 表示すると，(3.17) より，

$\tilde{\Phi}$が 正準変換，Sが 生成関数，と (3.19) は

$$\sum_i p^i dq^i - Hdt = \Phi^*\Big(\sum_i P^i dQ^i\Big) + dS - \frac{\partial S}{\partial t}dt - \Big(H'\circ\tilde{\Phi} - \frac{\partial S}{\partial t}\Big)dt$$

$$\Rightarrow \sum_i p^i dq^i - Hdt = \Phi^*\Big(\sum_i P^i dQ^i - H'dt\Big) + dS \qquad (3\cdot 20)$$

$\mathbb{R}^{2n+1}$ 上の 微分形式の 等式

(e) ハミルトン－ヤコビ の 方法

(*read the first aloud*) 定理 3.22を用いて ～ ようにしたい。

ハミルトニアン H が p^i を 含まないとき，

$$\frac{dQ^i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p^i} = 0 \quad \Rightarrow \quad Q^i = \text{定数}\ 。$$

定義 3.23　ハミルトニアン H が $^{\exists}p^i$ を 含まない

$$\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}\ \mathbb{Q}:\text{巡回座標} \qquad \square$$

$^{\exists}S(q, \mathbb{Q}, t)$，s.t $\frac{\partial S}{\partial q^i} = p^i$，$\frac{\partial S}{\partial Q^i} = P^i$ をみたす 正準変換で

得られた $(\mathbb{Q}, \mathbb{P})$ が 巡回座標 である 必要十分条件を 求める．