

・次数の異なる微分形式の間の和は定義しない。

計算規則 2.10 微分形式間の積 \wedge (ウェッジ)

$$(i) \quad dx^i \wedge dx^i = 0$$

$$(ii) \quad dx^i \wedge dx^j = -dx^j \wedge dx^i$$

(iii) 分配法則 u, v, w : 微分形式

$$u \wedge (v + w) = u \wedge v + u \wedge w$$

$$(v + w) \wedge u = v \wedge u + w \wedge u$$

(iv) 結合法則

$$u \wedge (v \wedge w) = (u \wedge v) \wedge w$$

(v) 微分形式 u, v と関数 f について

$$(fu) \wedge v = u \wedge (fv) = f(u \wedge v) \quad \square$$

例 2.11 $u = xdy + (xy+1)dz$, $v = 100 dx \wedge dy$

の時 $u \wedge v$

$$\text{解) } u \wedge v = (x dy + (xy+1) dz) \wedge (100 dx \wedge dy)$$

$$= (x dy) \wedge (100 dx \wedge dy) + (xy+1) dz \wedge (100 dx \wedge dy)$$

$$= 100x dy \wedge (dx \wedge dy) + 100(xy+1) dz \wedge (dx \wedge dy)$$

$$= -100x dy \wedge (dy \wedge dx) + 100(xy+1) (dz \wedge dx) \wedge dy$$

$$= -100x \underbrace{(dy \wedge dy)}_0 \wedge dx + 100(xy+1) (dx \wedge dz) \wedge dy$$

(i) (ii)