$\Sigma(\sigma_1)$：2葉双曲面,　$\Sigma(\sigma_2)$：1葉双曲面　$\Sigma(\sigma_3)$：楕円面

$(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$を座標にすれば，曲面$\Sigma(\sigma)$は平面に写る．（逆写像だから）

σ_3を固定して，$\varphi(\sigma_1, \sigma_2) = \Phi(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ で楕円面の座標が定まる．

$\Sigma(\sigma_3)$のリーマン計量　$g_{ij} \quad \varphi_*\left(\frac{\partial}{\partial \sigma_i}\right) \cdot \varphi_*\left(\frac{\partial}{\partial \sigma_j}\right)$　$(i, j = 1, 2)$

補題3.62　$\Sigma(\sigma_1)$と$\Sigma(\sigma_2)$，$\Sigma(\sigma_1)$と$\Sigma(\sigma_3)$，$\Sigma(\sigma_2)$と$\Sigma(\sigma_3)$は，それぞれの交点で直交する．（i.e 法ベクトルが直交する．）

[証明]　(x, y, z)での$\Sigma(\sigma)$の法ベクトルは，$\left(\frac{x}{a-\sigma}, \frac{y}{b-\sigma}, \frac{z}{c-\sigma}\right)$ である．

(3.71)に $\sigma = \sigma_1$ を代入，$\sigma = \sigma_2$ を代入して引く．

$$\left(\frac{x}{a-\sigma_1}, \frac{y}{b-\sigma_1}, \frac{z}{c-\sigma_1}\right) \cdot \left(\frac{x}{a-\sigma_2}, \frac{y}{b-\sigma_2}, \frac{z}{c-\sigma_2}\right)$$

$$= \frac{x^2}{(a-\sigma_1)(a-\sigma_2)} + \frac{y^2}{(b-\sigma_1)(b-\sigma_2)} + \frac{z^2}{(c-\sigma_1)(c-\sigma_2)} \quad \cdot \Delta$$

$$\frac{x^2}{a-\sigma_1} + \frac{y^2}{b-\sigma_1} + \frac{z^2}{c-\sigma_1} - \frac{x^2}{a-\sigma_2} - \frac{y^2}{b-\sigma_2} - \frac{z^2}{c-\sigma_2} = 0$$

$$\frac{x^2(\sigma_1-\sigma_2)}{(a-\sigma_1)(a-\sigma_2)} + \frac{y^2(\sigma_1-\sigma_2)}{(b-\sigma_1)(b-\sigma_2)} + \frac{z^2(\sigma_1-\sigma_2)}{(c-\sigma_1)(c-\sigma_2)} = 0$$

よって　$\Sigma(\sigma_1)$と$\Sigma(\sigma_2)$は交点で直交する．　他も同様．　■

$l(t) = \varphi(t, \sigma_2)$ は　$\Sigma(\sigma_1) \cap \Sigma(\sigma_3)$のパラメータ
$l'(t) = \varphi(\sigma_1, t)$ は　$\Sigma(\sigma_2) \cap \Sigma(\sigma_3)$のパラメータ．

この2つの曲線は直交する。

$$\varphi_*\left(\frac{\partial}{\partial \sigma_1}\right) \cdot \varphi_*\left(\frac{\partial}{\partial \sigma_2}\right) = 0 \qquad (3.72)$$