

$$= {}^t R(t)^{-1} \frac{d {}^t R}{dt} + \frac{d R(t)}{dt} R(t)^{-1} = {}^t \Omega(t) + \Omega(t) \quad \square$$

$$\hat{\Xi}(t) = \Omega(t) \text{ とする。}$$

補題 2.59 時刻  $t$  で 剛体は  $\Xi(t)$  を軸とし、速度  $\|\Xi(t)\|$

の回転をしている。

$$\begin{aligned} \text{[証明]} \quad \frac{d R(t)}{dt} x &= \frac{d R(t)}{dt} x + R(t) \frac{dx}{dt} \\ &= \frac{d R(t)}{dt} x = \Omega(t) R(t) x = \Xi \times R(t) x. \end{aligned}$$

補題 2.57 より 結論を得る。  $\square$

$$\text{補題 2.60} \quad B \in SO(3)$$

$$B(x \times y) = Bx \times By$$

[証明]  $Bx \times By$

$$\begin{aligned} &= \begin{pmatrix} B_{11}x_1 + B_{12}x_2 + B_{13}x_3 \\ B_{21}x_1 + B_{22}x_2 + B_{23}x_3 \\ B_{31}x_1 + B_{32}x_2 + B_{33}x_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} B_{11}y_1 + B_{12}y_2 + B_{13}y_3 \\ B_{21}y_1 + B_{22}y_2 + B_{23}y_3 \\ B_{31}y_1 + B_{32}y_2 + B_{33}y_3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (B_{21}x_1 + B_{22}x_2 + B_{23}x_3)(B_{31}y_1 + B_{32}y_2 + B_{33}y_3) - (B_{31}x_1 + B_{32}x_2 + B_{33}x_3)(B_{21}y_1 + B_{22}y_2 + B_{23}y_3) \\ (B_{31}x_1 + B_{32}x_2 + B_{33}x_3)(B_{11}y_1 + B_{12}y_2 + B_{13}y_3) - (B_{11}x_1 + B_{12}x_2 + B_{13}x_3)(B_{31}y_1 + B_{32}y_2 + B_{33}y_3) \\ (B_{11}x_1 + B_{12}x_2 + B_{13}x_3)(B_{21}y_1 + B_{22}y_2 + B_{23}y_3) - (B_{21}x_1 + B_{22}x_2 + B_{23}x_3)(B_{11}y_1 + B_{12}y_2 + B_{13}y_3) \end{pmatrix} \end{aligned}$$