一般の場合は，　補題 2.4 (ベクトル場の座標変換の和とスカラー倍)，補題 2.24，

計算規則 3.3 (ii)，(iii)　より明らか。■

補題 3.7　　$\omega = \sum_{i=1}^{n} dp^i \wedge dq^i$ ，　$H(q, p)$：2n 変数関数

のとき，　(i)，(ii) は同値。

(i)　$i_X(\omega) = -dH$

(ii)　$X = X_H = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial H}{\partial q^i} \frac{\partial}{\partial p^i} - \frac{\partial H}{\partial p^i} \frac{\partial}{\partial q^i} \right)$

[証明]　$X = \sum_{i=1}^{n} \left(X^i \frac{\partial}{\partial q^i} - X^{n+i} \frac{\partial}{\partial p^i} \right)$　とおく

$$i_{\frac{\partial}{\partial p^i}}(\omega) = dq^i \;, \quad i_{\frac{\partial}{\partial q^i}}(\omega) = -dp^i$$

よって

$$i_X(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \left(-X^{n+i} i_{\frac{\partial}{\partial p^i}}(\omega) + X^i \; i_{\frac{\partial}{\partial q^i}}(\omega) \right)$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} \left(X^{n+i} dq^i + X^i \; dp^i \right)$$

よって

$$\text{(i)} \;\; i_X(\omega) = -dH \iff \text{(ii)} \begin{cases} X^{n+i} = \frac{\partial H}{\partial q^i} \\ X^i = \frac{\partial H}{\partial p^i} \end{cases}$$

[定理 3.2 の証明]

$$i_{X_H}(\omega) = -dH(q, p) \quad \leftarrow \text{補題 3.7}$$

$$\Phi^*\left(i_{\Phi_* X_{H(q,p)}}(\Omega)\right) = i_{X_{H(q,p)}}\left(\Phi^*(\Omega)\right) \quad \text{補題 3.6}$$

$$= i_{X_{H(q,p)}}(\omega) \quad \text{仮定}$$

$$= -dH(q, p)$$