《まとめ》

2.1 ベクトル場の可微分同相写像による座標変換

→ 常微分方程式の変数変換

2.2. 運動方程式をオイラー・ラグランジュの方程式として表すと

変数変換しやすい

2.3 $\sum_{i_1 \cdots i_k} f_{i_1 \cdots i_k} dx^{i_1} \wedge \cdots \wedge dx^{i_k}$ ：微分形式

2.4 和、スカラー倍、$\wedge$（ウェジ積）、d（外微分）

2.5 $\Phi_* du = d\Phi_* u$

2.6 $\int_X du = \int_{\partial X} u$ ：ガウス、ストークスの定理

2.7 可微分同相写像の族 φ_t s.t $\varphi_t \varphi_s = \varphi_{t+s}$ ：1径数変換群を与える

$\Leftrightarrow$ ベクトル場 $\mathbb{V}$ ：無限小変換を与える

2.8 $\mathbb{R}^3$ の合同変換 ： $O(3) \times \mathbb{R}^3 \ni (A, \mathbb{b})$ で与えられる。

演習問題

2.1 $\Phi(r, \theta, \varphi) = (x, y, z) = (r\cos\theta\cos\varphi, \ r\sin\theta\cos\varphi, \ r\sin\varphi)$

$(r > 0, \ 0 < \theta < 2\pi, \ -\pi/2 < \varphi < \pi/2)$

のとき

$\Phi_*\left(\frac{\partial}{\partial r}\right), \ \Phi_*\left(\frac{\partial}{\partial \theta}\right), \ \Phi_*\left(\frac{\partial}{\partial \varphi}\right)$?

解） $\Phi_*\left(\frac{\partial}{\partial r}\right) = \frac{\partial x}{\partial r}\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial r}\frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial r}\frac{\partial}{\partial z}$

$= \cos\theta\cos\varphi\frac{\partial}{\partial x} + \sin\theta\cos\varphi\frac{\partial}{\partial y} + \sin\varphi\frac{\partial}{\partial z}$