

例題 2.35

$$w = xdy \wedge dz + ydz \wedge dx + zdx \wedge dy,$$

$$S = \{ (x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1 \} \quad \text{の時}$$

$\int_S w$ を計算。(Sの向きは標準的な向き)

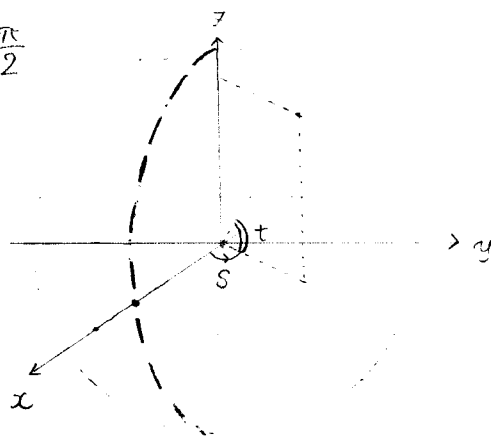
[解] $\Phi(s, t) = (\cos s \cos t, \sin s \cos t, \sin t)$

$$0 < s < 2\pi, \quad -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$$

とおく。

Φ は向きを保つ座標

$$\because \frac{\partial \Phi}{\partial s} \times \frac{\partial \Phi}{\partial t} \parallel \left\| \frac{\partial \Phi}{\partial s} \times \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right\|$$



$$= \begin{pmatrix} \cos s \cos^2 t \\ \sin s \cos^2 t \\ \cos t \sin t \end{pmatrix} / \sqrt{\cos^2 s \cos^4 t + \sin^2 s \cos^4 t + \cos^2 t \sin^2 t}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos s \cos^2 t \\ \sin s \cos^2 t \\ \cos t \sin t \end{pmatrix} / \sqrt{\cos^4 t + \cos^2 t \sin^2 t} = \begin{pmatrix} \cos s \cos t \\ \sin s \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} / \cos t$$

$$= \begin{pmatrix} \cos s \cos t \\ \sin s \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} = \Phi(s, t)$$

定義 閉曲面Sの標準的な向き

\Leftrightarrow 閉曲面Sの囲む領域から外向きの
単位法ベクトルの定める向き