

幾何学 I 演習 6 はめ込みと埋め込み

1. $f : S^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$ を

$$f(x, y, z) = (xy, x, y)$$

により定義する．この写像の各点における微分のランクを求めよ．

2. 無理数 α に対して $f_\alpha : \mathbf{R} \rightarrow S^1 \times S^1$ を

$$f_\alpha(t) = (e^{2\pi i t}, e^{2\pi i \alpha t})$$

で定める． f は、はめ込みであるが埋め込みではないことを示せ．

3. $f : S^2 \rightarrow \mathbf{R}^4$ を

$$f(x, y, z) = (x^2 - y^2, 2xy, 2yz, 2zx)$$

により定義する． f が導く写像 $\bar{f} : \mathbf{R}P^2 \rightarrow \mathbf{R}^4$ は埋め込みであることを示せ．

4. 正則値の引き戻しが可微分多様体になることを利用して、 $SO(n)$ が可微分多様体になることを示し、その次元を求めよ．