

幾何学II演習

2. 単体的複体とそのホモロジー

1 単体的複体のホモロジーの計算例

n 次元単体 $\sigma = [a_0, a_1, \dots, a_n]$ について, σ が定める単体的複体

$$K(\sigma) = \{ \tau \mid \tau \prec \sigma \}$$

を考える .

1. $n = 3$ の場合について, $K(\sigma)^1, K(\sigma)^2, K(\sigma)^3 = K(\sigma)$ のホモロジー群を定義から直接計算せよ . ここで, K^q は K の q -スケルトンを表す .
2. 一般の n について $K(\sigma)^1, K(\sigma)^2$ のホモロジー群を定義から直接計算せよ .
3. 一般の n について $K(\sigma)^{(n-1)}, K(\sigma)$ のオイラー数を求めよ . 可能ならホモロジー群の計算も試みよ .

2 単体分割の例

1. 次の 2 次元多様体の単体分割の例をひとつ与えよ .

$$S^2, \quad S^1 \times S^1, \quad \mathbf{R}P^2$$

2. 上の単体分割によって得られる単体的複体のホモロジーを計算せよ .
3. $\mathbf{R}P^2$ からひとつの 2 次元単体の内部を除いたものはメビウスの帯と同相であることを示せ .