

## 幾何学II演習

### 6. ホモロジー完全列，セル分割など

#### 1 ホモロジー完全列とチェイン写像

チェイン複体の短完全列の間のチェイン写像

$$\begin{array}{ccccccccc} 0 & \longrightarrow & C & \xrightarrow{i} & C' & \xrightarrow{j} & C'' & \longrightarrow & 0 \\ & & \downarrow & & f \downarrow & & g \downarrow & & h \downarrow \\ & & 0 & \longrightarrow & D & \xrightarrow{i} & D' & \xrightarrow{j} & D'' & \longrightarrow & 0 \end{array}$$

が与えられたとする．つまり，上の図式の横の列はともに完全列で図式は可換であるとする．このとき，次の図式が可換であることを証明せよ．

$$\begin{array}{ccc} H_q(C'') & \xrightarrow{\partial_*} & H_{q-1}(C) \\ h_* \downarrow & & f_* \downarrow \\ H_q(D'') & \xrightarrow{\partial_*} & H_{q-1}(D) \end{array}$$

#### 2 セル分割の例

次の位相空間の CW 複体としてのセル分割をひとつ求めよ．

- (1)  $D^n$  ( $n$  次元球体)
- (2)  $S^n \times S^n$  ( $n$  次元球面の直積)
- (3) Klein bottle