

幾何学II演習

1. 位相と多様体についての小テスト

1 商位相について

1. 位相空間 X にある同値関係 \sim について, 商集合 X/\sim を考える, X/\sim に定まる商位相の定義を述べよ.
2. X を複素平面 \mathbb{C} から原点を除いた集合として自然な位相を入れる. q を 0 でない複素数として X の同値関係 $x \sim y$ をある整数 n が存在して, $y = q^n x$ とかけることと定義する. 商空間 X/\sim が Hausdorff 空間となるための q の条件を求めよ.

2 射影空間について

1. 実射影空間 $\mathbb{R}P^n$ の定義を述べよ.
2. $\mathbb{R}P^n$ はコンパクトな可微分多様体であることを証明せよ.
3. $\mathbb{R}P^1$ は S^1 と同相であることを証明せよ.
4. n が奇数のとき, $\mathbb{R}P^n$ は向き付け可能であることを証明せよ.