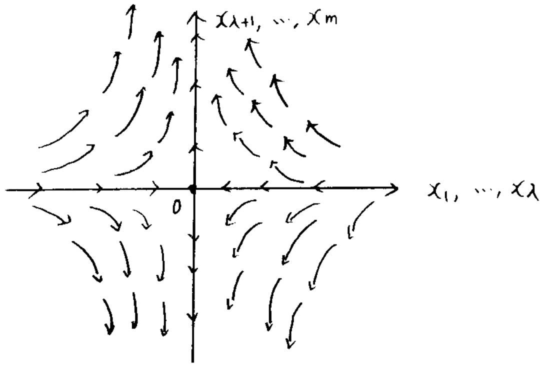

図 2.12 $f = -x_1^2 - \cdots - x_\lambda^2 + \cdots + x_m^2$ の勾配ベクトル場

式で書けば，

$$(2.78) \qquad -2x_1\frac{\partial}{\partial x_1} - \cdots - 2x_\lambda\frac{\partial}{\partial x_\lambda} + 2x_{\lambda+1}\frac{\partial}{\partial x_{\lambda+1}} + \cdots + 2x_m\frac{\partial}{\partial x_m}.$$

図 2.12 は $0 < \lambda < m$ の場合であるが，$\lambda = 0$ の場合と $\lambda = m$ の場合はそれぞれ図 2.13 の左と右に示される．

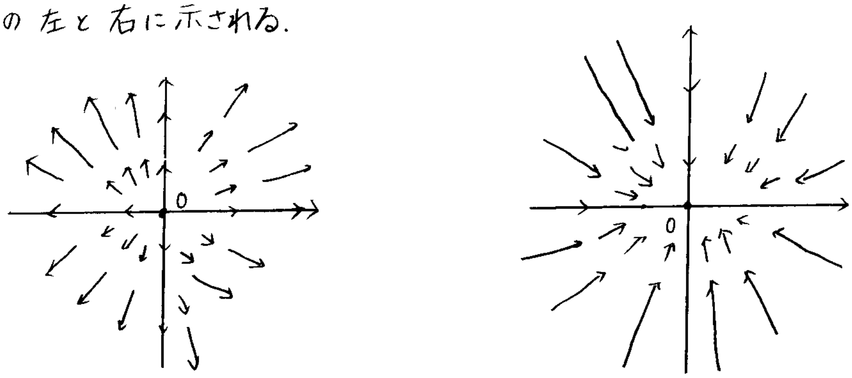

図 2.13 勾配ベクトル場：$\lambda = 0$ (左) と $\lambda = m$ (右)

(c) 上向きベクトル場

f を，閉じた m 次元多様体 M 上の Morse 関数とする．また，X はつねに M 上の C^∞ 級ベクトル場を表すものとする．

定義 2.29 (上向きベクトル場) X が Morse 関数 $f : M \to \mathbb{R}$ に適合した上向きベクトル場であるとは，X について次の２条件が成り立つことである．

(i) f が臨界点でないところでは $X \cdot f > 0$ である．

(ii) p_0 が f の指数 λ の臨界点であれば，p_0 の十分に小さい近傍に適当な局所座標系 $(x_1, x_2, \cdots, x_m)$ が存在して，その座標系で f は標準形