No.

Date

で定義される写像 $H: \partial M_{c_{i-1}+\varepsilon} \times J \to \partial M_{c_{i-1}+\varepsilon} \times J$ は微分同相写像である. イソトピーの条件(i)から Hは $t \leqq 0$ と $t \geqq 1$ の範囲では tによらず「一定」である. あとの都合で, Hの上下をひっくり返した

$$\tilde{H}(x,t) = (h_{1-t}(x), t)$$

を考える。$\tilde{H}: \partial M_{c_{i-1}+\varepsilon} \times J \to \partial M_{c_{i-1}+\varepsilon} \times J$ も微分同相であり, $t \leqq 0$ と $t \geqq 1$ の範囲で一定である。Jは $[0,1]$ を含む開区間であるから, 適当な長さに調節してJを(3.87)の右辺に現れる$[-\delta, 1+\delta]$の内部の開区間 $(-\delta, 1+\delta)$ に同一視できる。

(3.87)の両辺を同一視すると, そこに含まれる開集合 $M_{c_{i-1}+\varepsilon} \times (-\delta, 1+\delta)$ には上向きベクトル場Xが載っているが, この積分曲線が$\{p\} \times (-\delta, 1+\delta)$ であるから, この開集合上では Xは ベクトル場

$$\frac{\partial}{\partial t}$$

であると考えられる。微分同相写像 $\tilde{H}: \partial M_{c_{i-1}+\varepsilon} \times (-\delta, 1+\delta) \to \partial M_{c_{i-1}+\varepsilon} \times (-\delta, 1+\delta)$ によりXを写した $\tilde{H}_*(X)$を考えると, $\tilde{H}$が $t \leqq 0$ と $t \geqq 1$ の範囲で一定であることから, その範囲で, $\tilde{H}_*(X)$ は $\frac{\partial}{\partial t}$ $(= X)$ のままである。すなわち, 開集合 $\partial M_{c_{i-1}+\varepsilon} \times (-\delta, 1+\delta)$ の上で

ベクトル場 Xを $\tilde{H}_*(X)$に変えても, つなぎ目 ($t \leqq 0$ と $t \geqq 1$の範囲)のところでもとの Xのままなので, 開集合 $\partial M_{c_{i-1}+\varepsilon} \times (-\delta, 1+\delta)$ の外ではもとの Xに滑らかにつながる. こうした変形によって得られた M上の新しいベクトル場をYとすると, 開集合 $\partial M_{c_{i-1}+\varepsilon} \times (-\delta, 1+\delta)$上での Yの積分曲線は, 図3.9に示されたようになっている.

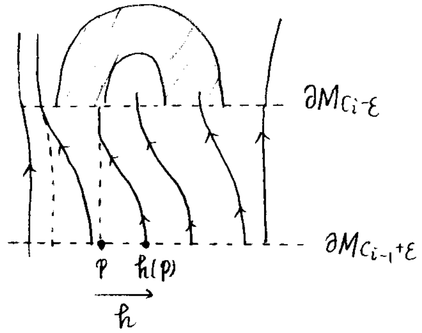

図3.9 Yの積分曲線

ベクトル場Xの積分曲線に沿って「流す」写像として微分同相写像 $\Phi: M_{c_{i-1}+\varepsilon} \to M_{c_i-\varepsilon}$ が決まったように, ベクトル場Yの積分曲線に沿って流すことにより, 微分同相写像

$$(3.89) \qquad \Psi: M_{c_{i-1}+\varepsilon} \to M_{c_i-\varepsilon}$$

が決まる。Ψを境界 $\partial M_{c_{i-1}+\varepsilon}$ に制限すると, 図3.9からわかるように, Ψ は ((3.87)の右辺の記号で) 点$(h(p), 0)$ を点 $(p, 1)$に写すものになっている。