No.

Date

(3.7) $x_1^2+x_2^2+\cdots+x_m^2 \geqq \varepsilon$

と表わせる。これは半径$\sqrt{\varepsilon}$のm次元円板D^mの外側の部分である。$M_{c_n-\varepsilon}$の境界$\partial M_{c_n-\varepsilon}$はこの半径$\sqrt{\varepsilon}$の$m$次元円板の境界$S^{m-1}$になっている。

tが$c_n-\varepsilon$から増えていき，c_nを通過した瞬間に$M_{c_n-\varepsilon}$の境界はこのm次元円板でふたをされて，境界のないコンパクトm次元多様体が完成する。fの値は円板の中心で最大値をとり，円板の境界に近づくにつれ減少していくのだから，ここに張りつくm次元円板は「下向き」のm次元円板である。このm次元円板のことを，m-ハンドル（m-handle），正確には，m次元のm-ハンドルという。一般に，tが指数mの臨界値c_iを通過するたびに，その直前の$M_{c_i-\varepsilon}$の境界の連結成分になっている$m-1$次元球面S^{m-1}が，m-ハンドルでふたをされる。

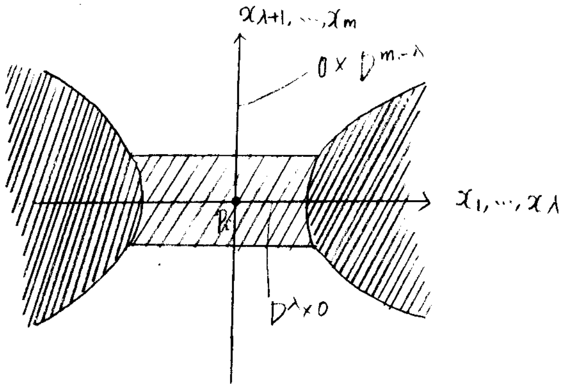

図3.2 λ-ハンドル

以上で，指数0とmの臨界点のまわりの様子がわかった。つぎに，一般の指数λ $(0<\lambda<m)$をもつ臨界点p_iについて，対応する臨界値c_iの前後のM_tの変化を考えよう.

指数λの臨界点p_iのまわりの適当な局所座標系によって，fを標準形で表しておく：

(3.8) $f=-x_1^2-\cdots-x_\lambda^2+x_{\lambda+1}^2+\cdots+x_m^2+c_i.$

図3.2はp_iのまわりの様子であるが，ここで，標準形(3.8)の右辺を$\leqq c_i-\varepsilon$とおいて$M_{c_i-\varepsilon}$を求めると，

(3.9) $x_1^2+\cdots+x_\lambda^2-x_{\lambda+1}^2-\cdots-x_m^2 \geqq \varepsilon$

で表される部分，すなわち，図3.2の濃い影をつけた部分である。同じ図のなかで，うすく影をつけた部分は，式で書けば，

(3.10) $\begin{cases} x_1^2+\cdots+x_\lambda^2-x_{\lambda-1}^2-\cdots-x_m^2 \leqq \varepsilon & \text{かつ} \\ x_{\lambda+1}^2+\cdots+x_m^2 \leqq \delta \end{cases}$

であるが，（ただし，δはεに較べてずっと小さい正数），この部分がλ次元円板と$(m-\lambda)$