定理2.7 (境界のある多様体の張り合わせ) M_1, M_2を境界のある多様体とし，境界の間の微分同相写像$\varphi: \partial M_1 \to \partial M_2$が与えられているとする．そのとき，$M_1$と$M_2$の境界を$\varphi$で張り合わせて，(すなわち，任意の点$p \in \partial M_1$について，$p$と$\varphi(p) \in \partial M_1$を同一視して)

新しい多様体$W = M_1 \cup_\varphi M_2$を作ることができる．できた多様体Wは微分同相を除いて1つしかないという意味で，この張り合わせの構成は一意的である．(張り合わせる部分は，境界のすべてでなくとも，その連結成分のいくつかでよい．

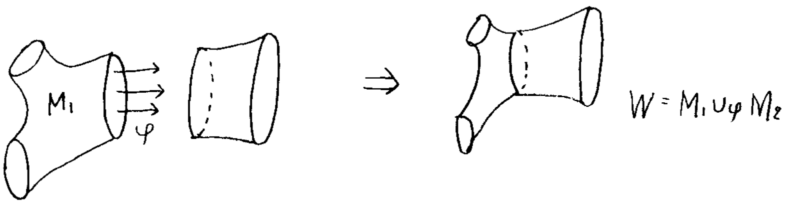

図2.5

次に，微分同相写像を張り合わせる定理を述べるが，多様体の張り合わせよりも，もう少し微妙な点がある

定理2.8 (微分同相写像の張り合わせ) $W = M_1 \cup_\varphi M_2$と$V = N_1 \cup_\psi N_2$を境界のある多様体を張り合わせて得られた多様体とする．(ここに，$\varphi: \partial M_1 \to \partial M_2$と$\psi: \partial N_1 \to \partial N_2$はそれぞれ境界の間の微分同相写像である．) このとき，もし，微分同相写像$h_1: M_1 \to N_1$と$h_2: M_2 \to N_2$があって，∂M_1上の任意の点pについて，$\psi \circ h_1(p) = h_2 \circ \varphi(p)$が成り立てば，$h_1$と$h_2$を境界に沿って張り合わせた微分同相写像$H = h_1 \cup h_2 : W \to V$が存在する． □

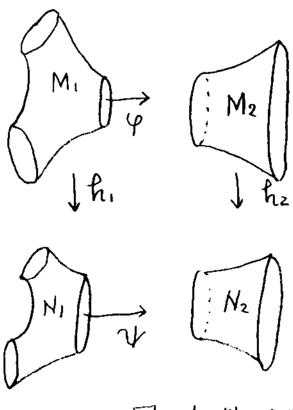

図2.6 微分同相の張り合わせ．

この定理の中の記号$H = h_1 \cup h_2$はM_1上ではh_1，M_2上ではh_2で定義された写像そのものではない．そのように定義したのでは，得られた写像：$W \to V$が∂M_1に沿って微分可能ではないかもしれない．そのため，h_1, h_2を境界の近くで少し変形する必要がある．