No.

Date

をとればよい，

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x_i} = -2x_i & (1) \\ \dfrac{\partial f}{\partial x_i} = \begin{cases} 0 & (i \neq m) \\ 1 & (i = m) \end{cases} & (2) \end{cases}$$

(1)のとき 臨界点は $(0, \cdots, 0)$ このとき $f(0, \cdots, 0) = 1$

(2)のとき 臨界点はない

以下，境界のある多様体の一般的定義は与えず，境界のある多様体といえば，いつでも $M_{f\geq 0}$ の形に表せるようなもののみを扱うことにする．（実際には，「境界のある多様体」を一般的に定義しても，それらはすべて $M_{f\geq 0}$ の形に表せることが証明できる．）

境界 $M_{f=0}$ がつねに $m-1$ 次元多様体になることは次の定理によって保証される．

定理 2.3（陰関数の定理） M を通常の意味の m 次元多様体とし，$f: M \to \mathbb{R}$ をその上の滑らかな関数とする．このとき，0 が f の臨界値でなければ，M の部分集合 $f^{-1}(0) = \{p \in M \mid f(p) = 0\}$ は，M の $m-1$ 次元部分多様体である． □

「部分多様体」について

定義 2.4（部分多様体） M を通常の意味の m 次元多様体とする．M の部分集合 K が k 次元部分多様体（*k-dimensional submanifold*）であるとは，K の任意の点 p について，p のまわりの（M の C^∞ 級の）局所座標系

$$(x_1, x_2, \cdots, x_k, \cdots, x_m)$$

が存在して，K は p の近傍内で，

$$x_{k+1} = x_{k+2} = \cdots = x_m = 0 \quad (2.12)$$

という式で記述されることである．（図 2.3）

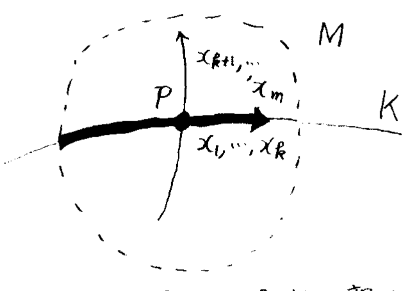

図 2.3 k 次元部分多様体