No.

Date

定理3.21をもう少し正確に述べると、次のようになる。

ハンドル分解(3.77)はMorse関数fとそれに適合する上向きベクトル場Xで決ったことを思い出そう。∂N_{i-1}のイソトピー$\{h_t\}_{t\in J}$が与えられたとき、Morse関数fは変えずに、上向きベクトル場Xを別の上向きベクトル場Yに変形して、新しくfとYから決まるMのハンドル分解

(3.79) $$M = D^m \cup_{\psi_1} D^{\lambda_1}\times D^{m-\lambda_1} \cup_{\psi_2} \cdots \cup_{\psi_i} D^{\lambda_i}\times D^{m-\lambda_i} \cup_{\psi_{i+1}} \cdots \cup D^m$$

が次の性質(i), (ii), (iii)をもつようにできる、というのである

(i) $i-1$番目のハンドルまでは、接着写像まで込めてハンドル分解の構造は変わらない。すなわち、新しいハンドル分解(3.79)において、0番目からj番目までのハンドルを合わせた部分ハンドル体をN_j'とおくとき、jが$i-1$以下ならば、$N_j' = N_j$であり、かつ、

(3.80) $$\psi_j = \varphi_j$$

である。

(ii) i番目のハンドルの接着写像φ_iは次のψ_iに変わる。

(3.81) $$\psi_i = h\circ\varphi_i$$

ここに、$h = \partial N_{i-1} \to \partial N_{i-1}$ははじめに与えられたイソトピー$\{h_t\}_{t\in J}$の$t=1$に対応する微分同相写像である。

(iii) j $(0\leqq j\leqq n)$が何であっても、N_j'の微分同相類はN_jのそれと変わらない。すなわち、

(3.82) $$N_j' \cong N_j.$$

定理3.21を証明しよう。

[証明] 臨界点p_iにおけるfの値をc_iとする。ハンドル体(3.77)から出発する。定理3.4の証明により、各j $(0\leqq j\leqq n)$につき、$M_{c_j+\varepsilon}$を部分ハンドル体$N_j = \mathcal{H}(D^m; \varphi_1, \ldots, \varphi_j)$と同一視することができる。ただし、$\varepsilon$は十分に小さい正の数である。
ここでi番目のハンドルに注目する。

i番目のハンドルが$M_{c_i-\varepsilon}$に張り付くときの自然に決まっている接着写像(3.19)を

(3.83) $$\varphi: \partial D^{\lambda_i}\times D^{m-\lambda_i} \to \partial M_{c_i-\varepsilon}$$