No.

Date

閉多様体で、そのハンドル分解は0-ハンドル、1-ハンドル、2-ハンドルをこの順に1つずつ接着したものである。

0-ハンドル(円板)に1-ハンドルをつけるやり方には2種類の方法が考えられる。図3.6の左と

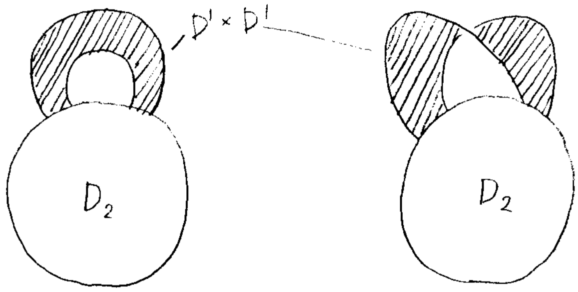

図3.6 2次元の1-ハンドルをつける2つのやり方

右がそれである。もし左図のようにつけるとアニュラスができてしまい、これをたった1つの2-ハンドルでふたをして閉曲面にすることは不可能である。したがって、射影平面では1-ハンドルは右図のようについていなければならない。右図において、0-ハンドルと1-ハンドルを合わせたものはメビウスの帯に同相であり、その境界は、1つの円周であるから、これに2-ハンドルでふたをすることができる。(もちろん、我々の3次元空間内では不可能で、「抽象的に」考えてのことである。)

結局、射影平面P^2のハンドル分解は、円板に、図3.6の右のように、1-ハンドルをつけ、それに、2-ハンドルをつけたものである。メビウスの帯と円板を境界で張り合わせたものと言ってもよい。

なお、0-ハンドルに1-ハンドルをつけるやり方には、図3.6の他には、図3.7のようなやり方もあることもあるかもしれないが、図3.7のつけ方は、図3.6の左とまったく同じであり、できあがった図形はどちらもアニュラスに同相である。

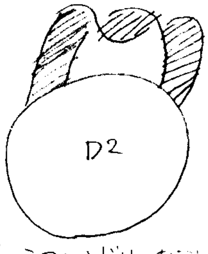

図3.7 このハンドルのつけ方は、図3.6の左と同じ。

図3.6と図3.7の違いは3次元空間$\mathbb{R}^3$へのアニュラスの埋め込み方の違いだけである。

例3.10 (m次元複素射影空間$\mathbb{C}P_m$) $m+1$個の複素数を並べたもの

$$(z_1, \cdots, z_m, z_{m+1})$$

の全体を$\mathbb{C}^{m+1}$で表して、$m+1$次元複素空間と呼ぶ。この空間の原点0を通る「複素数