No.

Date

(2.84) $\dfrac{dc}{dt}(t) = X_{c(t)}$

が成り立つことである. ここに, $\dfrac{dc}{dt}(t)$ はパラメタの値が t のときの曲線 c の速度ベクトルである. それが, その位置 $c(t)$ においてベクトル場 X の指定するベクトル $X_{c(t)}$ に等しいというのである.

要するに, ある粒子がベクトル場 X を速度ベクトルとして流れてゆくときの流線が積分曲線である. M が境界のないコンパクトな多様体なら, どんなベクトル場 X についても, またどんな点 p についても, $t=0$ で p を通る X の積分曲線 $c_p(t)$ が $-\infty < t < \infty$ の範囲で存在することが知られている.

X が Morse 関数 $f: M \to \mathbb{R}$ の上向きベクトル場のときには, 任意の点 p から出発した積分曲線 $c_p(t)$ は $t \to \infty$ のときも, $t \to -\infty$ のときも, それぞれどこかの臨界点に近づいてゆく. 臨界点に近づくにつれて, ベクトル場のベクトルはどんどん小さくなってゆき, それにつれて, 曲線のスピードもどんどん遅くなっていって, 決して, その臨界点には到達しない. (逆に, 臨界点から出発すると, 積分曲線はそこから出られず, 積分曲線はその臨界点1点だけになる.)

さて, $f: M \to \mathbb{R}$ を Morse 関数, $[a,b]$ を実数の区間とするとき,

(2.58) $M_{[a,b]} = \{ p \in M \mid a \leq f(p) \leq b \}$

とおく. 上向きベクトル場の応用として, 次を示そう.

定理 2.31 区間 $[a,b]$ のなかに, f の臨界点がなければ, $M_{[a,b]}$ は直積

(2.86) $f^{-1}(a) \times [0,1]$

に微分同相である.

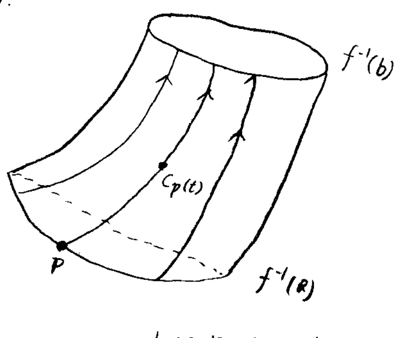

図 2.15 臨界点がなければ, $M_{[a,b]}$ は直積 $f^{-1}(a) \times [0,1]$ に微分同相である.