No.

Date

§2.3 上向きベクトル場

Morse 関数 $f: M \to \mathbb{R}$ があると、それに適合した「上向きベクトル場」が考えられる。このベクトル場は Morse 関数の臨界点同士の関係や多様体のハンドル分解を考察するとき重要な役割を演じる。

(a) 接ベクトル

多様体 M が十分次元の高い Euclid 空間 $\mathbb{R}^N$ に埋め込まれているとする。このとき、p を M の1点として、p における M の接ベクトル (tangent vector) とは、p において M に接するベクトルのことである。

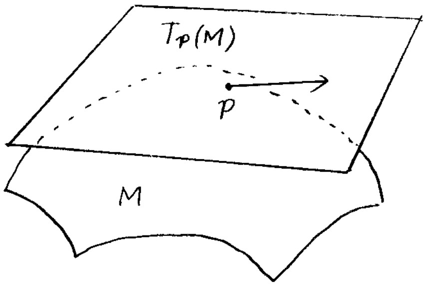

図2.8 接ベクトルと接ベクトル空間 $T_p(M)$

点 p における M の接ベクトルの全体はひとつのベクトル空間をなす。これを p における M の接ベクトル空間 (tangent vector space) と呼ぶ。記号で

$$T_p(M)$$

と表す。接ベクトル空間は2次元の場合の接平面の一般化である。

多様体 M が m 次元なら、接ベクトル空間 $T_p(M)$ も m 次元である。
接ベクトルの典型的な例として、曲線の速度ベクトルを考えよう。$c: (a, b) \to \mathbb{R}^N$ を $\mathbb{R}^N$ のなかの滑らかな曲線とする。$\mathbb{R}^N$ の座標を $(x_1, x_2, \cdots, x_N)$ とし、曲線 c のパラメタを t とすると、c は

$$c(t) = (x_1(t), x_2(t), \cdots, x_N(t)), \quad a < t < b \tag{2.59}$$

と表される。

簡単のため、パラメタの定義域 (a, b) が 0 を含むものとし、$t = 0$ のとき、曲線がちょうど点 p を通過するものとする：$c(0) = p$。この瞬間の曲線の速度ベクトル v は