No.

Date

$\mathcal{H}(D^m;\varphi_1,\cdots,\varphi_{i-1})$ に同一視した場合には，λ_iハンドルはハンドル体 $\mathcal{H}(D^m;\varphi_1,\cdots,\varphi_{i-1})$ に，φ と Φ の逆写像 Φ^{-1} を合成した写像

$$\Phi^{-1}\circ\varphi : \partial D^{\lambda_i}\times D^{m-\lambda_i} \to \partial\{\mathcal{H}(D^m,\varphi_1,\cdots,\varphi_{i-1})\}$$

を接着写像として付いていると考えられる．この接着写像 $\Phi^{-1}\circ\varphi$ のことを φ_i と書けば，$M_{c_i+\varepsilon}$ はハンドル体

$$\mathcal{H}(D^m;\varphi_1,\cdots,\varphi_{i-1})\cup_{\varphi_i}D^{\lambda_i}\times D^{m-\lambda_i} = \mathcal{H}(D^m;\varphi_1,\cdots,\varphi_{i-1},\varphi_i)$$

である。これで定理3.4が証明された． ∎

注意　上の証明から次のことが明らかになった。それは，Morse関数 $f: M\to\mathbb{R}$ によって多様体Mをハンドル分解するとき，

(i) ハンドルの現れる順序とその指数は，f の臨界点によって決まり，
(ii) そのハンドルの接着写像 φ_i $(=\Phi^{-1}\circ\varphi)$ は，f に適合する上向きベクトル場Xによって決まる（なぜなら Φ がXにより決まるから）

ということである．したがって，f が同じでもそれに適合する上向きベクトル場Xの選び方を変えれば，（接着写像が変わるので）ハンドル分解の構造が変わる。この認識は§3.3で重要になる．

§3.2 いろいろな例

いくつかの多様体の上のMorse関数を考えてみよう．

例3.5 （m次元球面）

$$(3.21)\qquad S^m=\{(x_1,\cdots,x_m,x_{m+1})\mid x_1^2+\cdots+x_m^2+x_{m+1}^2=1\}$$

をm次元球面とし，関数 $f:S^m\to\mathbb{R}$ を

$$(3.22)\qquad f(x_1,\cdots,x_m,x_{m+1})=x_{m+1}$$

と定義する．f は m+1番目の「高さ関数」である．容易にわかるように，f はMorse関数である。f の臨界点は $(0,0,\cdots,-1)$ と $(0,0,\cdots,-1)$ の2つしかなく，指数はそれぞれ，0とmである．（演習問題2.2）．したがって，定理3.4により，S^m は0-ハンドル1つとmハンドル1つからなるハンドル分解をもつ．

$$(3.23)\qquad S^m = D^m\cup D^m.$$