No.

Date

に等しいことがわかる.

$SO(m)$ のときと同様に, 実数 $1 < c_1 < \cdots < c_m$ を選び, 関数 $f: U(m) \to \mathbb{R}$ を

$$f(U) = \Re(c_1 z_{11} + c_2 z_{22} + \cdots + c_m z_{mm}) \tag{3.63}$$

と定義する。ここに, $\Re$ は実数部分をとる記号で, また,

$$U = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1m} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2m} \\ & & \ddots & \\ z_{m1} & z_{m2} & & z_{mm} \end{pmatrix} . \tag{3.64}$$

である。

以下の議論は, $SO(m)$ とほとんど同じであるが, $SO(m)$ の場合に使った回転行列 $B_\theta^{(ik)}$ $(1 \leqq i < k \leqq m)$ のほかに, 次のような行列 $C_\theta^{(ik)}$ $(1 \leqq i < k \leqq m)$ と行列 $A_\theta^{(i)}$ $(1 \leqq i \leqq m)$ を使う. 行列 $C_\theta^{(ik)}$ を成分 z_{pq} を用いて定義すれば,

$$z_{pq} = \begin{cases} \cos\theta & (p,q) = (i,i) \text{ または } (k,k) \\ \sqrt{-1}\sin\theta & (p,q) = (i,k) \text{ または } (k,i) \\ 1 & (p,q) = (j,j) \text{ ただし, } j \neq i,k \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \tag{3.65}$$

例えば,

$$C_\theta^{(12)} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sqrt{-1}\sin\theta & \cdots & 0 \\ \sqrt{-1}\sin\theta & \cos\theta & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots 1 & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

である.

また, 行列 $A_\theta^{(i)}$ の定義は,

$$A_\theta^{(i)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \cdots & 0 \\ & & & \exp\sqrt{-1}\theta & \\ 0 & 0 & & \cdots & 1 \end{pmatrix} \tag{3.66}$$

である。(対角線上は第 i 番目を除いて 1, 第 i 番目に $\exp\sqrt{-1}\theta$, 対角線以外の所はすべて 0.)