次元円板の直積 $D^\lambda \times D^{m-\lambda}$

に同相であることを読者自ら確かめてほしい。この直積のことを次元がmで，指数がλのハンドル，あるいは簡単にm次元のλ-ハンドル（λ-handle）と呼ぶ。直積のなかのλ次元円板

$$(3.11) \quad D^\lambda \times 0 = \{(x_1, \cdots, x_\lambda, 0, \cdots, 0) \mid x_1^2 + \cdots + x_m^2 \leqq \varepsilon\}$$

をλ-ハンドルの心棒（core）といい，それに直角に交わる$(m-\lambda)$次元円板

$$(3.12) \quad 0 \times D^{m-1} = \{(0, \cdots, 0, x_{\lambda+1}, \cdots, x_m) \mid x_{\lambda+1}^2 + \cdots + x_m^2 \leqq \delta\}$$

をハンドルの太さを表す$(m-\lambda)$次元円板（co-core）と呼ぶ。双対的な心棒という意味である。心棒$D^\lambda \times 0$と太さを表す円板$0 \times D^{m-\lambda}$の交点は原点$(0,0)$である。これは臨界点p_iそのものである．

図3.2のように，λ-ハンドル$D^\lambda \times D^{m-\lambda}$を$M_{c_i-\varepsilon}$に接着したもの

$$(3.13) \quad M_{c_i-\varepsilon} \cup D^\lambda \times D^{m-\lambda}$$

を考える．パラメタtが指数λの臨界値c_iを通過するときの，M_tの変化は次の定理で記述される．

定理3.2 $M_{c_i+\varepsilon}$は$M_{c_i-\varepsilon}$にλ-ハンドルを接着して得られた多様体に微分同相である．

$$(3.14) \quad M_{c_i+\varepsilon} \cong M_{c_i-\varepsilon} \cup D^\lambda \times D^{m-\lambda} \qquad \square$$

$M_{c_i-\varepsilon}$にλ-ハンドルを接着した空間は，ハンドルの「四隅」のところで境界に折れ曲がりがある．図3.3には，ここを滑らかにして（「平滑化」を施して）得られたC^∞級多様体M'が示されている．

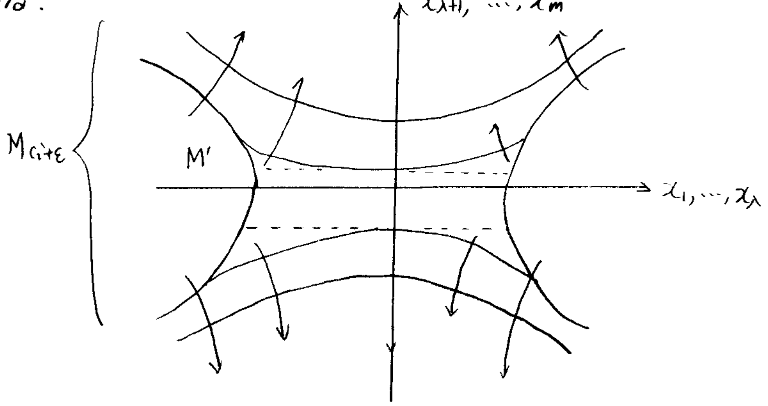

図3.3 $M_{c_i-\varepsilon}$にλ-ハンドルをつけたあと平滑化を施した多様体M'