補題 1.19　M_0 上に C^∞ 級の関数 $f: M_0 \to \mathbb{R}$ があって，f は M_0 の 2つの境界 $C(p_0)$ と $C(q_0)$ の上でそれぞれ一定値とする。さらに，M_0 上に f の臨界点はないとする。このとき，M_0 は 1つの境界 $C(q_0)$ と単位区間 $[0,1]$ の直積　$C(q_0) \times [0,1]$ に微分同相である。□

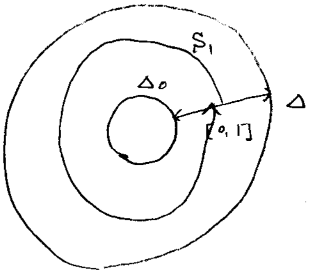
補題 1.19 は一般に次の章で証明する.（定理 2.31 参照）.

境界 $C(q_0)$ は円周（記号：S^1）に微分同相であるから，上の補題により，M_0 は直積

$$S^1 \times [0,1]$$

に微分同相である.

一般に，直積 $S^1 \times [0,1]$ に微分同相な曲面をアニュラス（annulus）と呼ぶ.
例えば，A を，円板 Δ から小さな同心円板 Δ_0 の内部を除いて得られる曲面とすると，A はアニュラスである



補題 1.19 により，M_0 はアニュラスである。M_0 と上向きのお椀 $D(q_0)$ の和集合を N_0 とおこう．すなわち

$$N_0 = M_0 \cup D(q_0).$$

N_0 は上向きのお椀（円板）$D(q_0)$ の境界に沿ってアニュラス M_0 を張り合わせたものであるから，N_0 はそれ自身，円板に微分同相である。

M は下向きの円板 $D(p_0)$ と上向きの円板 N_0 を共通の境界 $C(p_0)$ に沿って張り合わせた閉曲面であるから，球面 S^2 に微分同相である．これで一応定理 1.16 が示せた．■

2つの円板を境界に沿って張り合わせた閉曲面が球面 S^2 に微分同相であることを厳密に示すには，次の補題が必要である．（演習 1.1）

補題 1.20　　2つの円板 D_0 と D_1 の境界の間に微分同相写像

$$k: \partial D_0 \to \partial D_1 \tag{1.49}$$

が与えられると，k は円板の間の微分同相写像

$$K: D_0 \to D_1 \tag{1.50}$$

に拡張可能である。□