No.
Date

$M_{b-\varepsilon} \cup M_{[b-\varepsilon, b]} = M_b$ と $M_{b-\varepsilon} \cup M_{[b-\varepsilon, c]} = M_c$ に注意すれば微分同相写像

$$H : M_b \to M_c$$

が得られることになる。これで、補題1.23が証明できた。

証明の要点は、M_b の中の細いアニュラスの部分 $M_{[b-\varepsilon, b]}$ を引き伸していけば、M_b は M_c に重ってしまうというのである。 ■

補題1.23によれば、パラメタ t が変化していくとき、t が f の臨界値でないところで変化しても M_t の形は変わらない。したがって、M_t の形の変化を追跡する上で重要なのは、t が f のある臨界値 c_0 を横切る前と横切った後での M_t の変化である。

c_0 が臨界値であれば、

$$f(p_0) = c_0$$

であるような臨界点 p_0 が少なくとも1つ存在する。簡単のため、臨界値 c_0 に対応する臨界点はただ1つであるとしよう。すると、正数 $\varepsilon > 0$ を十分小さく選んで、$M_{[c_0-\varepsilon, c_0+\varepsilon]}$ に含まれる f の臨界点 p_0 のみであると仮定できる。（$M_{[c_0-\varepsilon, c_0+\varepsilon]}$ は等高線 $L_{c_0-\varepsilon}$ と $L_{c_0+\varepsilon}$ の間の部分である。）

パラメタ t が臨界値 c_0 を横切る前と後の $M_{c_0-\varepsilon}$ と $M_{c_0+\varepsilon}$ の関係を考えてみよう。

(a) p_0 の指数が0の場合

臨界点 p_0 のまわりの適当な座標系 (x, y) によって、f は局所的に

$$f = x^2 + y^2 + c_0 \qquad (1.54)$$

と書ける（定理1.11）

もし、c_0 が f の最小値であれば $M_{c_0-\varepsilon} = \phi$ であり、また、

$$M_{c_0+\varepsilon} = \{ p \in M \mid f(p) \leqq c_0 + \varepsilon \} = \{ (x, y) \mid x^2 + y^2 \leqq \varepsilon \} \qquad (1.55)$$

であるから、$M_{c_0+\varepsilon}$ は上向きのお椀で、2次元円板 D^2 に微分同相である。したがって、この場合の M_t の形の変化は、t が最小値 c_0 より小さければ M_t は空集合で、t が最小値 c_0 を通過したとたんに、円板が生み出されて、M_t は円板の形になる、という過程で記述される。

またもし、c_0 が最小値でなければ、$M_{c_0-\varepsilon}$ は空集合ではないが、この場合も、t が臨界値 c_0 を通過したとたんに、ポンと円板 D^2 が生まれて、$M_{c_0+\varepsilon}$ は $M_{c_0-\varepsilon}$ と2次元円板 D^2 との和集合