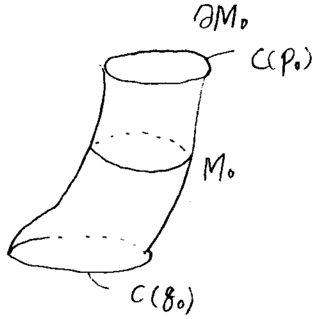
(1.45) $X^2+Y^2 \leqq \varepsilon$

と書けるので，やはり円板に微分同相になる．

曲面 M からこの2つの円板の内側を除いた部分を M_0 とする．(図1.11参照)



M_0 はいわゆる「境界のある曲面」になる。M_0 は上と下にそれぞれ1つずつ円周の境界 $C(p_0)$ と $C(q_0)$ をもっている。

一般に，M_0 のような，境界のある曲面の境界を

(1.46) ∂M_0

という記号で表すことにする．いまの場合，M_0 の境界は2つの円周 $C(p_0)$ と $C(q_0)$ からなるから，

(1.47) $\partial M_0 = C(p_0) \cup C(q_0)$

である．

ついでに，内部の概念も定義しておくと，M_0 から境界を除いた部分を M_0 の内部 (interior) という．記号で

(1.48) $\mathrm{int}\,(M_0)$

と表す．定義から，$\mathrm{int}\,(M_0) = M_0 - \partial M_0$ が成り立つ．

さて，$D(p_0)$ と $D(q_0)$ の定義 (式(1.42)と(1.44)) から明らかなように，曲面 M_0 上の関数と考えたとき，$f: M_0 \to \mathbb{R}$ は境界 $C(p_0)$ と $C(q_0)$ の上で，それぞれ一定値 $A-\varepsilon$ と $a-\varepsilon$ をとる。

証明すべき定理1.16ではMorse関数 f はただ2つの臨界点 p_0 と q_0 しかもたないと仮定されていた。したがって，それらを中心とする $D(p_0)$ と $D(q_0)$ を取り除いてしまったので，もはや $f: M_0 \to \mathbb{R}$ には臨界点がない。

この条件のもとで次の事実が成り立つ．