No.

Date . .

(c) 境界のある多様体上の関数と写像

境界のある多様体上の関数や写像が C^∞ 級であるということを定義しておく. M は境界のある多様体, $f: M \to \mathbb{R}$ はその上の関数, とする. また $\mathrm{int}(M)$ は, M から境界を除いたものである:

$$\text{(2.15)} \qquad \mathrm{int}(M) = M - \partial M.$$

$\mathrm{int}(M)$ を M の内部という.

定義 2.6 関数 $f: M \to \mathbb{R}$ が点 $p(\in M)$ のまわりで C^∞ 級であるとは, 次の (i), 又は (ii) が成り立つことである.

(i) p が内部 $\mathrm{int}(M)$ の点のとき: p の十分に小さな近傍内の局所座標系 $(x_1, \cdots, x_m)$ に関して f は C^∞ 級である.

(ii) $p \in \partial M$ のとき; p の十分小さな近傍内の上半空間型局所座標系 $(x_1, \cdots, x_m)$ (ただし, $x_m \geqq 0$) に関して, f を表したとき, $f(x_1, \cdots, x_m)$ は $x_m \geqq 0$ という制限のない局所座標系 $(x_1, \cdots, x_m)$ 上で定義されたある C^∞ 級 m 変数関数

$$\tilde{f}(x_1, \cdots, x_m)$$

に拡張される. すなわち f は $\tilde{f}$ を $x_m \geqq 0$ に制限したものになっている. $f = \tilde{f} | \{x_m \geqq 0\}$.

関数 $f: M \to \mathbb{R}$ が M の各点 p のまわりで C^∞ 級であるとき, 単に, $f: M \to \mathbb{R}$ は C^∞ 級であるという.

境界のある多様体 M と N の間の写像 $h: M \to N$ が C^∞ 級であるということを定義しよう. まず「h が1点 p のまわりで C^∞ 級である」とは, 境界のない場合と同様に, p のまわりでの h のの局所成分表示に現れる関数 $h_1, h_2, \cdots, h_n$ が, 上の定義 2.6 の意味ですべて C^∞ 級であることである. $h: M \to N$ が, 各点 $p(\in M)$ のまわりで C^∞ であるとき, 単に $h: M \to N$ は C^∞ 級であるという. これで, 境界のある多様体間の C^∞ 級の写像が定義できた.

また, 同相写像 $h: M \to N$ が微分同相写像であるとは, h とその逆写像 $h^{-1}: N \to M$ が両方とも C^∞ 級であることである.

微分同相写像 $h: M \to N$ は, M の境界 ∂M を N の境界 ∂N に写す. h を境界に制限した写像

$$h | \partial M : \partial M \to \partial N$$

は, ∂M と ∂N の間の微分同相写像を与える.