

# Metody probabilistyczne algorytmiki

## Laboratorium

**Zadanie 1** (Max-Load, Power of  $d$  choices). Zbadaj wartość oczekiwaną oraz koncentrację zmiennej losowej zwracającej liczbę kul w urnie, która posiada najwięcej kul dla następujących procesów:

1. Wrzucamy  $n$  kul do  $n$  urn jednostajnie losowo.
2. Wrzucamy  $n$  kul do  $n$  urn, dla każdej kuli wybieramy podzbiór  $d$  urn z  $n$  i wrzucamy ją do tej z  $d$  urn, która w tym momencie ma najmniej kul; jeśli mamy remis (kilka urn z taką samą najmniejszą liczbą kul) to wybieramy jednostajnie losowo jedną z tych urn.
3. Wrzucamy  $n$  kul do  $n$  urn w następujący sposób:
  - dzielimy  $n$  urn na  $d$  grup po  $n/d$  urn numerując te grupy od 1 do  $d$  (załóżmy, że  $n$  jest wielokrotnością  $d$ ),
  - z każdej grupy wybieramy jednostajnie losowo urnę i wrzucamy kulę do tej z  $d$  urn, która posiada najmniej kul; jeśli mamy remis (kilka urn z taką samą najmniejszą liczbą kul) to wrzucamy kulę do tej “remisowej” urny, która należy do grupy o najmniejszym numerze.

Drugi i trzeci proces sprawdzić dla  $d = 2, 3, 4$ .

Wyciągnij wnioski i porównaj otrzymane wyniki z teoretycznymi.