非対称性、抽象性、自律性：統計力学における粗視化の正当化

Katie Robertson

2022 年 5 月 21 日

この文書について

この文書は Asymmetry, Abstraction, and Autonomy: Justifying Coarse-Graining in Statistical Mechanics (doi:10.1093/bjps/axy020) の内容に興味をもち学習するためにの個人的翻訳です。内容の正確性を保証するものではありません。

This document is a personal translation* of Asymmetry, Abstraction, and Autonomy: Justifying Coarse-Graining in Statistical Mechanics (doi:10.1093/bjps/axy020 †) into Japanese for the purpose of learning and interest in its contents. The accuracy of the content is not guaranteed. It was very educational and inspiring for me. I would like to acknowledge the author, Katie Robertson.

論文要旨

物理学の基本法則は時間反転不変であるが、巨視的なプロセスの多くは不可逆である。基本的な法則が他のすべてのプロセスを支えていると考えると、基本的な時間の対称性は、様々な場所に現れる非対称性とどのように調和させることができるだろうか。統計力学では、この問題で進展が見られる。私が「Zwanzig-Zeh-Wallace フレームワーク」と呼んでいるものを使えば、基礎となるミクロダイナミクスから統計力学の不可逆方程式を構築することができる。しかし、このフレームワークは粗視化を用いており、多くの批判を受けている。粗視化によって時間非対称性が（i)「幻想であり錯覚である」、(ii)「人間中心主義である」になるという過去の文献の 2 つの反論に注目する。これらの反論は、粗視化そのものというよりも、文献に広く見られる粗視化の不十分な正当化に起因するものである、と私は主張する。この正当化は、測定の不正確性という考え方に依存している。抽象性と自律性が果たす役割を考慮することで、私は代替的な正当化を行い、幻想的で人間中心的な反論への回答を提供する。最後に、この代替的な正当化の広範な結果について考察する。理論間の還元に関する議論との関連や、統計力学における時間非対称性は弱い創発であるという示唆についてである。

---

* translated by T. Konishi. Twitter account @guppi524

† https://www.journals.uchicago.edu/doi/10.1093/bjps/axy020.

目次

1 イントロダクション 3
1.1 本論文の内容の説明 3

2 Zwanzig-Zeh-Wallace フレームワーク 4

3 なぜ、この方法が有効なのか? 8
3.1 特殊条件の説明 9
3.2 密度の前方互換性はいつからあるのか? 10

4 人間中心主義と幻想、二つの反論 12
4.1 2 つの反論の詳細について 12
4.2 測定の不正確さによる正当化に対して 13

5 もう一つの正当化 15
5.1 抽象化と自律化 15
5.2 一つの例証: ライフゲーム 17

6 幻想への返答 19

7 人間中心主義への返答 20

8 より広い展望: 結びの言葉 21
8.1 理論間の関係 21
8.2 不可逆性の性質 22

1 イントロダクション

多くの現象は未来に向かっての一方向の時間しか流れていない。人は老い、建物は崩れ、卵は割れ、気体は自発的に膨張する。このようなプロセスのフィルムを巻き戻すと、物理的でない一連のイベントが現れる。卵は割れないし、人は若返らない。このようなプロセスの「有向性」をより専門的に表現すると、これらのプロセスを支配する法則は時間反転により不変ではないと言うことになる。つまり、時間反転演算子 $\mathcal{T}$ は、問題となっているシステムの方程式＝歴史の解を送らない。(時間反転演算子は理論によって異なるが、ここでは $\mathcal{T}$ を写像 $t \mapsto -t$ とする)。

これとは対照的に、基礎物理学の法則は時間反転により不変である[1]。フィルムの早送り、巻き戻しで表示される 2 つのイベントのシーケンスは、いずれも物理的な可能性である。つまり、どちらも基礎物理学の法則に則った解法である。つまり、基本的な法則が他のすべてのプロセスを支えていると考えると、基本的な時間対称性と他の場所に現れる非対称性はどのように調和させることができるのか、という伝統的な問題が生じるのである。

不可逆的なのは、日常的な経験のプロセスだけではない。物理学の中の多くの方程式も不可逆である。特に統計物理学では、Boltzmann 方程式、Langevin 方程式、Pauli・マスター方程式、(以下略、リストは続く) など、不可逆な方程式が多く存在する。

しかし、統計力学の世界では、この伝統的な問題に対して多くの進歩があった。非平衡統計力学で示される不可逆的な振る舞いは、「マスター方程式」と総称される方程式で記述することができ、この方程式は「いくつかの基礎となるミクロシステムの保存的進化を意図的に不完全に説明する」ことを与えるものである。(Liu and Emch[30], p. 479). 本論文では、Zwanzig の研究 [61] に端を発する一つのフレームワークに焦点を当てる。これは、古典力学や量子力学の可逆方程式から、統計力学の不可逆方程式を構成することができるというものです。このフレームワークを発展させた著名な後進の著者である Zeh と Wallace から、Zwanzig-Zeh-Wallace（ZZW）フレームワークと名付けることにする。

しかし、この枠組みは粗視化という手法に依存しており、この手法には大きな批判がある。Redhead は粗視化を「私がこれまで理論物理学で出会った中で最も人を欺く術の一つ」と表現している。（Redhead [40], p.31; Uffink[53], p. 197 にて引用）粗視化に対する非難としては、経験則の不備、主観性、科学的実在論との不整合などがあげられる。したがって、この構成法が統計力学の時間非対称性のパズルを解くものであるならば、粗視化を正当化する必要がある。この論文の目的は、そのような正当性を示すことである。

1.1 本論文の内容の説明

統計力学における粗視化に対する 2 つの反論に回答する。第 2 節では、ZZW のフレームワークを説明し、第 3 節では、なぜこのフレームワークが有効なのかを考察する。次に、粗視化に対する 2 つの反論、すなわち、粗視化によって生じる非対称性は幻想的である、あるいは人間中心的であるという反論を述べる。4.1 項では、この 2 つの異論について詳しく概説する。4.2 節では、これらの反論の背後にある、粗視化に対する過去の論文において最も一般的で、かつ私が不満足と主張する、測定の不正確さ (measurement imprecision, MI) の正当化について述べる。第 5 節では、2 つの反論に答えることができる、粗視化に関する私の別の正当

[1] ほぼ、そうである。関連する対称性は CPT 不変性であるが、素粒子物理学における時間反転不変性の失敗は、ここで議論されている非対称性を裏打ちするものではない。 時間反転不変性の微妙な点については、例えば（Roberts[45],[46]）を参照のこと。

化の概要を説明する。これらの回答は、それぞれ第 6 節、第 7 節に記載されている。第 8 節では、この代替的な正当化から、粗視化された非対称性が弱く創発的 (weakly emergent) という、より広い帰結を導き出す。

2 Zwanzig-Zeh-Wallace フレームワーク

ZZW フレームワークは、可逆的なダイナミクスから不可逆的なダイナミクスを構築するためのレシピを提供する。この枠組みは、量子力学と古典力学（Zwanzig[62]）の両方で機能するが、ここでは主に古典の場合について論じることにする。このフレームワークは、3 段階で不可逆方程式を構築すると見るのが最も明確である。まず、基礎となるミクロダイナミクスのアンサンブルの変種 (ensumble variant) に移行する。次に、粗視化射影 $\hat{P}$ を選ぶ。この射影の性質については後述する。第三に、粗視化された確率密度に対して不可逆的かつ自律的な方程式を求めるために、二つの手が必要である。

ステージ 1：古典統計力学では、個々の系の状態は位相空間である Γ 空間の点で表される。(内部自由度を持たない N 個の粒子では、Γ 空間は $6N$ 次元になる)。この系の発展は Hamilton 方程式で決定される。しかし、この記述にはアンサンブルの変種 (ensumble variant) もある。ここで、Γ 空間上の確率密度 ρ は、Hamilton 方程式と同様に、Liouville 方程式に従って発展するし、時間反転に対し不変である[2]。

ステージ 2：粗視化という概念は、もともと Gibbs([18]) によって特定の形で導入されたもので、私はまず、ZZW フレームワークで用いられる一般化粗視化射影について説明する前に、そちらを説明する。

Gibbs は、アクセス可能な位相空間を小さな有限体積要素 ΔV_m に分割することを提案している。粗視化密度 $\rho_{cg}(q,p)$ は、これらの体積要素の箱のそれぞれで元の確率密度 $\rho(q,p)$ を平均化することで定義される。つまり、粗視化することで、アンサンブルがそれぞれの箱にわたってどのように分布しているかという情報を捨ててしまう。

Gibbs は、確率密度の時間発展をインクの滴になぞらえて説明した。コップに入れた水に青いインクを垂らすと、コップ全体が淡い青色に見える。しかし、インクの一滴は非圧縮性流体であるため、その体積は一定である。顕微鏡で見ると、インクの滴がコップ全体に細いフィラメント状に広がっているのがわかる (図 1 参照)。つまり Gibbs の考えは、非圧縮性流体のように、Liouville 力学のもとで時間発展すると、アクセス可能な位相空間の上でしばしば細かく分解し広がる、ということである。

しかし、ρ は非圧縮性流体のように振る舞うため、細かく分解しても体積は一定である。したがって、その Gibbs 精視化エントロピー (fine-graind entropy)、$S_{fg} = -k_B \int_\Gamma \rho \ln \rho d^{3N}qd^{3N}p$($k_B$ は Boltzmann 定数を表す) は一定である。従来、このことは熱力学的エントロピーが増大するため、問題視されていた。しかし、粗視化記述では、その密度は利用可能な空間全体に滑らかに広がり、これは粗視化確率密度 ρ_{cg} によってよくモデル化される。この密度は、Gibbs 粗視化エントロピーという別のエントロピーを持つ。

$$S_{cg} = -k_B \int_\Gamma \rho_{cg} \ln \rho_{cg} d^{3N}qd^{3N}p. \tag{1}$$

S_{cg} は精視化エントロピーとは異なり、増加しうる。

[2] 本稿では、このような確率密度の解釈は未解決としたが、個々の系の振る舞いとの関連は統計力学の哲学の緊急課題であることは認める (例えば、Sklar[49], 第 3 章を参照)。

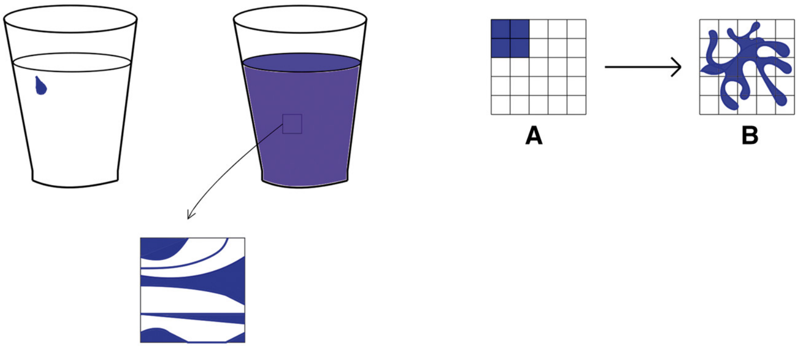

図 1　コップの水にインクを一滴垂らすと、全体に細かく分解して広がり、粗視化レベルで水が青く見える (図の左側)。同様に、最初は一角に集中していた確率密度が、利用可能な位相空間を横切って細かく広がる (Sklar[49])

再び、インクに例えて、時間発展について考察する。マクロな視点で見ると、インクがコップ全体になめらかに広がっているのがわかる。統計力学の場合、この粗視化密度 ρ_{cg} の「滑らかな広がり」は、以下のように定義された「粗視化ダイナミクス」によって記述される。ρ_{cg} は小さな時間間隔 Δt の間は通常の Liouville 力学に従って前向きに発展し、その後粗視化される。そして、この 2 ステップのプロセスが繰り返される。これにより、Wallace[54] が「粗視化順行ダイナミクス (coarse-graind forward dynamics、C^+)」と呼ぶものが得られる（以後、私はこのラベルを採用する）。

ただし、ρ_{cg} を Liouville 力学によって Δt だけ逆進させ、その後粗視化し、また逆進させる、という粗視化逆行ダイナミクス (coarse-graind forward dynamics、C^-) も同様に定義できることに注意する必要がある。しかし、この C^- ダイナミックスは、過去に向かってエントロピーが増大するという反熱力学的な軌道を記述するため「経験的に破綻」している。粗視化された順方向のダイナミクスの成功は説明できるが、逆方向のダイナミクスの成功は説明できない（特に「過去仮説」を仮定するなど、宇宙論的考察に訴えることで）ため、議論の余地がある (Albert[1] の 4 章、Earman[15]、Wallace[54] を参照)。しかし、本稿では、この非対称性は「手作業」で追加されたものであり、したがって、ここでは時間非対称性の「究極の根源」を突き止めるものではないことを認めれば十分であろう。第 1 節で述べたように、私は粗視化を様々な異論から守ることだけを目的としているからである。

ここまで、Gibbs のオリジナルの粗視化についてのみ説明してきた。しかし、ZZW フレームワークでは、粗視化のより一般的な概念が用いられる。粗視化射影 $\hat{P}$ は、可能な確率密度関数の空間に対して作用する[3]。$\hat{P}$ の重要な機能は、ρ を「関係がある」部分 ρ_r と「関係がない」部分 ρ_{ir} に分割することである。

$$\hat{P}\rho =: \rho_r, \qquad (1-\hat{P})\rho =: \rho_{ir} \qquad \text{つまり}\ \rho = \rho_r + \rho_{ir}. \tag{2}$$

以下に、関係密度 ρ_r を定義する粗視化射影 $\hat{P}$ の 3 つの例を示す。これらの例では、系の自由度の数を減らした上で密度を定義している。したがって、「関係密度」と同様に「関係自由度」という言い方をする。

(1) 上述した元々の Gibbs の粗視化は、射影 $\hat{P_{cg}}$ として書くことができる。$\hat{P_{cg}}$ は、$6N$ 次元位相空間 Γ をカバーする小さな有限体積要素 $\Delta V_m (m = 1, 2...)$ で平均をとる。これらの体積要素 ΔV_m は、

[3] $\hat{P}$ は冪等であり、$\hat{P}^2 = \hat{P}$ である。$\hat{P}$ は通常線形で時間に依存しないので、$\frac{\partial}{\partial t}$ と交換する。

「粗視化された箱」または「パーティションのセル」と呼ばれることもある (私は領域と体積の両方を「ΔV_m」と書く)。したがって、$(q,p) \in \Delta V_m$、つまり m 番目のセルでは、次のようになる。

$$\hat{P_{cg}}\rho(q,p) := \rho_{cg}(q,p) := \frac{1}{\Delta V_m}\int_{\Delta V_m} \rho(q',p')dq'dp' =: \frac{\rho_m}{\Delta V_m}, \tag{3}$$

このため、一般的な (q,p) に対しては、特性関数でセル全体に対して和を取る。

$$\hat{P_{cg}}\rho(q,p) := \rho_{cg}(q,p) := \sum_m \chi_{\Delta V_m}(q,p) \cdot \frac{\rho_m}{\Delta V_m} \tag{4}$$

$\hat{P_{cg}}$ の作用は、各箱の密度が一様になるように平滑化することであり、一方で、任意の 1 個の箱の中の存在確率は不変、すなわち、すべての m に対して $\int_{\Delta V_m} \hat{P_{cg}}\rho = \int_{\Delta V_m} \rho$ にする。

(2) 粒子間の相関は適切な積分、つまり周辺分布を取ることで破棄される。そしてこれは、射影 $\hat{P_\mu}$ を適用していると考えることができる。この射影は、全位相空間である Γ 空間 (N 個の点粒子では $6N$ 次元) 上の確率密度から 1 粒子の周辺密度、つまり、(6 次元の)μ 空間 ($(\vec{q},\vec{p}) \in \mathbb{R}^6$) の特定の点において、$i$ 番目の粒子の確率を選ぶものになる。

したがって、Γ 空間密度から μ 空間密度へのマッピングは、異なる粒子間の相関に関する情報を破壊し、転化させることができない。

BBGKY 階層では、相関関数の系を定義し、f_s は s 番目の粒子が与えられた位置と運動量を持つ確率を与える。一般に、f_s の時間発展は f_{s+1} に依存し、f_{s+1} は f_{s+2} に依存し...f_N(N は粒子の総数) に至るまで続く。しかし、ある物理的条件のもとでは、この連立方程式はある地点で切り捨てることができる。つまり、3 粒子相関を超える相関はすべて捨てることができる (Huang[21], p. 65)。

Boltzmann 方程式の構築には、$\hat{P_\mu}$ に似た射影が使われる (Wallace[56], p. 292; Prigogine-Brout 方程式- Boltzmann 方程式のいとこ-の明示的な構築については、Zwanzig[61], p. 1340 を参照)。

(3) 対角化射影 $\hat{P_{dia}}$ は量子系に適用され、密度行列の非対角要素を (ある選ばれた基底に関して) 取り除く。この対角行列要素と非対角行列要素 (それぞれ、関係と無関係) への分割は、Pauli のマスター方程式の導出に用いられており (Zwanzig[61], p. 1339)、非対角要素を捨てることは干渉項を無視することになる。

粗視化射影 $\hat{P}$ が与えられると、次の目的は、ρ_r によって記述される関係自由度だけの方程式を見つけることである。Liouville 方程式を二つの密度 ρ_r と ρ_{ir} で並べ替えると、プリマスター方程式が得られる (プリマスター方程式の手順は Zwanzig[61], 第 2 節参照)。

$$\frac{\partial \rho_r(t)}{\partial t} = \hat{F}\rho_{ir}(t_0) + \int_{t_0}^{t} dt'\hat{G}(t')\rho_r(t-t'), \tag{5}$$

ここで、$\hat{F} := \hat{P}Le^{-it(1-\hat{P}L)}$、$\hat{G}(t') := \hat{P}Le^{-it(1-\hat{P}L)}(1-\hat{P})L$ である。L は、Liouville 方程式を表す。

このプリマスター方程式は形式的に厳密であるため、時間的な可逆性が残る。右辺の第一項は、無関係自由度 ρ_{ir} に依存する。第二項は非 Markov 性であり、t における ρ_r の発展は $t' = t_0$ と t の間の積分でわかるように、t_0 と t の間の系の遍歴に依存する。これは、古典力学的軌道とは異なり、現在の状態が与えられれば、系の変遷に関するいかなる情報もなしに、将来の時間発展が決定されるものである。

ステージ 3：次に、2 つの仮定を用いて、関係自由度に対して自律的かつ不可逆的な方程式を導き出す。「自律性」は、ρ_r の力学的時間発展が ρ_{ir} や t に明示的に依存しないことを要求する[4]。可逆プリマスタ方程式 (5) は $\frac{\partial \rho_r(t)}{\partial t} = f(\rho_r(t), \rho_{ir}(t), t)$ という形になるので、時間依存式や自律方程式ではない。

一般に、ρ_r の自律的なダイナミクスは決して保証されていない。なぜなら、好きなように分解することができるので、我々が「関係」と呼んだ側面 (ρ_r) は、動的に自律的である必要はなく、無関係な側面から独立している必要もないからである。次の、2 ステップが必要である。

(1) 初期状態の仮定では、第一項は消失する。これは、$\rho_{ir}(t_0) = 0$ と規定することで実現する[5]。$\rho_{ir}(t_0) = 0$ のとき、式 (5) は $\rho_r(t)$ の閉じた方程式になる。

(2) Markov 近似では、$\hat{G}(t')$ がある時間スケール (「緩和時間 τ」) でゼロに減少することが必要である。したがって、緩和時間 τ より長い時間 t' では、$\hat{G}(t') = 0$ である。 さらに、ρ_r はこの時間スケールではあまり変化しないので、$\hat{G}(t')$ は ρ_r が発展する時間スケールよりも急速に低下することが必要である。まとめると、Markov 近似の重要な物理的アイデアは、積分カーネルが低下し、ρ_r があまり変化しない緩和時間が存在することである (Wallace[56],p. 292) [6]。

これらの物理的特徴が成立するのであれば、次のような数学的な動作が可能である。

(a) 積分上限値 t が τ より大きい場合、積分区間を ∞ まで延長しても積分値に差はない。つまり、$\int_{t_0}^{\infty} dt' \hat{G}(t') \rho_r(t-t') \simeq \int_{t_0}^{t} dt' \hat{G}(t') \rho_r(t-t')$ である。

(b) ρ_r が τ にわたって非常にゆっくり変化する場合、$t' < \tau$ では、$\rho_r(t-t') \approx \rho_r(t)$ である。($t' > \tau$ の場合この近似は成り立たないが、$\rho_r(t'-t)$ には $t' > \tau$ の場合 ≈ 0 である $\hat{G}(t')$ が乗じられているので、$\rho_r(t'-t)$ を $\rho_r(t)$ に置き換えればよい。)

(c) したがって、Markov 近似が成立していれば、式 (5) の第二項 $\int_{t_0}^{t} dt' \hat{G}(t') \rho_r(t-t')$ を $\int_{t_0}^{\infty} dt' \hat{G}(t') \rho_r(t)$ に置き換えることができる。

初期状態の仮定と Markov 近似が成立する限り、関係自由度 ρ_r の自律方程式 (マスター方程式) に到達する。

$$\frac{\partial \rho_r(t)}{\partial t} \approx \hat{D} \rho_r(t), \tag{6}$$

---

[4] 数学でおなじみの方程式が自律的であるための条件は、「$\frac{dy}{dt} = f(y)$ のように、t が方程式中に明示的に出現しない」ことである (Robinson[47], p.13) 。これは、$\frac{\partial \rho_r(t)}{\partial t}$ が ρ_{ir} に対して「隠された依存性 (covert dependence)」を持たないようにするために必要である。

[5] これは、この項が消滅するための十分条件ではあるが、必要条件ではない。非ゼロ $\rho_{ir}(0)$ への $\hat{P}Le^{-it(1-hatPL)}$ の作用により、この項が消えるようなものである可能性もありうる。

[6] もちろん、この e 項が消失するという一般的な仮定は、ZZW フレームワークだけでなく、もっと広く使われている。例えば、(Reif[42], 第 14 章) の Boltzmann 方程式の導出では、$f(\vec{r}, \vec{v}, t)$ は衝突時間のオーダーの時間間隔でも、あるいは分子間力のオーダーで空間的にも大きく変化しない、という同様の仮定が必要である。

ここで、Zeh の議論を拡張して、森の比喩を用いて一般的な状況を直感的に説明する。無関係な情報の中で、Zeh([60], p.65) は、異なる「チャンネル」にある「ドアウェイ」と「ディープステート」を区別している。つまり、3 つの「チャンネル」がある。(A)「関係」、(B)「出入り口」、(C)「ディープ」、これらは、(A) 森の中の空き地、(B) 空き地を囲む日当たりの良い森、(C) 暗い森に例えられる。Zeh は次のような例を挙げている。(A) は 1 粒子の限界密度、(B) は 2 粒子の相関関係、(C) は 3 粒子以上の相関関係（BBGKY 階層を参照）である。さて、プレマスタ方程式における非 Markov 項は、$t - t'$ で無関係となった ρ_r の部分から t における $\frac{\partial \rho_r(t)}{\partial t}$ への寄与を与え、時刻 t まで無関係であり続け、その時点から再び無関係となる。

この「情報が無関係になる」というのは、空き地 (A) にいる人が日当たりの良い森 (B) に迷い込むようなものである。したがって、緩和時間 τ とは、日当たりの良い森 (B) に到着した人々が、空き地 (A) に戻るか、暗い森 (C) に迷い込むまでにかかる時間のことである。重要な前提は、一度暗い森 (C) に入ると、誰も再び空き地 (A) に戻る方法を見つけることができないことだ。絵空事ではない言い方をすれば、3 つ以上の粒子の相関は、1 粒子の限界密度には力学的に無関係ということである。

この比喩は、有名な再帰定理も包含している。(有限の) 森の中をとてつもなく長い時間 (つまり再帰) さまよえば、いずれは空き地に戻る道が見つかるはずだ。3.1 節で述べるように、再帰性の時間スケールでは、「深く」無関係な状態 (C)、例えば 3 つ以上の粒子の相関、が再び関係する状態 (A) となる。

ここで、$\hat{D} := \int_{t_0}^{\infty} dt' \hat{G}(t')$ である。

これでステージ 3 は終了である。

私たちの目的からすれば、3 つのコメントがある。まず最初に、模式的な式 (6) は、特定の系に対して特定の形式を持っており (Penrose[34], p. 1986)、「その様々な特定のケースには、デコヒーレンス、放射性崩壊、希薄気体における拡散と平衡化の (経験的に検証された) 方程式が含まれる」(Wallace[56], p. 292)。

第二に、Gibbs の粗視化エントロピーを一般化したものを用いて、不可逆的な振る舞いを記述できるようになった。粗視化した Gibbs エントロピー S_{cg}(式 (1)) は、ρ と $\hat{P}_{cg}$ の関数として書くことができる。

$$S_{cg}[\hat{P};\rho] = -k_B \int \hat{P}_{cg}\rho(q,p) \ln \hat{P}_{cg}\rho(q,p) d^{3N}qd^{3N}p. \tag{7}$$

また、より一般的には、式 (5) と式 (6) に従う任意の ZZW 射影 $\hat{P}$ に対して、エントロピーを定義する。

$$S[\rho_r] := S[\hat{P};\rho] := -k_B \int \hat{P}\rho(q,p) \ln \hat{P}\rho(q,p) d^{3N}qd^{3N}p. \tag{8}$$

この量は、式 (1) の後に記したように、S_{cg} と同様に増加しうる。こうして、Zeh ([60], p. 65) は、「もし $\hat{P}$ が情報を破壊するだけなら、マスター方程式は決して減少しないエントロピーを記述する」と書いている。

$$\frac{dS[\rho_r]}{dt} \geq 0. \tag{9}$$

証明については、(Tolman[52], p.171; Huang[21], p.74; Reif[42], p.624; 量子論的コンテキストでは、Landsberg[25], p.145) を参照のこと。

最後に、我々の興味にとって最も重要なことは、この閉じた式 (6) は不可逆的であるということである (Zwanzig[61], p.1340)。

3 なぜ、この方法が有効なのか?

なぜ ZZW のフレームワークは、経験的に成功した方程式を導くのだろうか。この成功は驚くべきことで、結局のところ、粗視化射影 (およびそれに伴う C^+ ダイナミクス) は「公式な」ミクロダイナミクスでは実装できないのである。Liouville の定理を考えると、閉じた系のミクロダイナミクスは、(Boltzmann 方程式の場合の) 速度相関を本当に消したり、(Pauli・マスター方程式の場合の) 非対角密度行列要素を本当に削除したりすることはできない。つまり、閉じた系の時間反転不変のミクロダイナミクスでは、粗視化射影を動的に実現できないのである。

統計力学における不可逆方程式の成功を説明するために、3 つの広い戦略がある。

(1) 介入主義者 (例えば、Bergmann and Lebowitz[4]; Blatt[5]; Ridderbos and Redhead[44]) は、環境からの摂動を無視することはできない、と主張する。したがって、閉じた系として扱うことはできない。(ZZW の用法では、環境が動的に射影を実行するので、ρ ではなく ρ_r が部分系の正しい記述となる。)

(2) また、粗視化射影を動的に行うために、基本的なミクロダイナミクスを変更することを提唱する人もいる。Albert[1] と Prigogine と Stengers([39]) は、それぞれ量子論と古典論の場合の非時間反転不変的なミクロダイナミクスを提唱している。(ZZW の用法では、非時間反転不変ダイナミクスは、$\rho \mapsto \rho_r$ をもたらす。)

(3) Wallace([55]) のように、特殊な条件下では、不可逆的な統計力学ダイナミクスがミクロダイナミクスの関係自由度のもとで同じ密度を与えることを提案する人もいる。

本稿では、これらの戦略のうち、私が特殊条件の説明と呼ぶ 3 つ目の戦略にのみ焦点を当てることにする。3.1 節では、この説明と必要な「メッシュ」条件について考察する。3.2 節では、密度がこの条件を満たす場合について考察し、Wallace の提案を報告する。これは、過去仮説の考え方につながるものである (ただし、第 2 節のステージ 2 で述べたように、議論を呼ぶ過去仮説の深い議論は本稿の範囲外である)。

3.1 特殊条件の説明

第三の戦略は、ある条件下では、ミクロダイナミクスは関係自由度に対して ρ_r を支配する C^+ 粗視化ダイナミクスと同じ確率を引き起こすと主張するものである。この見方では、一般化された粗視化射影は動的に実装されない。したがって、ρ と ρ_r は異なる 2 つの密度である。

ある時刻 T における ρ_r はどのように求めるのだろうか。2 つの「ルート」がある。第 2 節で述べたように、C^+ のダイナミクスは、密度をミクロダイナミクス $\hat{U}$ で非常に短い時間 Δt だけ時間発展させ、次に射影 $\hat{P}$ を適用し、$\hat{U}$ で Δt だけ時間発展させ, 次に $\hat{P}$... といったように定義されている。つまり、すべてのステップで無関係な細部が捨てられてしまうのだ。これに対して、Liuville 的なミクロダイナミクス $\hat{U}$ は、$t_0 < t < T$ の期間、密度 ρ を完全に展開し、その後、時刻 T で $\hat{P}$ を適用して密度の関連部分を見つける。したがって、この「ルート」では、粗視化は時間期間の終わりに一度だけ発生する。したがって、これら 2 つの異なるダイナミクスが同じ密度 $\rho_r(T)$ を与えるという条件は、図 2 のダイアグラムで表現することができる。

$$\begin{tikzcd} \rho_r(t_0) \arrow[r, "C^+(t)"] & \rho_r(t) \\ \rho(t_0) \arrow[u, "\hat{P}"'] \arrow[r, "U(t)"] & \rho(t) \arrow[u, "\hat{P}"'] \end{tikzcd}$$

図 2　$\rho_r(t)$ への 2 つの経路が同じ答えを与える場合、ρ と $\hat{P}$ は前方互換性がある。

Wallace ([54]) が提案した用法に従って、図 2 のダイアグラムが粗視化 $\hat{P}$ と「前方互換性」のある状態を ρ と呼ぶことにする。つまり前方互換性とは、時間ステップ Δt ごとに粗視化しても、最後に一度だけ粗視化しても構わないということだ。なお、前方互換性は粗視化 $\hat{P}$ の特定の選択に対する相対的なものである。したがって、これは ρ の時間発展と粗視化 $\hat{P}$ の間の「調和」の条件である。例えば、Gibbs の本来の例で平均化された粗視化の箱 ΔV_m の大きさが非常に大きく選ばれていた場合、ρ はこの粗視化 $\hat{P}_{cg}$ と前方互換性がない可能性が十分にある。理論間の関係に関するより広い文献では、このような前方互換性のあるシナリオは「メッシュ」ダイナミクスと表現されることがある。(例えば、Butterfield[7]、List[28] など)

しかし、調和が「頂点に君臨する」ことは期待できない。すべての密度 ρ が図 2 のメッシュ条件を満たすわけではない。Loschmidt の可逆性の異議は、細かく分解するするインク滴の構成要素の運動量を逆にすると、「滑らかに広がる」粗視化されたダイナミクスとは相容れない形で融合してしまうことを、鮮やかに思い起こさせる。(より具体的には、最初は前方互換でエントロピー増大の軌道にある密度 ρ の時間反転は、それ自身

は前方互換にならない。)

また、 Poincaré の再帰定理により、どの ρ もすべての時間においてメッシュ条件を満たすことはない。(具体的には、ZZW の枠組みでは、再帰は式 (5) の積分カーネル $\hat{G}$ が再帰時間において元の値に戻るように再び増加しなければならないことを意味する。したがって、Markov 近似における積分の上限は、厳密に ∞ にはできず、せいぜいある大きな、再帰時間に近い T までとなる。その結果、Markov 近似は再帰時間に近い時間に対してのみ有効である。)

3.2 密度の前方互換性はいつからあるのか?

前方互換性のある密度 ρ を特徴づけることは、候補となる密度を除外することよりも難しいタスクである。密度 ρ は、$\hat{P}$ によって捨てられる密度 ρ_{ir}(およびそれに符号化される相関などの詳細) が ρ_r の前方の時間発展にとって重要でない限り、前方互換となる。これが当てはまらない明確な例として、Hahn のスピンエコー実験 ([20]) がある。高周波パルスを加えることにより、磁場中で旋回しているディフェーズスピンが再整列し、「エコー」信号を発する (最近の哲学的議論は Frigg[16], Section 3.5.1 を参照のこと)。この相関は、粗視化の観点からは無視されるが、後の「エコー信号」にとっては重要である。実際、スピンエコー実験は、速度 $\nu \mapsto -\nu$ を反転させる「Loschmidt の悪魔」とも評されている[7]。

上記の Loschmidt の可逆性異議の議論を踏まえると、ここでも密度 ρ は明らかに前方互換ではない。したがって、スピンエコーは、粗視化フレームワークの反例として驚くようなものではない。つまり、スピンエコーの場合とは異なって、粗視化射影 $\hat{P}$ によって捨てられた情報 (この場合は相関) が重要でない場合、図 2 が一致する場合にのみ成功すると期待できる。

Ridderbos と Redhead ([44], p. 1237) や Blatt([5], p. 749) はスピンエコーの事例から一般化して、粗視化の枠組みを完全に否定している[8]。しかし、スピンエコーの事例で粗視化が経験的に不十分であることが明らかになったと主張するよりも、密度 ρ が明らかに前方一致しないので、粗視化の方法を適用することは期待できないと言う方が正しいように思われる[9]。

当然、次のような疑問が生じる。なぜ、スピンエコー (「相関が重要」) のようなケースは、ルールではなく、例外であると考えられるのだろうか。これに対して、「自然は優しい」としか言いようがない。しばしば、つまり統計力学の不可逆方程式では、ρ_{ir} は ρ_r の時間発展とは無関係なのだ。

それにもかかわらず、前方互換性のあるシナリオを選び出すために、どのような情報を提供することができるのかという疑問が生じるかもしれない。スピンエコーの事例では「決定的な相関」の存在が問題だったのであるから、それを取り除くことが答えなのかもしれない。つまり、無関係な情報がまったくないようにすることが、互換性の失敗を回避する一つの方法なのである。実際、第 2 節で行った初期状態 $\rho_{ir}(t_0) = 0$ という仮定はこれを実現するものであり、Markov 近似と並行して C^+ ダイナミクスを構築するために使用された。同様に、 Wallace ([54]、p.19) は、「単純な」初期密度 ρ は、その無関係な自由度に符号化された決定的かつ陰謀的相関はないと明記している。彼は「単純な分布とは、他の分布の時間発展として指定することなく、単純な方法で閉じた形式で指定可能な分布である。」と定義している[10]。

---

[7] より正確には、スピンの速度は変化しないが、x-z 平面での反射によりスピンの順序が変化しているのである。しかし、「標準的な話の中にある真理として、速度が変化していない順序の逆転は、ある意味では、順序が変化していない速度の逆転と『同型』であるということである」(Frigg[16], p.64)。

[8] Blatt ([5], p. 749) は「統計力学の基本的な議論を粗視化に基づいて行うことは許されない」と結論づけている。

[9] Lavis([26], p. 686) はさらに粗視化を擁護している。

[10] この定義は曖昧だという反論があるかもしれない。その代わり、この「単純化」条件は、異なる $\hat{P}_s$ の初期状態の仮定を満たすこ

ただし、このような条件 (初期状態の仮定や Wallace の単純化条件) は、一度しか適用できないことに注意が必要である[11]。図 1 の初期状態 A(4 つの Gibbs セルに限定された状態、例えるならインク滴の初期状態) は単純である（ZZW 初期状態仮定を満たしていることと同等)。しかし、その場合、利用可能な位相空間上で細いフィラメント状に広がるため、もはや単純なものではない。最初、t_0 では無関係な情報はなかったが、$\rho_{ir}(t_1) \neq 0$ となり、もはやこの状況にはない。それでも $\rho(t_1)$ は前方互換性があることを願う。したがって、単純状態は前方互換性のある状態の部分集合である。したがって、ミクロダイナミクスを考えると、前方互換性を確保するためにこのような初期条件を課すことは、十分条件ではあるが、必要条件ではない[12]。

このような初期条件は一度しか適用できないとすると、どのような場合に適用すればよいのだろうか。実践的な物理学者は、関心のある時間 t_0 の始めに適用する (選択肢 1)。しかし、これは Boltzmann の組み合わせ議論と同じような問題をはらんでいる。類推で、t_0 より前の C^- ダイナミクスの構築は許可され、C^- ダイナミクスは t_0 より前に反熱力学的軌道をもたらすことになる。

このようなパリティの問題は、宇宙の初期状態が「低エントロピー」であったという過去仮説 (Boltzmann の事例) の動機付けとなる (Albert[1], 第 4 章)。ここで、このパリティの問題から、Wallace([54], p. 22) は、宇宙の始まりに初期状態の仮定を適用する動機付けをしている (選択肢 2)。過去仮説の詳細な分析、およびそれが取りうるさまざまな形態 (Wallace [54] を参照) はここでは不可能であるが、一つの心配は払拭できる。Markov 近似がうまくいけば、この条件を物理学者のように適用する (選択肢 1) か、過去仮説を適用する (選択肢 2) かの選択は、経験的に劇的な差異をもたらさないだろう[13]。

まとめると、前方互換性の条件を満たした場合、C^+ ダイナミクスはミクロダイナミクスと同じ値を関連する ρ_r に対して与える。すべての密度 ρ が前方互換であるわけではなく、またすべての時間に対して前方互換である密度もないことは、それぞれ可逆性、再帰性異議によって示されている。ある ρ が前方互換かどうかをどう判断するかを考えたとき、ある確率密度が t_0 における初期状態の仮定を満たしていれば前方互換である (Wallace の用語では t_0 において単純である)、という提案があった。しかし、t_0 を関心のある時間の始まりとするか (選択肢 1)、宇宙の始まりとするか (選択肢 2) は議論のあるところである。

れらの密度間で類似しているものを捕らえるための包括的な条件として考える必要がある。t_0 において初期状態の仮定を満たすものは、与えられた $\hat{P}$ に関して、つまり与えられた「無関係」の定義に関して、t_0 において単純であることが保証される。しかし、ある意味では単純だが、特定の $\hat{P}$ に対する初期状態の仮定 ($\rho_{ir}(t_0) = 0$) に必要な点において単純ではない密度は、もちろん数多く存在する。

[11] Wallace は、これを何度も適用するのは行き過ぎだと指摘する。ミクロダイナミクスは決定論的であるため、一度 ρ を修正すると、すべての時間に対して ρ が修正されるからである。

[12] このような確率密度に対する初期条件の妥当性は、統計力学における確率の解釈によって決まる。特に Jaynes 的な説明には、単純さがよく似合う。Jaynes 派は、ρ をシステムに対する我々の無知を符号化したものと解釈している。もし私たちが知っているのが系のマクロ状態だけなら、この状態で ρ が一様であると主張することで、ρ が単純であることが保証される。

[13] 選択肢 1 と選択肢 2 の t_0 の差は 137 億年と劇的である。t_0 がプリマスターの方程式に登場するように、これによって構成される方程式も同様に劇的な違いを見せるはずだと思うかもしれない。そして、このような経験的な根拠に基づいて、選択肢 1 と 2 を判断することを望むかもしれない。しかし、Markov 近似の背後にある重要な物理的洞察は、選択肢 1 と選択肢 2 の t_0 が劇的に異なるにもかかわらず、それに伴う劇的な経験的差異が必要な理由を、次のように説明するものである。Markov 近似がうまくいって、かつ、議論の余地のないように、再帰時間が 137 億年よりもずっと長い場合、宇宙の始まりに $\rho_{ir} = 0$ を適用すると、137 億年分の「無関係な情報」(例えば、ρ_{ir} に符号化されている相関) が、ρ_r に動的に関係しようとしている (そのために選択肢 1 か 2 の間で経験的に違いが生じる) ことはないであろう。潜在的な違いは、τ 秒前の情報だけとなる。(詳細は、Zeh[60] , p. 64 を参照のこと)

4　人間中心主義と幻想、二つの反論

もし、粗視化が (私が主張しているように) 経験的に成功しているのであれば、これ以上の正当化は必要ないのかもしれない。粗視化について批判の嵐を含む文献がなければ、これは採用するのに魅力的な路線である。例えば、粗視化することは「多くの著者に反感を持たれている」(Uffink[53], p. 197) し、「詐欺的」(Redhead[40], p. 31) とさえ主張される。粗視化された時間非対称性は「幻想的」(Prigogine[38]) とも呼ばれ、潜在的に「主観的」(Denbigh と Denbigh[13], p. 53) である。

このように粗視化の主観的とうわさされることが、時間非対称性の状態についての懸念につながる。Davies([12], p. 77) は「粗視化された非対称性が『実在』するかどうかを決めるのは、まさに物理学というより哲学の問題である」と記述している。さらに、物理学における粗視化された非対称性の潜在的な異常さ、あるいは主観的な状態から、Grünbaum([19]) は、科学的実在論が統計力学における粗視化アプローチと相容れないかどうかを論じている。より広く言えば、この非対称性の状態を決定することは、「何が真に現実の一側面なのか、何が我々が現実を見る特定の視点の一種の外観、あるいは人工物なのか」を解き明かす、より広い哲学的プロジェクトの一環である (Price[36], p. 4)。

まとめると、これらの反論は 2 つに分かれるように思われる。

- 幻想:まず、非対称性は粗視化によって生じた単なる人工物であり、錯覚である。
- 人間中心主義:第二に、私たちの視点から生じるので、人間中心主義である。

このような懸念や反論を考慮すると、粗視化には経験則だけでなく、何らかの概念的な裏付けが必要である。

私は、この課題を 2 つに分けることを提案する。

- 選択:粗視化射影の選択の正当性は何か。
- つまるところ: なぜ粗視化することが合理的なのか。

粗視化の正当化は、もちろん両方の質問に答えることを意図しているかもしれない。そして、その答えは関連しているのかもしれない。例えば、粗視化射影の選択の正当性が主観的で受け入れがたいと判断された場合、粗視化そのものが全く受け入れがたいと判断される可能性があるのだ。しかし、この 2 つの問題は離れてしまうこともある。例えば、粗視化を正当化する場合、なぜ粗視化が一般的に受け入れられるのかの動機付けをするだけで、特定の粗視化射影をどのように選択するかについては言及しないことがある。

4.2 節では、「測定の不正確さ」の正当化を検討・否定し、それがいかに幻想的で人間中心的な反論の背後にあるかを論る。5 節では、私が支持する正当化について述べることにする。しかし、その前に、4.1 節で、この 2 つの反論をより詳しく検討する。

4.1　2 つの反論の詳細について

粗視化された非対称性は「幻想」であるという主張 (Prigogine[38];Denbigh and Denbigh[13], p. 56 で引用) は、$\hat{P}$ の作用に根ざしたものである。$\hat{P}$ が ρ を「歪ませ」、ρ と ρ_r のギャップが粗視化した非対称性の原因であるという主張である。$\hat{P}$ を適用するたびに正しい密度 ρ から遠ざかり、特に Gibbs(精視化) エントロピーの正しい値からある量だけ遠ざかることになる。つまり、「粗視化されたエントロピーの必要な増加は、システムの力学的制約を無視することによって得られる」(Ridderbos[43], p.66)。(C^+ のダイナミクスで行わ

れているように) 粗視化を繰り返すことで、粗視化された非対称性が生まれる。つまり、「粗視化を繰り返す演算子は、U_t が提供する真の力学的時間発展から逸脱して、『手で』追加されているように見える」(Uffink[53], p. 197)。つまり、粗視化された非対称性は、単に C^+ ダイナミクスの継続的な粗視化によって存在するのであり、粗視化のたびに S_{cg} が微量に増加し、最終的に非対称性が生じる。「おそらく最も心配なのは、粗視化によってのみ S_{cg} の不可逆的挙動が生じることだ」(Callender[8], p. 360)。このように、非対称性は粗視化という不純物に由来するものであるため、錯覚的なものであると言える。

この幻想性の反論は次のような形をしている。

- P1:$\hat{P}$ の作用は、正しい密度 ρ を意図的に歪ませることである。
- P2:非対称性は、C^+ ダイナミクスにおいて Δt ごとに粗視化を繰り返すことによってのみ発生する。
- 結論: 粗視化された非対称性は錯覚である。

次に、人間中心主義的な反論を検討する。この反論によれば、粗視化された非対称性、特に粗視化されたエントロピーは、エネルギーや質量のような客観的な物理量ではなく、「エージェント中心」なのだという。例えば、Wigner や Jaynes はエントロピーを「人間中心主義」と呼んでいる (Jaynes[22])。この議論では、「主観」と「人間中心主義」という言葉が同じように使われている。Denbigh と Denbigh（[13]）は、有用なことに、2 種類の客観性を (それによって主観性も) 区別している。客観性 1 とは、主観的な意見の一致である。客観性 2 の方がより強い。それは、問題となる現象が人間の認識とは無関係であることを要求している。粗視化に関する議論では、主観的な意見の相違は問題ではない。むしろ、私が先に人間中心主義と名づけた、第二の主観性 (客観性 2 ではない) が問題なのだ。

この人間中心主義が問われる理由は、次のようなものである。典型的な Gibbs の粗視化 $\hat{P}_{cg}$ の場合、箱の大きさは私たちによって選ばれる。「『セル』の大きさを決める物理法則はない」(Denbigh と Denbigh [13], p. 51)、と言っているように、その選択を決めるのは我々の好みに過ぎないのである。さらに、「エントロピーの増大と平衡への接近は、明らかに、過去に関するすべての情報を洗い流すために確率密度を繰り返し揺さぶるという事実の結果であり、この手順に対する力学的説明を拒否する」(Uffink[53], p. 196) のである。さらに、その仕切りは私たちによって選ばれる。「エントロピーの時間的変化の発生と方向は、(中略) 本質的に、我々が位相空間を (中略) 分割する有限の箱のセルの**大きさ**を**人間が選択すること**に依存する」(Grünbaum[19], p.647)。この反論は $\hat{P}$ のすべてのインスタンスに及ぶ。「(一般化された粗視化を記述する)Zwanzig 射影は便宜上任意に選ぶことができる」(Zeh[60], p. 67)。

Grünbaum([19]) は、ここでの人類中心主義の非難は、科学理論が人間の構成概念であるといった、より一般的な主張とは異なると指摘している。標準模型は、たとえ (人間の) 観測者がいなくても、世界を記述することができるようだ。しかし、人間中心主義的な批判によれば、これはエントロピー、粗視化記述には当てはまらないことになる。

これらの反論の裏には、粗視化を正当化する特別な理由、すなわち測定の不確かさの正当化の存在があるのだが、それについては次に述べる。

4.2 測定の不正確さによる正当化に対して

文献上、粗視化を正当化する最も一般的な理由は、我々の測定が限られた精度であることである。「粗視化のアプローチは、我々が有限の分解能を持つ測定値にしかアクセスできないという観測を本質的に利用する」

(Ridderbos[43], p. 66)。したがって、位相空間において系を正確に位置づけることはできず、ある精度で p と q を知ることができるだけである。典型的な Gibbs の粗視化に対する $\hat{P}_{cg}$ で平均化するセルは、「実際に利用できる精度の限界」(Tolman[52], p. 167) に対応する大きさを持っている。**仮説上**、系を十分正確に測定することができないため、粗い分布 ρ と細かい分布 ρ_r を区別することができない。したがって、この測定の不正確さでの正当化によれば、選択の答えは、我々の観測能力と一致する粗視化 $\hat{P}$ を選ばなければならないことになる。ρ と ρ_r の区別がつかないことで選択が正当化される粗視化 $\hat{P}$ については、測定の不正確さでの正当化もまた、(それらの特定の射影について) 粗視化が正当化されるのかということに答えている。なぜならば、両者の違いがわからないからである。

見えているものに訴えるというのは、Gibbs のインクの例えに由来する。インク滴の体積は一定でありながら、水中では繊維状になっているため、私たちには均一に分布しているように見えるのである。私たちの限られた観察力では、細かい繊維化した場合と粗視化した場合の局所的な一様分布とを区別することはできない。

同様の議論は、統計力学の Boltzmann のアプローチでも生じる。この議論では、位相空間は「巨視的状態」に分割される。すべての微視的状態は、1 つの巨視的状態に対応する。特定の巨視的状態は、体積、温度、圧力などの巨視的変数の値で定義される。したがって、再び我々の観察能力に訴えることになる[14]。

幻想的で人間中心的な反論は、(粗視化そのものというよりも) この粗視化の正当化から生じている。粗視化された非対称性が幻想であるという主張は、測定の不正確さの正当化によって裏付けられる。というのも、もし系をより正確に測定できるようになれば (Gibbs のアナロジーで言えば、インクが滑らかに広がるのではなく、細い繊維状のチューブが見えるようになれば)、非対称性はなくなることを意味しているからである。つまり、粗視化された非対称性は、測定器の精度の低さに起因する錯覚なのだ。非対称性が人間中心的であるという主張も、測定の不正確さの正当化によって裏打ちされたものである。もし、粗い粒度の ρ 分布と細かい粒度の ρ 分布が我々にとって区別がつかず、したがって $\hat{P}$ の選択が我々の能力に依存するとしたら、その非対称性は人間中心的なものとなる。

しかし、測定の不正確さの正当性は満足のいくものではない。これは、錯覚や人間中心主義的な反論につながるからというだけでなく、それ自体、粗視化を正当化するには不十分であり、不必要だからである。(ただし、測定の不正確さが重要となりうる他の目的については、第 7 節および第 8.1 節で簡単に説明する)。

我々の測定の不正確さは、粗視化射影 $\hat{P}$ を実施する正当な理由にはならない。なぜなら、観測の限界に合うような射影を選択しても、ZZW フレームワークが与えるタイプの自律的な不可逆的ダイナミクスを常にもたらすとは限らないからである。「巨視的変数の観測可能性は十分ではない (中略) 観測可能な量に関して特定の分割が Markov 過程を導かないことは考えられる (実際に起こる)」(Uffink[53], p.196)。つまり、粗視化では、我々の測定精度は反映されても、有用なダイナミクスの例、特に自律的な C^+ ダイナミクスを導くことができないのである。したがって、測定の不正確さは選択肢を答えるには十分ではない。

さらに、なぜ特定の粗視化 $\hat{P}$ を選択しなければならないかを説明するために、測定の不正確性に訴えることは必要ない。もしそうであれば、すべての場合において、特定の測定装置の精度を確認し、それに応じて粗視化 $\hat{P}$ を選択しなければならないだろう。しかし、第 2 節では、このようにして粗視化射影が選択されたわけではない。特定の測定装置の詳細 (または目の解像度) は、実際には ZZW フレームワークで方程式を構築する際に使用されることはないのだ。顕微鏡による検査の科学が進歩しても異なる $\hat{P}$ の選択をもたらすとは考えにくい[15]。

[14] しかし、Boltzmann の分割 (partition) と Gibbs の分割 (cell) は必ずしも同じではない。

[15] 測定の不正確さの正当化の必要性についての私の反論は、その提案者の言葉をそのまま受け止めている。しかし、これは不謹慎かもしれない。実際、自律方程式の構築に関する典型的な議論は、必要な仮定を満たすような射影があると仮定するだけで、その射

したがって、測定器の精度の低さを訴えても、粗視化射影の選択を正当化することはできない。測定の不正確さの正当化は、特定のケースで選択肢に答えることによってのみ、まったく答えを出さない。したがって、選択肢に答えられないということは、自動的にまったく答えられないということになる。このように測定の不正確さが反論されたので、次に私が提案する代替的な正当化の方法を概説する。

5　もう一つの正当化

$\hat{P}$ を適用すると細部を捨ててしまう。なぜ、細部を捨てることが良い方向に向かうのだろうか。粗視化記述に移行する動機の 1 つは、Liouville 力学の下での時間発展をモデル化することは計算上困難であり、10^{23} 個もの粒子の運動方程式を解くことは実行不可能であるためである。

もし、粗視化する動機がこれだけであれば、十分に強力なコンピュータと 10^{23} 個の粒子の初期状態があれば、粗視化された記述は必要ないのではと誤解されるかもしれない。しかし、あらゆる情報と超高性能のコンピュータを手に入れたのに、統計力学という学問を捨ててしまっては、何かが失われるのではないだろうか。そしてこのことは、統計力学の仮定に関する一般的な点を明らかにしている。5.1 節で述べたように、計算が難しいということだけが、このような近似や仮定の動機ではないのである。5.1 節にて Galileo 的理想化 (idealization) と抽象化 (abstraction) を区別する。そして、粗視化をより高いレベルの記述への抽象化として分類する。これに加えて、このレベルでの力学は自律的であることが望ましいという考えから、私は粗視化を正当化することができる。そして、5.2 節では、この抽象化と自律性の考え方をライフゲームで説明する。

5.1　抽象化と自律化

このように計算能力が飛躍的に向上しても、統計力学が「余計なもの」にならない理由は 2 つある。第一に、10^{23} 個の連立方程式を解くことが、どのような意味において気体の振る舞いの説明となるのかが不明である[16]。第二に、気体のような統計力学系は、「その挙動に完全に明確な規則性」を示す (Tolman[52], p. 2)。このような規則性は、基礎的な (あるいはそれ以下の) レベルでは、細部の泥沼の中に紛れ込んでしまうのである。この記述レベルの違いは、粗視化の場合に特に顕著で、より低レベルの Liouville 力学に移行することで、説明力を失うだけでなく、輸送係数や緩和時間を決定する非常に有用な方程式も失われてしまうのである。

このとき、科学的な記述を簡略化するためのさまざまな戦略を区別する必要がある。これは大きな話題であり、問題となっている理想化、抽象化、近似化という言葉は、著者によって解釈が異なる芸術用語であるが、ここでは、戦略を Galileo 的理想化または抽象化と大雑把に分類してみることにする。Galileo 的理想化は、摩擦のない平面や完全に合理的な経済主体の標準的な例からよく知られている 「意図的な歪み」(Frigg and Hartmann[17]) を導入する。このような理想化について考える一般的な方法は、摂動級数とのアナロジーである。対象システムの挙動は完全な級数で記述されるが、うまく理想化された記述は級数の第一項に近いものである。高次の項を追加することにより、理想化された記述がより正確になり、さらに、これらの項が実際に計算されていなくても、理想化が上手くいくことを説明できる (Batterman[2], p.17)。しばしば、問題をより扱いやすくするために Galileo 的理想化が用いられるが、理想的な世界では、理想化を取り除く (つまり、級数

影が本当にその仮定を満たすかどうかを詳細に実証しない、図式的なものが多いからである。そのような実証実験を行っていないので、自律的なダイナミクスの構築というよりも、そのプロジェクトに計測の不正確さが必要なのかどうかは未解決の問題である。

[16] 10^{23} 個の方程式の解は最良の説明ではないかもしれないが、それでも説明である、と主張する人もいるかもしれない。しかし、説明に関する膨大な議論の詳細は、この後の説明には必要ない。

のすべての項を加える) ことで、より正確な表現につながるだろう[17]。

それに対して、私は抽象化とは、ある情報を省略すること、あるいは捨てることだと考えている (Thomson-Jones[51]; Knox[23])。これは、文献上の広いカテゴリーに相当する。Weisberg ([57]) の最小モデリング、Cartwright の抽象化、Aristotelēs の理想化などである (Frigg and Hartmann[17])。このカテゴリーには「細部を捨て、剥ぎ取り、核となる因果関係だけを残す」ことが含まれる[18]。

したがって、粗視化は Galileo 的理想化ではないというのが私の主張である。もしそうであれば、それを含めることで粗視化された記述が改善されるような内容があるはずである。しかし、ZZW フレームワークでは、そうなっていない。実際、より完全な記述をするためには、どのような情報を追加する必要があるのか、私たちは正確に知っている。つまり、私たちが捨ててしまった無関係な自由度に関する情報である。しかし、もし ρ_{ir} を追加してしまうと、第 2 節で紹介した粗視化された有用な方程式がなくなってしまうのは明らかである。

その代わり、粗視化とは抽象化のことである。ρ_r は、$\hat{P}$ によって破棄された無関係な情報を省略している。例えば、典型的な Gibbs 系の場合、粗視化射影 $\hat{P}_{cg}$ の作用は、セル全体の確率のみが関係するため、粗視化セル間で確率がどのように変化するかを正確に省略することである。つまり「セルがどう満たされるかというよりも、セルがどれだけ満ちているか」である。ある射影では、与えられた同値類における密度をそのクラスの模範とする (Wallace[54], p.9)。そのような場合、密度が同値類に属するという事実だけが重要であり、どのクラスのメンバーであるかは関係がない。$\hat{P}_{\mu}$ の場合、粒子間の相関に関する情報は省略される[19]。

したがって、ρ_r は、ρ の歪んだ置き換えというよりもむしろ与えられた $\hat{P}$ によって暗黙的に定義されるこの高次の記述に関連する新しい変数であり、粗視化の理想化概念で ρ_r を解釈する方法である。生物学の記述が心理学の記述と対立する必要がないように、ρ_r はより高度な記述の一部を構成しているので、ρ と対立する必要はない。ρ_r は、誤った要素を含むことを「理想化」したものではなく、省略が真の因果関係を語ることを邪魔する必要はないためである (Lewis[27]; Strevens[50])。このように、粗視化は、より高いレベルの記述に抽象化することができるため、正当化される。これは、第 4 節のまったくもって私の回答案である。

$\hat{P}$ は、より高いレベルの記述に抽象化される。しかし、単に高いレベルに抽象化するだけでなく、このレベルで起こっていることを理論的に説明することが必要である。例えば、$\hat{P}_{cam}$ がケンブリッジに住む人々の位置と質量分布を、この集団の重心に対して粗視化したとする。個体の質量や位置に関する情報は捨て去られ、人口に対してより抽象的な記述になっている。しかし、ケンブリッジの人口の重心を議論しても、この重心がどのように動くかを知るには、すべての個体の動きを考え、再平均化するしかないのでは意味がないだろう。もし、下位レベルの情報を呼び出さなければ、上位レベルの記述について何も言えないのであれば、上位レベルの記述は役に立たない[20]。

しかし、上位の記述レベルで起こっていることを記述する際に下位の詳細を参照する必要がないというのは、まさに ZZW フレームワークにおける自律性の条件が捉えているものである。ダイナミクスが $f(\rho_r)$ で

[17] Weisberg([57], p. 642) の用語で言えば、「表現の理想」とは、理想化を取り除くことであろう。

[18] もちろん、それ以外の分類もある。例えば、McMullin ([31]) は、理想化のタイプを 6 つ挙げている。Norton([32]) は、近似と理想化について別の意味で論じている。注目すべきは、より細かい分類によって、異なる $\hat{P}$ 達が (部分的に) 分類されるかもしれないことである。しかし、ここで重要なのは、粗視化が Galileo 的理想化ではないことだ。

[19] もちろん、何らかの相関を加える (つまり、BBGKY 階層の第 3 層を加える) ことで、一粒子限界密度の発展を記述する自律方程式よりも経験的に成功した自律方程式が得られるかもしれない。実際、例えばそうすることで、Boltzmann 方程式の補正を行うことができる。しかし、もちろん、BBGKY 階層におけるすべての相関を追加したいとは思わない。そうすると、極限において、可逆的なダイナミクスに戻ってしまうからだ。そして実際、階層の 1 番目または 2 番目の方程式で切り捨てることが、BBGKY アプローチの重要な利点である。低階層だけを考慮すれば済むので便利である。

[20] List and Pivato ([29], p. 135) はさらに踏み込んでいる。彼らのフレームワークでは、下位レベルの言語は、定義上、上位レベルでは利用できない。

はなく $f(\rho_r, \rho_{ir})$ の形であった場合、自律的であることを思い出そう。つまり、関係する自由度のダイナミクスは ρ_{ir} に関数的な依存性を持たない。言い換えると、ρ_{ir} は ρ_r の時間発展にとって「変革者 (difference maker)」ではない (Woodward[59]; Strevens[50], 第 3 章)。ただし、自律性の概念には、異なる記述という考え方は含まれるが、階層性という考え方は含まれない。あるものが他のものより「高い」ものでなくても、異なる描写はあり得る (List and Pivato[29], p. 150, 脚注 41 を参照)。したがって、この正当化の「より高度な」側面は、$\hat{P}$ が無関係な細部を抽象化しているとみなすことから生じる。「関係する」自由度と「関係しない」自由度という用語は、非常に適切である。ダイナミクスが自律的でなければ、いわゆる「無関係」な細部は実際に関係することになるからである。

このように ZZW フレームワークからヒントを得ることで、特定の粗視化マップを選択する正当な理由が明らかになる。どんな粗視化マップでもプリマスター方程式を求めることができるが、すべての $\hat{P}$ が粗視化された不可逆的なダイナミクスを導くとは限らない。(第 2 節のステージ 3 の)2 つの条件を満たす系の粗視化のみが、自律的なダイナミクスを導くのである[21]。したがって、粗視化マップの選択は、C^+ ダイナミクスを成功させるかどうかで決定される。この基準では、物理学者が新しい有用な地図を発見するのに助けにならないということには同意する。成功した $\hat{P}$ のクラスは、特に統一されたようには見えないであろう。しかし、これは当然のことで、それぞれのケースで系の詳細を確認する必要がある。したがって、Uffink ([2010], p.195) が言うように、「正しい選択を見つけるのは『物理学者の技』であり、その技は一般原則と工夫の混合によって実際に成功するが、一般指針は提供できない」[22]。

まとめると、この代替的な正当化は、第 4 節の 2 つの正当化の問いに次のように答えている。

- 選択:特定のマップを選択することは、自律的なダイナミクスを見つけるという願望によって決定される。
- どんな点でも:マップ $\hat{P}$ を適用することで、より高いレベルの記述に抽象化される。

5.2 一つの例証: ライフゲーム

自律性と抽象性という重要な考え方は、コンウェイのライフゲームが鮮やかに物語っている。これは、複雑性科学や創発に関する文献の標準的な例である (例えば、Bedau and Humphreys[3], 第 8, 9, 11, 16, 17 章を参照のこと)。ライフゲームはセル・オートマトンであり、あるセルが「オン」であるか「オフ」であるかは、各時間ステップにおいて、隣接する 8 つのセルのうちいくつが「オン」であるかによって決まるという単純なルールによって動作する。動的なルールは極めて単純であるにもかかわらず、グリッドには豊富なパターンが展開される。これらの安定した形状は特徴的な動きをするため、鮮やかな名前が付けられている。グライダー銃 (glider gun) はグリッド上を移動するグライダーを生み出し、イーター (eater) は「侵入」した他の形状を破壊し、シュシュポッポ列車 (puffer train) はその跡に残骸を残してグリッド上を移動する、などである。ライフゲームの多様性は言葉では簡単に伝えることはできないが (ライフグリッドの時間発展を撮影したビデオをご覧いただくとよくわかる)、その複雑さの一端を知るために、ライフグリッドの中に万能チューリングマ

[21] 「ρ_{ir} に言及しない」という意味での自律性は、初期状態の仮定によって実現される。しかし、t に全く依存しないという意味での自律性については、Markov 近似を満たす必要がある。

[22] もちろん、個々のケースでは、選ばれた $\hat{P}$ によって 2 つの必要な仮定が満たされることを示すという、さらなる説明のプロジェクトが発生することになる。そして、このような特殊なケースでなぜ自律的なダイナミクスが可能なのか、つまり、なぜ我々の要求が満たされるのかについて、さらなる洞察を与えてくれるだろう。しかし、(選択肢に対する) 一般的な答えとしては、どんな $\hat{P}$ でも選ぶ根拠は、それが自律的なダイナミクスにつながるということだけである。

シンが構築されている (Poundstone[35], p. 213) ことを挙げておく。

ライフグリッドを議論する場合、より高いレベルの記述に抽象化し、上記のように、細胞の観点ではなく、「グライダー」と「ブリンカー」の集合体の観点で出来事を説明することができる。例えば、グライダーがグリッド上を $c/4$ の速度で移動するとする。ここで c は「光速」(「速度限界」という意味であり、この最大速度は単位時間あたり 1 セル) である。このグライダーの代替記述は「独自の言語を持っており、物理的なレベルで行う退屈な記述を明白な形で短縮している」(Dennett[14], p. 39)。このようにグライダーの動きを議論することで、予測的に成功する。さらに、これらの記述は自律的であることが多く、下位レベル、つまりセルレベルの詳細を参照し続ける必要はない[23]。しかし、もちろん理論的には、セルレベルでグリッドの進化を計算し、最後に、より高いレベル、例えばグライダーレベルの記述に抽象化することもできた。このように、ZZW フレームワークと同様に、後続時間についての予測には 2 つのルートがある (図 2 参照)。セルレベルの記述からグライダーレベルの記述に昇格する場合と、精視化の記述 (ρ) から粗視化の記述 (ρ_r) に昇格する場合のいずれにおいても、新しい驚くべき特徴が現れる[24]。グライダーレベルの描写のライフゲームでは、「動き」がある。セルレベルでは動きはない。統計力学でも同様である。粗視化された上位レベルの記述では、多くの機能が異なっている。粗視化された確率密度 ρ_r、C^+ ダイナミクス、粗視化されたエントロピー S_{cg} は、精視化されたもの達、つまり精視化分布、ミクロダイナミクス $U(t)$、精視化エントロピー S_{fg} と大きく異なっている。箱の中に N 個の粒子がある典型的なケースでは、2 つの記述は、力学が可逆か否か、特に Gibbs エントロピーがある期間内に増加するか否かについて、異なる答えを与える。

確かに、違いはある。統計力学の場合、「スナップショットで見える」ようなパターンはない。また、統計力学は確率密度の時間発展を記述しているため、ライフゲームの中の動物のような上位の記述には明確な存在論はない[25]。そのパターンは、特定の量、すなわち粗視化エントロピー S_{cg} の値が減少しないことである。これは、共時的なパターンではなく、動的なパターンである。さらに、ライフゲームの場合とは異なり、これは視覚的なパターンではない。しかし、より高いレベルの記述におけるパターンは、「視覚的パターンである必要はないが、**知的**パターンとも言えるかもしれない」、そしてそれは「正しい視点にぶつかるだけの幸運や賢さがあれば、そこに拾い上げることができる」(Dennett[14], p. 41)。

しかし、これは決してパターンとしての信頼性を損ねるものではない。上位レベルのパターンの 1 つの基準は予測の成功であり、不可逆過程に関連する粗視化されたエントロピーが増加することに賭けることは安全な賭けである。その結果、統計力学とライフゲームのどちらの場合も、「それらの非常にミクロな相互作用の中にマクロなパターンが走っている」(O'Connor and Wong[33], 第 1.4 節) のである。

まつめると、粗視化、すなわち抽象化の重要な帰結は、無関係な細部に隠れていた自律的な力学的パターン、すなわち構造的特徴を明らかにすることである。このような代替的な正当化の根拠を得たことで、私は、第 6 節で幻想的な反論に、第 7 節で人間中心的な反論に、それぞれ答えることができるようになる。

23 これは、微分方程式が存在しないので、文字通りではないものの、統計力学の場合の自律性に似ている。

24 もちろん、どちらの場合も、これらの特徴を見つけるには、より高いレベルの変数をどのように定義するか、つまり、どのように抽象化するかによって敏感に変化する。(Knox[23], p. 45 を参照。)

25 また、ライフは別の点でも異なっていることに注意すること。ライフのパターンはノイズに弱く、「ゴミ」は簡単に動物達を破壊してしまう。

6　幻想への返答

非対称性が幻想であるという結論を出すには、2 つの前提条件が必要だったことを思い出してほしい。錯覚に異議を唱える人の P1 によれば、粗視化は正しい密度を歪める。さらに、粗視化された非対称性は、C^+ ダイナミクスにおいて δt ごとに粗視化が繰り返されることによってのみ存在する (P2)。このように、非対称性は粗視化という不誠実さに根ざしているため、幻想的なものとなってしまう。

幻想の即答は、確かに — 統計力学の不可逆方程式は経験的に適切である。もし、非対称性が幻想であったなら、このような成功は期待できない。このようにすると、幻想の背後にある力はほとんどなくなるが、幻想に異議を唱える人は、経験的妥当性という我々の前提を否定するかもしれない。いずれにせよ、本節では P2 が誤りであることを論証し、これによって幻想が否定される。さらに、第 5 節の考察により、P1 も誤りであることが明らかになった。

P2 とは逆に、非対称性は単に粗視化し続けることで生じるのではなく、前方互換性の条件が満たされれば、$\hat{P}$ の適用回数に対して非対称性は強固であることがわかる。たとえ C^+ ダイナミクスを無視しても、ミクロダイナミクスの下で ρ を時間発展させ、t_n で ρ_r まで射影すれば、特定の時間 t_1 と t_n で ρ_r を決定することができる。これをルート 1 と呼ぶ（3.1 節の前方互換性図としたものを図 3 として示す)。ルート 1 の場合、やはり粗視化された変数 ρ_r は、$S(\rho_r(t_0)) \leq S(\rho_r(t_1)) \leq S(\rho_r(t_2))$ のように未来に向かってエントロピーが増大することがわかる。そのため、C^+ ダイナミクスを使わなくても、ρ_r に非対称なパターンが見つかる。したがって、この非対称性は C^+ ダイナミクスの粗視化を繰り返したことだけが原因ではないため、P2 は誤りである。

$$\begin{tikzcd}
\rho_r(t_0) & \rho_r(t_1) & & & \rho_r(t_n) \\
\rho(t_0) \arrow[u, "\hat{P}"'] \arrow[r, "U(t)"] & \rho(t_1) \arrow[u, "\hat{P}"'] \arrow[r, "U(t)"] & \rho(t_2)\ldots & {} \arrow[r, "U(t)"] & \rho(t_n) \arrow[u, "\hat{P}"']
\end{tikzcd}$$

図 3　ルート 1:任意の時刻における粗視化分布 ρ_r を求めるには、この時刻までミクロダイナミクス $U(t)$ の下で完全分布を時間発展させ、粗視化マップ $\hat{P}$ を適用する。

$$\rho_r(t_0) \xrightarrow{C^+(t)} \rho_r(t_1) \xrightarrow{C^+(t)} \ldots \qquad\qquad \xrightarrow{C^+(t)} \rho_r(t_n)$$

図 4　ルート 2：任意の時間における粗視化分布 ρ_r を求めるために、その時間まで ρ_r を C^+ ダイナミクスで時間発展させる。C^+ ダイナミクスは、Δt の間 U を適用し、$\hat{P}$ を適用し、Δt の間 U を適用する... という構成であり、Δt は $t_1 - t_0$ よりはるかに小さいことを思い出そう。

P1 は、$\hat{P}$ の作用は、正しい密度を意図的に歪めることだと主張する。つまり、粗視化とは Galileo 的理想化なのである。このような考え方では、ρ_r と ρ はそれぞれ第 1 項と全数列に類似するものである。幻想によれば、これらの高次の項を無視することが非対称性の原因であるという。しかし、第 5 節では、粗視化が Galileo 的理想化ではなく、抽象化であることを明らかにした。ρ_r は歪んだ置き換えではなく、より高度な記述に必

要な新しい変数である。したがって、P1 は誤りである。

しかし、結局のところ、P2 の虚偽性が幻想を反証する鍵になる。前方互換条件は、無関係な自由度が関連する自由度の時間発展に影響を与えないため、重要ではない、つまり、それらは違いを生み出すものではない。そのため、粗視化された非対称性は、たとえ粗視化が Galileo 的理想化であったとしても、強固なものとなるのである。

7 人間中心主義への返答

人間中心的な反論は、セルの大きさを決める法則はないため、どの $\hat{P}$ を選ぶかは私たちの自由であり、したがって S_{cg} のような粗視化の量は人間中心的である、というものである。統計力学が他の物理学とは異なる理論であることを示すことが、懸念されたのである。

しかし、私が提案する別の正当化 (5.1 節) は、粗視化マップの選択は、我々の限られた能力ではなく、自律的なダイナミクスをうまく引き出せるかどうかにかかっていると主張するものである。したがって、どの $\hat{P}$ を選ぶか (その結果、得られる方程式や S_{cg} が人間中心主義に「汚染」される) という選択があるわけではない。むしろ、ρ_r と ρ_{ir} が動的に切り離され、「拾うためにそこにある」パターンを明らかにする視点、つまり $\hat{P}$ に「幸運にも、あるいは如才なく」ヒットするかどうかの問題である (Dennett[14], p.41)。(他の科学的事業とは異なる形で) 私たちの認知に依存させるような選択には自由がない。$\hat{P}$ の特定の選択に対してのみ、自律的なダイナミクスが存在する。つまり、選択は「ちょうどよい」必要がある (Uffink[53], p.195)。そして、この状況は特別なことではない。物理学における無数の手、特に優れた変数の無数の定義のように、この使用はその成功によって正当化される。ここでいう「成功」とは、自律的なダイナミクスが見出されることを意味する。

したがって、粗視化された特徴は、他の物理量と異なって人間中心である必要はなく、この点では統計力学は他の科学理論と同じ地位にある。したがって、粗視化しても、特定の人間中心主義 (これは、統計力学を科学的実在論と相容れないものにすると懸念されたかもしれない) にはならないのである。

しかし、第 5 節で述べたように、異なるレベルの記述は異なる目的に対して有用であり、何が有用と判断されるかは、人間の興味と相対する場合がある。ここで、私たちの測定能力と不正確さが関係してくるのは確かである。もし、私たちが Maxwell の悪魔のような大きさで、気体分子を操る能力を備えていたら、熱力学の第二法則の違反が期待されるかもしれない。彼らのミクロな視点からは、第二法則は自然界に存在する明らかな規則性のように見えないかもしれない。

加えて、どのようなパターンを発見できるかは、人間の限られた能力、つまり「正しい視点に立てるかどうか」にかかっているかもしれない。例えば、ケンブリッジの人口の重心の動きには規則性があるかもしれないが、私たちの認知能力ではそのパターンを拾い上げることができないかもしれない。どの変数が有用かは、どの変数にアクセスできるか、つまり、測定や操作が可能かどうかにかかっている。このように、私たちの測定能力は、科学的理論の構築と確認に明確に影響する。しかし、重要なことは、我々の測定限界の詳細は、統計力学における粗視化を正当化するために必要ないということである。

以上の考察は、一般的な人間中心主義の可能性を浮き彫りにしている。私たちの科学理論は、私たちの認知能力や実用的な利害と、取り返しのつかないほど密接に結びついているのかもしれない。しかし、これは先の人間中心的な反論の返しではなく、粗視化された特徴は他の想定される物理量とは異なる形で人間中心的であるという具体的なものであった。粗視化というのは、統計力学を主観的なものとして、他の理論と区別する必要がないことを示すものである。しかし、この結論は人間中心主義の要素を含む一般的な科学理論と両立するものである。

8　より広い展望: 結びの言葉

第 4 節で、粗視化に関する懸念の一つとして、粗視化された非対称性が「本物」であるかどうかということが挙げられた。Davies はこのことを「哲学の問題」だと主張したが、実際、8.1 節でその理由を説明している。簡単に言えば、非対称性が本当かどうかは、理論間の関係に対する見方によって決まるのである。そして、8.2 節では、私の提案する正当化が統計力学における不可逆性の性質について何を明らかにするのかを考察する。

8.1　理論間の関係

ZZW フレームワークは、ある程度、理論間の関係のケーススタディを提供する。統計力学は、古典力学または量子力学のいずれとも異なる、より高いレベルの理論である。理論間の関係に関する広範な文献では、異なるレベル間の接続の性質が一つの重要な問題になっている。例えば、生物学と心理学は、一般性の異なるレベルで作用する不統一な記述であり、「実践において還元可能」ではないことに加え、原理において還元可能ではない可能性さえある (Bedau and Humphreys[3], p.215)。つまり、心理学的な記述レベルと生物学的な記述レベルの間に不統一が存在する可能性がある。例えば、Cartwright([10]) は、このような科学的事業のパッチワーク的な見方を提唱している。

還元に関する哲学的な説明によって、この概念に対する要件はさまざまであり、より厳しいものもある。(例えば、還元によって呼び出される橋渡し法則は、下位の理論が上位の理論を説明することを保証するものでなければならないかどうかという議論がある。) 私は、どのような還元についての説明も関係なく、これは還元を実践しているケースだと考えているので、還元についての様々な説明の詳細は置いておくことにする。結局、ZZW フレームワークは、ある理論 (統計力学) の方程式を別の理論 (古典力学や量子力学) から構築することを可能にしているのである。

しかし、理論間の関係については、さらに、現実主義か道具主義か、上位の存在に対してどのような態度をとるべきかという問題がある。したがって、Davies が言うように、粗視化された非対称性が「本物」であると信じるかどうかは哲学の問題であり、特殊科学における高次の存在に対する事前の哲学的信念に依存するのである。

さらに、このような哲学的信念は、非対称性の本質についての見解にも一般的な影響を与える可能性がある。もし測定の不正確さの正当化が粗視化の最善の正当化であったならば、粗視化された非対称性は、不可避的に主観的あるいは人間中心的であることが明らかにされたであろう。

(第 6 節と第 7 節で) 非対称性が人間中心的であると考えざるを得ないわけではないことを、理論間関係における一般的なテーマから立証できたと思っているが、それでも、実際には人間中心的であると結論づけたいと思うかも知れない。

例えば、より高次の理論に関する道具主義者は、これらの記述の道具的価値は、人間の測定能力や認知能力と密接に関係しており、したがって、すべての高次の存在は人間中心的であると主張するかもしれない。本稿の重要なメッセージは、(第 7 節で見たとおり) その議論のために、粗視化の正当性が他の科学的理論により統計力学を採点する必要はない、ということである。

次に、粗視化された非対称性の性質について、その創発性という哲学的な問題を最後に議論する。

8.2　不可逆性の性質

最後に、不可逆性についてである。この議論の箔付けとして、(Sklar[49], p.217) の一節を選ぶ。本稿で概説したような戦略で、ミクロプロセスの時間対称性とマクロプロセスの非対称性を本当に調和させることができるのか、という一般的疑問をうまく表現している。「運動方程式を導くための手続きと平衡へのアプローチは本当に**基本的に**時間非対称の結果を生み出すのか」(強調を追加した)。

しかし、Sklar のフレーズに反して、ZZW の構成法は基本的な時間非対称性を発生させない。粗視化された非対称性は、より高次の記述の特徴である。上位の記述は下位の記述と (矛盾を生じさせずに) 大きく異なる特徴を持つことができる。これらの機能はしばしば「創発的 (emergent)」と表現される。

「創発 (emergence)」は濁った言葉であり、様々な使われ方をしている (調査としては、Silberstein[48] を参照)。ごく大雑把に言えば、創発的な実体やプロセスは、より基本的な実体やプロセスから「発生」し、なおかつそれ自体 (in their own right) が「特色のある」性質を持つ。何が「特色のある」性質であるかは議論の分かれるところであるが、過去の論文では「新規性」(Butterfield[6], p. 1065)、「意外性」(Chalmers[11], p. 244) などが提案されている[26]。さらに、「それ自体 (in their own right)」といったフレーズをどのように本質的に読まなければならないかも、著者によって異なる。ある者は創発を還元の失敗だと主張し、ある者（例えば、Butterfield[6]）はこれを否定している。

グライダーやブリンカーなどのライフゲームのパターンは、ある種の創発的特性を持ち、ある種の創発的プロセスの下で時間発展する創発的実体の重要な例としてしばしば引用される (Bedau and Humphreys[3])。

私が「創発」を使う意味は穏やかで、単に「ある比較対象に関して斬新で強固な振る舞い」があるということである (Butterfield [6], p. 1065)。(Butterfield の説明はこの場合に特に適している。なぜなら、彼は自分の定義が (Nagel 的な) 理論間還元と両立することを示し、上述したように、ZZW の構成は還元のケースであるからである。)

もちろん、前述したように、創発の説明には、好みのものがたくさんある。ここで適切と思われる別の説明として、Wilson の説明（[58]）がある。彼女の鍵となる考え方は、一部の自由度を排除すると、ある現象は「物理現象から弱く存在論的に創発される」([58], p.280)、というものである。

なお、ある一連の自由度の機能依存性を排除することは、まさに ZZW フレームワークの自律性条件であった。さらに、彼女の説明は、抽象化の一般的な話題や、(List and Pivato[29] が精緻化したような) 記述のレベルの話とよく合う。しかし、Wilson の焦点は弱い創発的な実体であり、5.2 節の終わりで述べたように、ライフゲームとの異なっていることの一つは、我々の場合、創発的な実体の候補が何であるかが不明であることである。しかも、Wilson の目的は、非還元的物理主義を擁護することであり、これには異論がある。したがって、ここでは Wilson の説明をこれ以上追及しない。その代わり、Butterfield の説明の大まかな要旨は、「創発現象」の説明のすべてに共通する主要な直観を捉えていることを提唱する。なぜなら、創発の推定上の事例は、**誠実な** *(bona fide)* 現象として数えるには浅薄であってはならず、「創発」の名を得るには斬新さが必要だからである。

したがって、上記の Sklar の懸念に対する私の回答は、次のようなものである。これらの方法が生み出す不

[26] これらの例はいずれも「弱い創発」(科学者や物理学の哲学者に人気のある「創発」という言葉の使い方) の定義であり、哲学者の「強い創発」とは対照的で、論理的に強い概念である。弱い創発と強い創発の区別が何であるかについては著者によって異なるが、この強い意味は、下位レベルの創発現象の還元性や付随性 (supervenience) の欠如を意味するという考え方である。弱/強の区別の詳細については、（Chalmers[11]）を参照のこと。

可逆性は、基本的なものではなく、創発的なものである。自律的なダイナミクスをもたらす $\hat{P}$ を適用して、精視化の記述レベルから粗視化の記述レベルへ抽象化すると、不可逆性が出現する。

最後に、粗視化された非対称性が弱い創発であるというこの穏やかな結論は、「歯が立たない」わけではないことに注意してほしい。これは、「不可逆性は、すべてのレベルにおいて真であるか、あるいは何もないかのいずれかである。それは、あるレベルから別のレベルに行く際に、あたかも無から出現することはできない」と主張する Prigogine と Stengers([39]、p. 285) とは正反対のものである。下位のダイナミクスは可逆的であるが、上位の記述レベルの粗視化されたダイナミクスは不可逆的である。確かに、この創発的な不可逆性は「無から生じたかのように」発生するわけではない。時間非対称の仮定は、第 2 節で C^+ ダイナミクスを構築する際 (および C^- ダイナミクスを除外する際) に必要であった。しかし、これは予想されることであり、もし非対称性が投入されなければ、非対称性は期待できないのである[27]。

まとめると ZZW フレームワークは、基礎となる可逆的なミクロダイナミクスから非可逆的な統計力学の方程式を構築し、高次の非対称性と低次の対称性を調和させる。この調和の鍵でありながら、多くの人が怪しいと思っていた粗視化という手続きは、粗視化によってより高次の自律的記述に抽象化できること (ライフゲームに例えられるような方法) を条件に正当化される。私は粗視化の正当性を使って、粗視化された非対称性は幻想でも人間中心でもなく、むしろ弱い創発であることを示した。

謝辞

Jeremy Butterfield 氏と 2 名の匿名のレフェリーからコメントをいただき、大変感謝している。また、BSPS、オックスフォード、ミュンヘンでの聴衆に感謝したい。財政的支援を受けた Arts and Humanities Research Council に感謝する。この研究は、欧州連合 (EU) の研究革新プログラム「Horizon 2020」(助成契約番号：757295) の下、欧州研究会議 (ERC) から資金提供を受けたプロジェクト「A Framework for Metaphysical Explanation in Physics」(FraMEPhys) の一部を構成している。

参考文献

[1] Albert, D. Z. 2000: *Time and Chance*, Cambridge, MA: Harvard University Press.

[2] Batterman, R. W. 2010:‘On the Explanatory Role of Mathematics in Empirical Science’, *British Journal for the Philosophy of Science*, **61**, pp. 1–15.

[3] Bedau, M. A. and Humphreys, P. E. 2008: *Emergence: Contemporary Readings in Philosophy and Science*, Cambridge, MA: MIT Press.

[27] 時間非対称は基本的なものではなく、(前述したように)「手で入れた」ものなので、この見通しは時間非対称の源を突き止めようとする人たちを満足させるものではないであろう。この見通しは、その問いに答える範囲で、非対称性が特定の初期条件によって生じることを主張している (初期状態仮説)。特に過去仮説を纏った場合 (Callender[9]; Price[37] 参照)、そのような初期制約が「機械的世界観」(Sklar[49], p. 368) から**取ってつけたような** (ad hoc) または不自然に見えるため、そのような初期条件の説明を求める人もいる。さらに、そのような初期状態が法則なのか「事実上 (デファクト) の」条件なのかという議論もある (Reichenbach[41]; Grünbaum[19]; Sklar[49], p.370)。Krylov([24]) のように、不可逆性を説明する上で、このような初期条件の重要な地位に不満を持つ者もいる。しかし、非対称性の創発的性質に関する私の結論は、どのような説明の見通しが実り多いものになるかを見出すのに役立つと信じる。特に、私の結論は、必要とされる初期条件が特に自然なものでもなく、統一されたクラスを形成するものでもない、という心配を和らげるものである。このような高次のパターンは弱い創発であるため、低次の機械的な視点からは予想外のものである。このように、統計力学の方程式の構築において、下位のレベルで要求される動きが不自然に見えることがあるが、そうでなければ上位のパターンが予想されるのである。

[4] Bergmann, P. G. and Lebowitz, J. L. 1955: 'New Approach to Nonequilibrium Processes', *Physical Review*, **99**, p. 578.

[5] Blatt, J. 1959: 'An Alternative Approach to the Ergodic Problem', *Progress of Theoretical Physics*, **22**, pp. 745–56.

[6] Butterfield, J. 2011: 'Less Is Different: Emergence and Reduction Reconciled, *Foundations of Physics*, **41**, pp. 1065–135.

[7] Butterfield, J. 2012: 'Laws, Causation, and Dynamics at Different Levels', *Interface Focus*, **2**, pp. 101–14.

[8] Callender, C. 1999: 'Reducing Thermodynamics to Statistical Mechanics: The Case of Entropy', *The Journal of Philosophy*, **96**, pp. 348–73.

[9] Callender, C. 2004: 'There Is No Puzzle about the Low Entropy Past', in C. Hitchcock (*ed.*), *Contemporary Debates in Philosophy of Science*, Oxford: Wiley-Blackwell.

[10] Cartwright, N. 1999: *The Dappled World: A Study of the Boundaries of Science*, Cambridge: Cambridge University Press.

[11] Chalmers, D. J. 2006: 'Strong and Weak Emergence', in P. Clayton and P. Davies (*eds*), *The Re-Emergence of Emergence*, Oxford: Oxford University Press, pp. 244–56.

[12] Davies, P. C. W. 1977: *The Physics of Time Asymmetry*, Berkeley, CA: University of California Press.

[13] Denbigh, K. and Denbigh, J. 1985: *Entropy in Relation to Incomplete Knowledge*, Cambridge: Cambridge University Press.

[14] Dennett, D. C. 1991: 'Real Patterns', *The Journal of Philosophy*, **88**, pp. 27–51.

[15] Earman, J. 2006: 'The Past Hypothesis: Not Even False', *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, **37**, pp. 399–430.

[16] Frigg, R. 2010: 'A Field Guide to Recent Work on the Ffoundations of Statistical Mechanics', in D. Rickles (*ed.*), *The Ashgate Companion to Contemporary Philosophy of Physics*, Aldershot: Ashgate.

[17] Frigg, R. and Hartmann, S. 2006: 'Models in Science', in E. N. Zalta (*ed.*), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, available at <plato.stanford.edu/archives/spr2006/entries/models-science/>.

[18] Gibbs, J. W. 1903: *Elementary Principles in Statistical Mechanics*, New York: Dover.

[19] Grünbaum, A. 1973: 'Is the Coarse-Grained Entropy of Classical Statistical Mechanics an Anthropomorphism?', in his *Philosophical Problems of Space and Time*, Boston: Springer, pp. 646–65.

[20] Hahn, E. L. 1950: 'Spin Echoes', *Physical Review*, **80**, p. 580–94.

[21] Huang, K. 1987: *Statistical Mechanics*, New York: Wiley.

[22] Jaynes, E. T. 1965: 'Gibbs vs Boltzmann Entropies', *American Journal of Physics*, **33**, pp. 391–8.

[23] Knox, E. 2016: 'Abstraction and Its Limits: Finding Space for Novel Explanation', *Noûs*, **50**, pp. 41–60.

[24] Krylov, N. 1979: *Works on the Foundations of Statistical Physics*, Princeton, NJ: Princeton University Press.

[25] Landsberg, P. 1990: *Thermodynamics and Statistical Mechanics*, New York: Dover.

[26] Lavis, D. 2004: 'The Spin-Echo System Reconsidered', *Foundations of Physics*, **34**, pp. 669–88.

[27] Lewis, D. 1986: 'Causal Explanation', in his *Philosophical Papers*, Volume 2, Oxford: Oxford University Press, pp. 214–40.

[28] List, C. : 'Levels: Descriptive, Explanatory, and Ontological', *Noûs*, available at ¡doi.org/10.1111/nous.12241¿.

[29] List, C. and Pivato, M. 2015: 'Emergent Chance', *Philosophical Review*, **124**, pp. 119–52.

[30] Liu, C. and Emch, G. 2002: *The Logic of Thermo-Statistical Physics*, Heidelberg: Springer.

[31] McMullin, E. 1985: 'Galilean Idealization', *Studies in History and Philosophy of Science* Part A, **16**, pp. 247–73.

[32] Norton, J. D. 2012: 'Approximation and Idealization: Why the Difference Matters', *Philosophy of Science*, **79**, pp. 207–32.

[33] O'Connor, T. and Wong, H. Y. 2015: 'Emergent Properties', in E. N. Zalta. (*ed.*), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, available at <plato.stanford.edu/archives/sum2015/entries/properties-emergent/>.

[34] Penrose, O. 1979: 'Foundations of Statistical Mechanics', *Reports on Progress in Physics*, **42**, pp. 1937–2006.

[35] Poundstone, W. 2013: *The Recursive Universe: Cosmic Complexity and the Limits of Scientific Knowledge*, Mineola, NY: Dover Publications.

[36] Price, H. 1996: *Time's Arrow and Archimedes' Point: New Directions for the Physics of Time*, Oxford: Oxford University Press.

[37] Price, H. 2004: 'On the Origins of the Arrow of Time: Why There Is Still a Puzzle about the Low-Entropy Past', in C. Hitchcock (*ed.*), *Contemporary Debates in Philosophy of Science*, Oxford: Wiley-Blackwell, pp. 219–39.

[38] Prigogine, I. 1980: *From Being to Becoming: Time and Complexity in the Physical Sciences*, San Francisco, CA: W. H. Freeman.

[39] Prigogine, I. and Stengers, I. 1984: *Order out of Chaos: Man's New Dialogue with Nature*, London: Flamingo.

[40] Redhead, M. 1996: *From Physics to Metaphysics*, Cambridge: Cambridge University Press.

[41] Reichenbach, H. 1991: *The Direction of Time*, Berkeley, CA: University of California Press.

[42] Reif, F. 2009: *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics*, London: McGraw Hill.

[43] Ridderbos, K. 2002: 'The Coarse-Graining Approach to Statistical Mechanics: How Blissful Is Our Ignorance?', *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, **33**, pp. 65–77.

[44] Ridderbos, T. and Redhead, M. 1998: 'The Spin-Echo Experiments and the Second Law of Thermodynamics', *Foundations of Physics*, **28**, pp. 1237–70.

[45] Roberts, B. W. 2013: 'When We Do (and Do Not) Have a Classical Arrow of Time', *Philosophy of Science*, **80**, pp. 1112–24.

[46] Roberts, B. W. 2017: 'Three Myths about Time Reversal in Quantum Theory, *Philosophy of Science*, **84**, pp. 315–34.

[47] Robinson, J. C. 2004: *An Introduction to Ordinary Differential Equations*, Cambridge: Cambridge University Press.

[48] Silberstein, M. 2002: 'Reduction, Emergence, and Explanation', in P. Machamer and M. Silberstein

(*eds*), *The Blackwell Guide to the Philosophy of Science*, Oxford: Blackwell, pp. 80–107.

[49] Sklar, L. 1993: *Physics and Chance: Philosophical Issues in the Foundations of Statistical Mechanics*, Cambridge: Cambridge University Press.

[50] Strevens, M. 2008: *Depth: An Account of Scientific Explanation*, Cambridge, MA: Harvard University Press.

[51] Thomson-Jones, M. 2005: 'Idealization and Abstraction: A Framework', in M. Jones and N. Cartwright (*eds*), *Correcting the Model: Idealization and Abstraction in the Sciences*, Amsterdam: Rodopi.

[52] Tolman, R. C. 1938: *The Principles of Statistical Mechanics*, Oxford: Oxford University Press.

[53] Uffink, J. 2010: 'Irreversibility in Stochastic Dynamics', in A. H. Gerhard Ernst (*ed.*), *Time, Chance, and Reduction: Philosophical Aspects of Statistical Mechanics*, Cambridge: Cambridge University Press, pp. 180–207.

[54] Wallace, D. 'The Logic of the Past Hypothesis', available at <philsci-archive.pitt.edu/8894/>.

[55] Wallace, D. 2012: 'The Arrow of Time in Physics', in A. Bardon and H. Dyke (*eds*), *A Companion to the Philosophy of Time*, Chichester: Wiley-Blackwell.

[56] Wallace, D. 2015: 'The Quantitative Content of Statistical Mechanics',*Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, **52**, pp. 285–93.

[57] Weisberg, M. 2007: 'Three Kinds of Idealization', *The Journal of Philosophy*, **104**, pp. 639–59.

[58] Wilson, J. 2010: 'Non-Reductive Physicalism and Degrees of Freedom', *British Journal for the Philosophy of Science*, **61**, pp. 279–311.

[59] Woodward, J. 2005: *Making Things Happen: A Theory of Causal Explanation*, Oxford: Oxford University Press.

[60] Zeh, H. D. 2007: *The Physical Basis of the Direction of Time*, Berlin: Springer.

[61] Zwanzig, R. 1960: 'Ensemble Method in the Theory of Irreversibility', *The Journal of Chemical Physics*, **33**, pp. 1338–41.

[62] Zwanzig, R. 1961: 'Statistical Mechanics of Irreversibility', in W. E. Brittin, B. W. Downs and J. Downs (*eds*), *Lectures in Theoretical Physics*, Volume 3, New York: Interscience, pp. 106–41.