

## Лабораторна робота 2

Побудова матриці бінарного відношення

Варіант 13

1. Чи є вірною рівність  $(A \times B) \cup (C \times D) = (A \cup C) \times (B \cup D)$  ?

Розв'язання

Для доведення невірності рівності наведемо контрприклад. Розглянемо наступні множини:

$$A = \{1\} \quad B = \{2\} \quad C = \{3\} \quad D = \{4\}$$

Обчислимо декартові добутки та об'єднання:

$$A \times B = \{(1, 2)\} \quad C \times D = \{(3, 4)\} \quad (A \times B) \cup (C \times D) = \{(1, 2), (3, 4)\}$$

Тепер обчислимо об'єднання множин  $A, B, C$  та  $D$ :

$$A \cup C = \{1, 3\} \quad B \cup D = \{2, 4\}$$

Та декартовий добуток  $(A \cup C) \times (B \cup D)$ :

$$(A \cup C) \times (B \cup D) = \{(1, 2), (1, 4), (3, 2), (3, 4)\}$$

Як видно з результатів,  $(A \times B) \cup (C \times D) \neq (A \cup C) \times (B \cup D)$ , оскільки:

$$\{(1, 2), (3, 4)\} \neq \{(1, 2), (1, 4), (3, 2), (3, 4)\}$$

Отже, рівність  $(A \times B) \cup (C \times D) = (A \cup C) \times (B \cup D)$  не є вірною.

2. Знайти матрицю відношення  $R \subset M \times 2^M$ :

$$R = \{(x, y) \mid x \in M \ \& \ x \in y \ \& \ y \subset M \ \& \ |y| > x \},$$

де  $M = \{x \mid x \in Z \ \& \ |x| \leq 1\}$ ,  $Z$  - множина цілих чисел.

Розв'язання

$$|x| \leq 1$$

$$-1 \leq x \leq 1$$

$M = \{-1, 0, 1\}$  – множина  $M$  у явному вигляді

Визначимо булеан множини  $M$  у явному вигляді:

$$2^M = \{ \emptyset; \{-1\}; \{0\}; \{1\}; \{-1, 0\}; \{0, 1\}; \{-1, 1\}; \{-1, 0, 1\} \}$$

					ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА.21.125.10.000 – Лр.1		
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата			
Розроб.		Хробуст Антон			Звіт з лабораторної роботи №1	Літ.	Арк.
Перевір.		Шелуха О.О					1
Реценз.						ФІКТ, гр. КБ-2	
Н. Контр.							
Зав.каф.							

Знайдемо матрицю заданого відношення, враховуючи, що  $|\{-1\}| = 1$ ,  $|\{0\}| = 1$ ,  
 $|\{0\}| = 1$ ,  $|\{-1, 0\}| = 2$ ,  $|\{-1\}| = 1$ ,  $|\{-1, 0, 1\}| = 3$

x/y	$\emptyset$	$\{-1\}$	$\{0\}$	$\{1\}$	$\{-1, 0\}$	$\{0, 1\}$	$\{-1, 1\}$	$\{-1, 0, 1\}$
-1	0	1	0	0	1	0	1	1
0	0	0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1

### 3. Зобразити відношення графічно:

$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \ \& \ (x - y)^2 = 9\}$ , де  $R$  - множина дійсних чисел.

Розв'язання

$$(x - y)^2 = 9$$

$$x - y = \pm 3$$

$$x - y = 3 \text{ або } x - y = -3$$

$$y_1 = x - 3 \quad y_2 = x + 3$$

Маємо дві лінійні функції, графіки прямі з однаковими кутовими коефіцієнтами:

$k_1 = k_2 = 1$ , отже прямі паралельні:

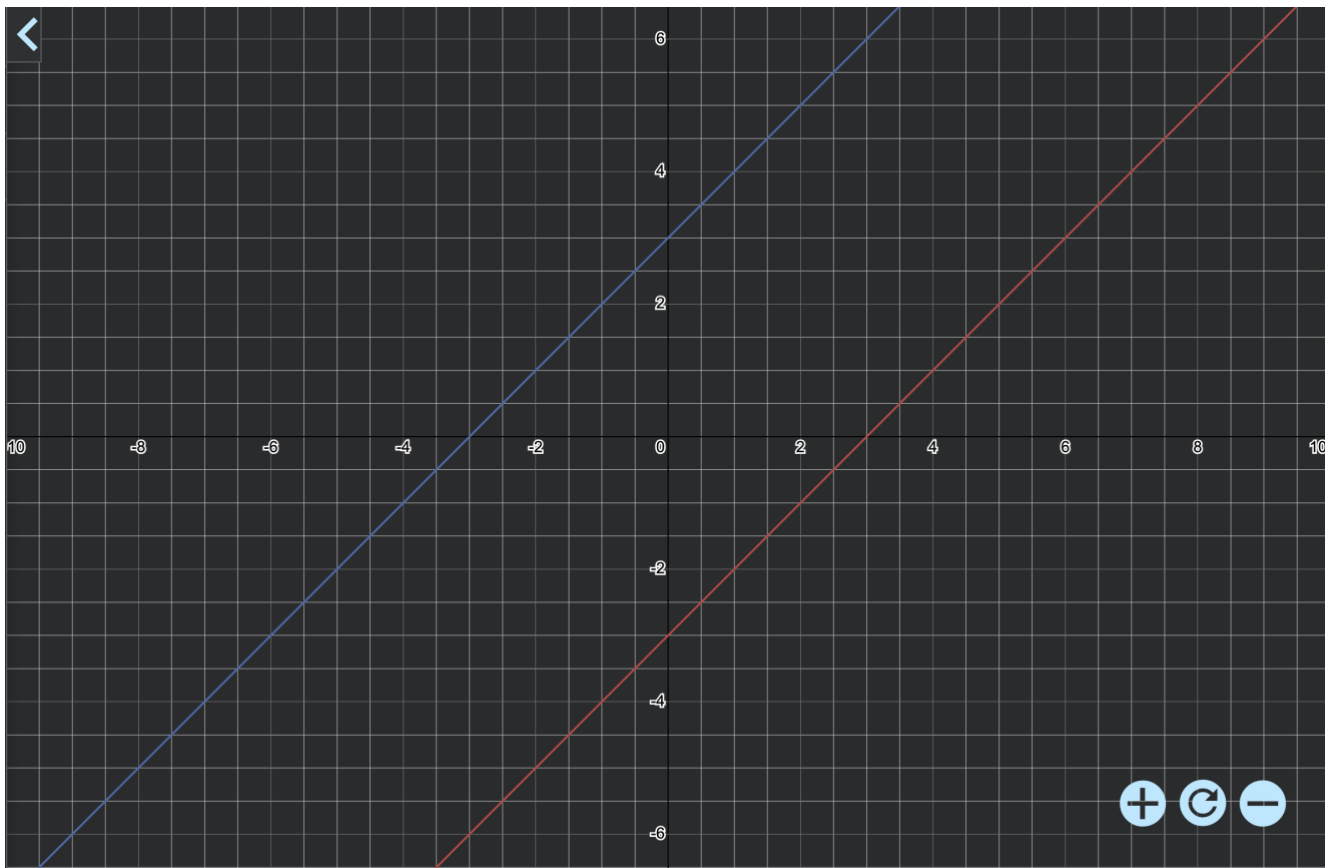
$$y_1 = x - 3$$

x	0	1
y	-3	-2

$$y_2 = x + 3$$

x	0	1
y	3	4

Графік:



4. Навести приклад бінарного відношення  $R \subset A \times A$ , де  $A = \{a, b, c, d, e\}$ , яке є нерефлексивне, симетричне, транзитивне, та побудувати його матрицю.

$A(R) =$

	a	b	c	d	e
a	1	0	1	0	1
b	0	1	0	1	0
c	1	0	1	0	1
d	0	1	0	0	0
e	1	0	1	0	1

Числа виділені червоним – головна діагональ

Це бінарне відношення є:

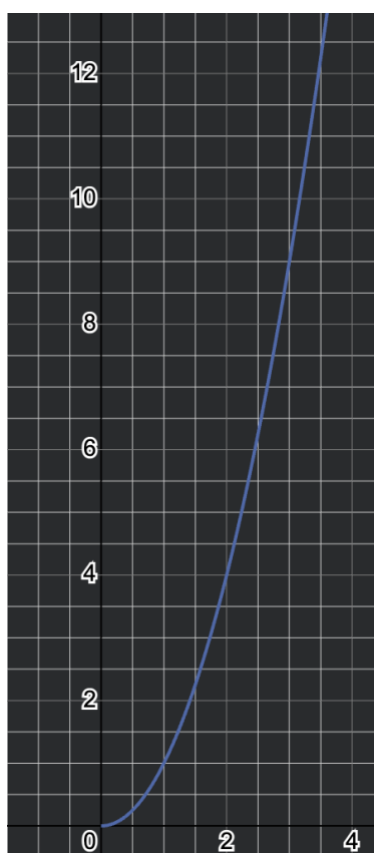
		Хробуст Антон			ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА.20.125.10.000 – Лр.1	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		3

- 1) Нереклексивним, бо не всі елементи на головній діагоналі присутні (є один нуль)
- 2) Симетричне (всі "1" симетричні відносно головної діагоналі)
- 3) Транзитивне: для довільного елемента  $M_{xy}$  і  $M_{yz}$  існує елемент  $M_{xz}$  (елемент - це "1")

**5. Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення є: а) функціональним; б) бієктивним:**

$$\alpha = \{(x, y) \mid (x, y) \in R^2 \text{ \& } y = (\sqrt{x})^4\}.$$

Розв'язання



а) дане відношення буде функціональним на множині  $x \geq 0$

б) перевіримо на бієктивність на цій множині:

1. ін'єктивність виконується, тому що для різних аргументів функція приймає різні значення, вона зростає на даній множині:

$\forall x_1, x_2 \in X$ , якщо  $x_1 \neq x_2$ , то  $f(x_1) \neq f(x_2)$

2. функція є сюр'єктивною, тому що для  $\forall y \in Y \quad \exists x \in X$ , що  $y = f(x)$

		Хробуст Антон			ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА.20.125.10.000 – Лр.1	Арк.
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		4

Висновок: функція є сюр'єктивною та ін'єктивною на множині  $x \geq 0$ , а отже є і бієктивною

		Хробуст Антон			ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА.20.125.10.000 – Лр.1	Арк.
						5
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		