Лабораторная работа №4
Вариант №70

Выполнила Широкая Софья

№1 $\prod_{k=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{(2\ k)^2}\right)\rightarrow\frac{1}{\Gamma\left(\frac{-1i+2}{2}\right)\cdot\Gamma\left(\frac{1i+2}{2}\right)}=1.465$

№2 $\sum_{k=1}^{\infty}k^{-2}\rightarrow\frac{\pi^2}{6}=1.645$

№3 $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{\tan(x)-\sin(x)}{x^3}\rightarrow\frac{1}{2}$ $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}\rightarrow\frac{1}{4}$

№4 $\lim_{x\rightarrow 0^+}(x)\cdot\ln(\sin(x))\rightarrow 0$ $\lim_{x\rightarrow 0^+}\left\langle x^x\right\rangle\rightarrow 1$

№5 $y(x):=\sin\left\langle x^3\right\rangle^2$

$\frac{d^1}{dx^1}y(x)\rightarrow 6\cdot x^2\cdot\cos\left\langle x^3\right\rangle\cdot\sin\left\langle x^3\right\rangle$

$y(x):=\cot(\sin(\ln(x)))$

$\frac{d^1}{dx^1}y(x)\rightarrow\frac{-\left(\cos(\ln(x))\cdot\cot(\sin(\ln(x)))^2\right)-\cos(\ln(x))}{x}$

$y(x):=x\cdot\sqrt{1-x^2}+\operatorname{asin}(x)$

$\frac{d^1}{dx^1}y(x)\rightarrow\frac{-\left\langle 2\cdot x^2\right\rangle+2}{\sqrt{-x^2+1}}$

№6 $f(x) := \frac{\ln(1+x)}{2 \cdot x - 1}$

$x := 0 \quad \frac{d^1}{dx^1} f(x) \to -1$

$x := 1 \quad \frac{d^2}{dx^2} f(x) \to 8 \cdot \ln(2) - \frac{9}{4}$

$x := 2 \quad \frac{d^3}{dx^3} f(x) \to \frac{-(48 \cdot \ln(3)) + 32}{81}$

clear (x)

№7 $\int \sin(x)^3 \, dx \to \frac{\cos(3 \cdot x) - 9 \cdot \cos(x)}{12}$

$\int \sqrt{x^2+1} \, dx \to -\frac{2 \cdot \ln\left(\sqrt{x^2+1} - x\right) + 2 \cdot x^2 + 1}{4} - \frac{1}{8 \cdot x \cdot \sqrt{x^2+1} - \left(8 \cdot x^2 + 4\right)}$

№8 $\int_0^{2\pi} \cos(x) \, dx \to 0 \qquad \int_2^{\infty} \frac{1}{x \cdot \ln(x)^3} \, dx \to \frac{1}{2 \cdot \ln(2)^2} \qquad \int_0^1 \ln(x) \, dx \to -1$

№9 $\cos(x) \xrightarrow{series, 10} 1 - \frac{1}{2} \cdot x^2 + \frac{1}{24} \cdot x^4 - \frac{1}{720} \cdot x^6 + \frac{1}{40320} \cdot x^8$

$\operatorname{atan}(x) \xrightarrow{series, 10} x - \frac{1}{3} \cdot x^3 + \frac{1}{5} \cdot x^5 - \frac{1}{7} \cdot x^7 + \frac{1}{9} \cdot x^9$

№10 $g(x) := \dfrac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$ $x(a) := \dfrac{2\cdot a}{a^2+1}$ $g(a) \xrightarrow{simplify} \dfrac{2\cdot\sqrt{-a+1}}{\sqrt{a+1}-\sqrt{-a+1}}+1$

№11 **clear** (x)

$x^5+b\cdot x^4-a^4\cdot x-a^4\cdot b \xrightarrow{solve,x} \begin{bmatrix} a \\ -a \\ -b \\ \sqrt{-a^2} \\ -\sqrt{-a^2} \end{bmatrix}$

clear (x)

$8\cdot x^7-7\cdot x^6+6\cdot x^5-5\cdot x^4+4\cdot x^3-3\cdot x^2+2\cdot x-1 \xrightarrow{solve} \begin{bmatrix} -0.49897811489291441819+0.60542072054084979082\mathrm{i} \\ -0.49897811489291441819-0.60542072054084979082\mathrm{i} \\ 0.05178810703383105662-0.73824869259340547568\mathrm{i} \\ 0.05178810703383105662+0.73824869259340547568\mathrm{i} \\ 0.52742114427541591306+0.49067140878359649541\mathrm{i} \\ 0.52742114427541591306-0.49067140878359649541\mathrm{i} \\ 0.714537727167334897 \end{bmatrix}$

№12 $A(a,b,n) :=$

for $i \in 0..(n-1)$

  $A_{i,i} \leftarrow a$

  for $j \in 0..(n-1)$

    if $i<j$

      $A_{i,j} \leftarrow 1$

    if $i>j$

      $A_{i,j} \leftarrow b$

A

$C(n) :=$

for $i \in 0..n-1$

  if $(\mathrm{mod}(i,4)=0)$

    $C_i \leftarrow 1$

  else if $(\mathrm{mod}(i-1,4)=0)$

    $C_i \leftarrow 1$

  else

    $C_i \leftarrow 2$

C

$$A(a,b,2) \to \begin{bmatrix} a & 1 \\ b & a \end{bmatrix} \qquad C(2) \to \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(A(a,b,2)) \to -b+a^2 \qquad A(a,b,2)^{-1} \cdot C(2) \to \begin{bmatrix} -\frac{a}{b-a^2}+\frac{1}{b-a^2} \\ \frac{b}{b-a^2}-\frac{a}{b-a^2} \end{bmatrix}$$

$$A(a,b,4) \to \begin{bmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ b & a & 1 & 1 \\ b & b & a & 1 \\ b & b & b & a \end{bmatrix} \qquad C(4) \to \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\det(A(a,b,4)) \to -b^3+(4\cdot a-1)\cdot b^2+(4\cdot a-6\cdot a^2-1)\cdot b+a^4$$

$$A(a,b,4)^{-1} \cdot C(4) \to \begin{bmatrix} \frac{(-a+1)\cdot b+5\cdot a^2-a^3-6\cdot a+2}{b^3+(1-4\cdot a)\cdot b^2+(6\cdot a^2-4\cdot a+1)\cdot b-a^4} \\ \frac{b^2+(a^2-5\cdot a+2)\cdot b+(4\cdot a^2-a^3-2\cdot a)}{b^3+(1-4\cdot a)\cdot b^2+(6\cdot a^2-4\cdot a+1)\cdot b-a^4} \\ \frac{(-a+1)\cdot b^2+(2\cdot a^2-a-1)\cdot b+(2\cdot a^2-2\cdot a^3)}{b^3+(1-4\cdot a)\cdot b^2+(6\cdot a^2-4\cdot a+1)\cdot b-a^4} \\ \frac{b^3-(3\cdot a+1)\cdot b^2+(4\cdot a^2+a)\cdot b-2\cdot a^3}{b^3+(1-4\cdot a)\cdot b^2+(6\cdot a^2-4\cdot a+1)\cdot b-a^4} \end{bmatrix}$$

$$A(a,b,8) \to \begin{bmatrix} a & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ b & a & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ b & b & a & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ b & b & b & a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ b & b & b & b & a & 1 & 1 & 1 \\ b & b & b & b & b & a & 1 & 1 \\ b & b & b & b & b & b & a & 1 \\ b & b & b & b & b & b & b & a \end{bmatrix} \qquad C(8) \to \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$A(a,b,8)^{-1} \cdot C(8) \to ?$

$$\det(A(a,b,8)) \to -b^7+(8\cdot a-1)\cdot b^6+(8\cdot a-28\cdot a^2-1)\cdot b^5+(56\cdot a^3-28\cdot a^2+8\cdot a-1)\cdots$$