

MÈTODES NUMÈRICS I. Curs 2017/18. Semestre de tardor.

PRÀCTIQUES DEL TEMA 2: ÀLGEBRA LINEAL NUMÈRICA

Notes:

- 1) Cal usar gestió dinàmica de memòria en tots els exercicis (funcions *malloc* i *free*). Recodeu també que l'ús de *valgrind* facilita la localització dels errors de memòria.
- 2) Preveient que qualsevol programa no queda perfecte al primer intent, i que l'haureu d'executar diverses vegades abans no funcioni correctament, acostumeu-vos a usar un fitxer de dades (per no haver-les d'entrar a mà cada vegada).

Exercici 1 [Temps d'execució. Importància de l'accés a memòria]

Per a programar el producte de dues matrius cal fer 3 bucles repetitius, cadascun dins de l'anterior. Feu-ho de les $3! = 6$ maneres possibles i compteu el temps d'execució de cadascuna.

Preneu matrius quadrades de dimensions $n = 500, 600, 700, \dots$. Genereu-les aleatòriament.

Exercici 2 [Eliminació gaussiana i substitució endarrera]

Resoleu un sistema lineal $Ax = b$ de dimensió n mitjançant eliminació gaussiana amb pivotatge parcial (per a transformar-lo en $Ux = c$, amb U triangular superior), seguit de la resolució del sistema triangular per substitució endarrera.

Feu dues funcions: una per a cada cosa. Cada funció retornarà: o bé l'enter 0, si s'ha pogut completar correctament el procés; o bé un enter no nul, si en algun moment s'ha de dividir per un valor massa pròxim a 0 (useu una tolerància de $1.e - 14$, per exemple). Aquest criteri s'usarà en tots els exercicis.

El programa principal llegirà n , A i b i escriurà els resultats.

Per a assegurar-vos que el programa és correcte, apliqueu-lo a dades amb resultats coneguts. També podeu calcular el vector residu $b - Ax$.

Opcional: Podeu fer una variant del programa que calculi el temps d'execució per a n gran. En aquest cas, genereu aleatòriament les dades.

Exercici 3 [Factorització $A = LU$]

Feu una funció que implementi la factorització LU d'una matriu A de dimensió n , mitjançant l'ús de l'eliminació gaussiana sense pivotatge. Feu que els elements essencials de L i de U es guardin en la mateixa matriu A .

Feu un programa principal que llegeixi n i A , i escriui L i U .

Opcional: Programeu el producte de les matrius trobades L i U per a comprovar que dona la matriu inicial A .

Exercici 4 [Sistemes tridiagonals]

Feu una funció que resolgui un sistema tridiagonal de dimensió n . No cal usar cap matriu, sinó 4 vectors.

El programa principal llegirà la dimensió n , omplirà adequadament els 4 vectors per tal de resoldre un Problema de Valors a la Frontera Lineal:

$$y'' = p(x)y' + q(x)y + r(x), \quad a \leq x \leq b, \quad y(a) = \alpha, \quad y(b) = \beta :$$

cridarà a la funció i escriurà els resultats.

Referència. Burden-Faires: Análisis Numérico, capítol 11, secció 3.

Exercici 5 [Sistemes sobredeterminats]

Feu una funció que calculi la factorització LDL^T d'una matriu simètrica i definida positiva.

Feu un programa principal que llegeixi els coeficients d'un sistema lineal sobredeterminat i el resolgui per mínims-quadrats. O sigui, cal calcular el sistema quadrat de les equacions normals, trobar la factorització anterior de la matriu i resoldre 3 sistemes trivials.

Calculeu també el residu (en norma 2) de la solució.