

MÈTODES NUMÈRICS I. Curs 2017/18. Semestre de tardor.

PRÀCTIQUES TEMA 4: ZEROS DE FUNCIONS

Comentari. Tots els mètodes numèrics que busquen solucions d'una equació $f(x) = 0$ generen successions $(x_i)_{i \geq 0}$, de les quals s'espera que convergeixin a un valor α tal que $f(\alpha) = 0$.

A la pràctica, evidentment, només es genera una quantitat finita de termes, x_0, x_1, \dots, x_i ; ja que s'atura el procés quan, o bé $i = imax$, o bé $|x_i - x_{i-1}| < prec1$, o bé $|f(x_i)| < prec2$, on $imax$, $prec1$ i $prec2$ són valors predeterminats. Sovint es pren $prec1 = prec2$.

Si es verifica alguna de les dues últimes condicions de parada, es considera que hi ha convergència (amb les precisions desitjades i amb la quantitat d'iteracions previstes). En cas contrari, es considera que no hi ha convergència.

Exercici 1 [Newton i Secant]

- Feu una funció de capçalera

```
int newton(double *x, double prec, int imax)
```

que implementi el mètode de Newton per a trobar un zero d'una funció:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}, \forall i = 0, 1, 2, \dots$$

Quan es crida la funció, $*x$ conté l'aproximació inicial x_0 . Si hi ha convergència, la funció retorna el valor 0.

- Feu una funció de capçalera

```
int secant(double *x0, double *x1, double prec, int imax)
```

que implementi el mètode de la secant per a trobar un zero d'una funció:

$$x_{i+1} = x_i - f(x_i) \frac{x_i - x_{i-1}}{f(x_i) - f(x_{i-1})}, \forall i = 1, 2, 3, \dots$$

Quan es crida la funció, $*x0$ i $*x1$ contenen les aproximacions inicials x_0 i x_1 . Si hi ha convergència, la funció retorna el valor 0.

- Feu una funció *main* que llegeixi el grau i els coeficients d'un polinomi real,

$$p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n, \quad a_n \neq 0,$$

i calculi les seves arrels reals.

Primer cal *localitzar-les*: trobar una cota de la magnitud de totes elles. Podeu usar $\max\{1, \sum_{j=0}^{n-1} |\frac{a_j}{a_n}|\}$, o qualsevol altra cota.

Després cal *separar-les*: trobar intervals de longitud petita on només n'hi hagi una. Podeu anar avaluant el polinomi en abscisses separades entre si una distància determinada $h > 0$, i buscar canvis de signe de la funció f .

Finalment, useu tant Newton com Secant per a trobar cadascuna de les arrels. Escriviu tots els iterats per a observar la velocitat de convergència.

Proveu-ho per a diversos polinomis. Feu algun cas d'arrel múltiple.