

## PRÀCTIQUES DEL TEMA 1: ERRORS

Teniu dues setmanes per a fer-les. Heu de treballar fora de les hores de classe. Useu les hores de pràctiques d'ordinador per a consultar els dubtes al professor. La tercera setmana, a la classe de pràctiques d'ordinador, haureu de resoldre un exercici semblant a algun d'aquest i entregar el programa. Això comptarà per a l'avaluació.

### Exercici 1 [rang de les variables enteres i la seva aritmètica]

Experimenteu amb operacions elementals per tal de trobar el rang de valors que pot prendre una variable *int*. Per exemple, es pot anar incrementant un valor en 1 fins que, a la pràctica, deixa d'augmentar. Hauríeu d'obtenir els valors de les constants *INT\_MIN* i *INT\_MAX* que hi ha a la llibreria *limits.h*.

Feu també càlculs aritmètics que donin, com a resultat, valors fora del rang i observeu què passa. Per exemple, calculeu nombres factorials. Hauríeu de veure que, de fet, les operacions no es fan a  $Z$  sinó a  $Z(\text{mod } 2^n)$  (per quina  $n$ ?).

### Exercici 2 [error de representació en les variables reals]

Per a una xarxa nombrosa de valors de  $x$  (per exemple entre  $\frac{1}{8}$  i 8), dibuixeu els “errors de representació”, tant els absoluts com els relatius. Es considerarà un valor en una variable *double* com a exacte, i el mateix valor en una variable *float* com a aproximat.

### Exercici 3 [aproximació de $e$ ]

Aproximeu el valor  $e$  per  $e_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ ,  $n = 10^i$ ,  $i = 1 \div 15$ . Observeu el comportament dels errors en aquestes aproximacions. Compareu-ho amb l'error teòric que podeu obtenir fent desenvolupaments de Taylor.

### Exercici 4 [ordre de sumació]

La sèrie  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$  és divergent. Vegeu, però, que és “numèricament convergent”. O sigui, si aneu acumulant termes, el resultat s'estabilitza (feu-ho en *float*). Sumeu després els mateixos termes en ordre invers i vegeu que dona diferent.

D'altra banda, la sèrie  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$  és convergent. Calculeu la seva suma tan bé com pugueu.

### Exercici 5 [cancel·lació]

Calculeu

$$\frac{1}{x} \left( \frac{1-x}{1+x} - \frac{1}{1+4x} \right)$$

quan  $x \approx 0$ ,  $x \neq 0$ . Per exemple  $x = 10^{-i}$ ,  $i = 1 \div 15$ . Quant correctes són els resultats? Heu de comparar-los amb els obtinguts amb alguna altra expressió equivalent sense cancel·lació).

**Exercici 6** [problema mal condicionat]

Sigui  $m \in \mathbb{N}$  fixat (per exemple  $m = 5$ ), i sigui  $c \approx 0$  (per exemple  $c = 10^{-4}$ ). Considerem el polinomi

$$p(x) = \prod_{k=1}^m (x - k) + c \cdot x^m .$$

Feu un programa per a calcular les seves arrels, usant el mètode de Newton-Raphson, a partir de les arrels conegudes del cas  $c = 0$ .

Per a cada arrel, compareu la variació de l'arrel amb la variació de  $c$ . Quines arrels són les més mal condicionades?

**Exercici 7** [inestabilitat numèrica]

Trobeu una recurrència per a calcular les integrals

$$y_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+5} dx, \forall n \geq 0 .$$

(Indicació: Per a  $n \geq 1$ , calculeu  $y_n + 5y_{n-1}$ ). Useu-la per a calcular  $y_{25}$  (per exemple). És gaire correcte el resultat? Calculeu  $y_{25}$  amb molta precisió (Indicació: useu la recurrència al revés).