Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

КАФЕДРА СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ

РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

НА ТЕМУ:

Анализ и оптимизация автоматизированных систем обработки информации и управления

Студент ИУ5-35Б (Группа) ________ (Подпись, дата) **Т.М. Шакиров** (И.О.Фамилия)

Руководитель курсовой работы ________ (Подпись, дата) **Г.И. Афанасьев** (И.О.Фамилия)

2023 г.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой ___ИУ5____
(Индекс)
______________ ___В.И. Терехов__
(И.О.Фамилия)
«_04_» ___сентября_______ 2023 г.

З А Д А Н И Е
на выполнение курсовой работы

по дисциплине ___Архитектура автоматизированных систем обработки информации и управления __

Студент группы _ИУ5-35Б__

_____________________________Шакиров Тимур Маратович_______________________________
(Фамилия, имя, отчество)

Тема курсовой работы _Анализ и оптимизация автоматизированных систем обработки информации и управления____

Направленность КР (учебная, исследовательская, практическая, производственная, др.)
____________________УЧЕБНАЯ____

Источник тематики (кафедра, предприятие, НИР) _____КАФЕДРА_____________________________

График выполнения работы: 25% к _3_ нед., 50% к _9_ нед., 75% к _12_ нед., 100% к _15_ нед.

Задание _Определить структурные характеристики графа системы. Упорядочить по уровням информационно-логический граф системы. Провести декомпозицию топологической структуры системы. Провести анализ информационного графа системы. Определить структурно-топологические характеристики системы.____

Оформление курсовой работы:

Расчетно-пояснительная записка на __31__ листах формата А4.

Дата выдачи задания «_04_» ____сентября_______ 2023 г.

Руководитель курсовой работы _________________ _____Г.И. Афанасьев______
(Подпись, дата) (И.О.Фамилия)

Студент _________________ _____Т.М. Шакиров_______
(Подпись, дата) (И.О.Фамилия)

Примечание: Задание оформляется в двух экземплярах: один выдается студенту, второй хранится на кафедре.

Содержание

Задача №1

<u>Формулировка задачи:</u>

Разработать формализованное представление системы. Формализованное представление включает в себя: представление системы с помощью графа, матрицы смежности, матрицы инциденций, множественное представление. Выделить цепи, пути циклы, контура; вычислить степени вершин, полустепени исходов и заходов. Если какие-то элементы отсутствуют, то написать, что их нет.

<u>Решение задачи:</u>

Представление системы с помощью графа.

Рассматриваемая система в виде графа:

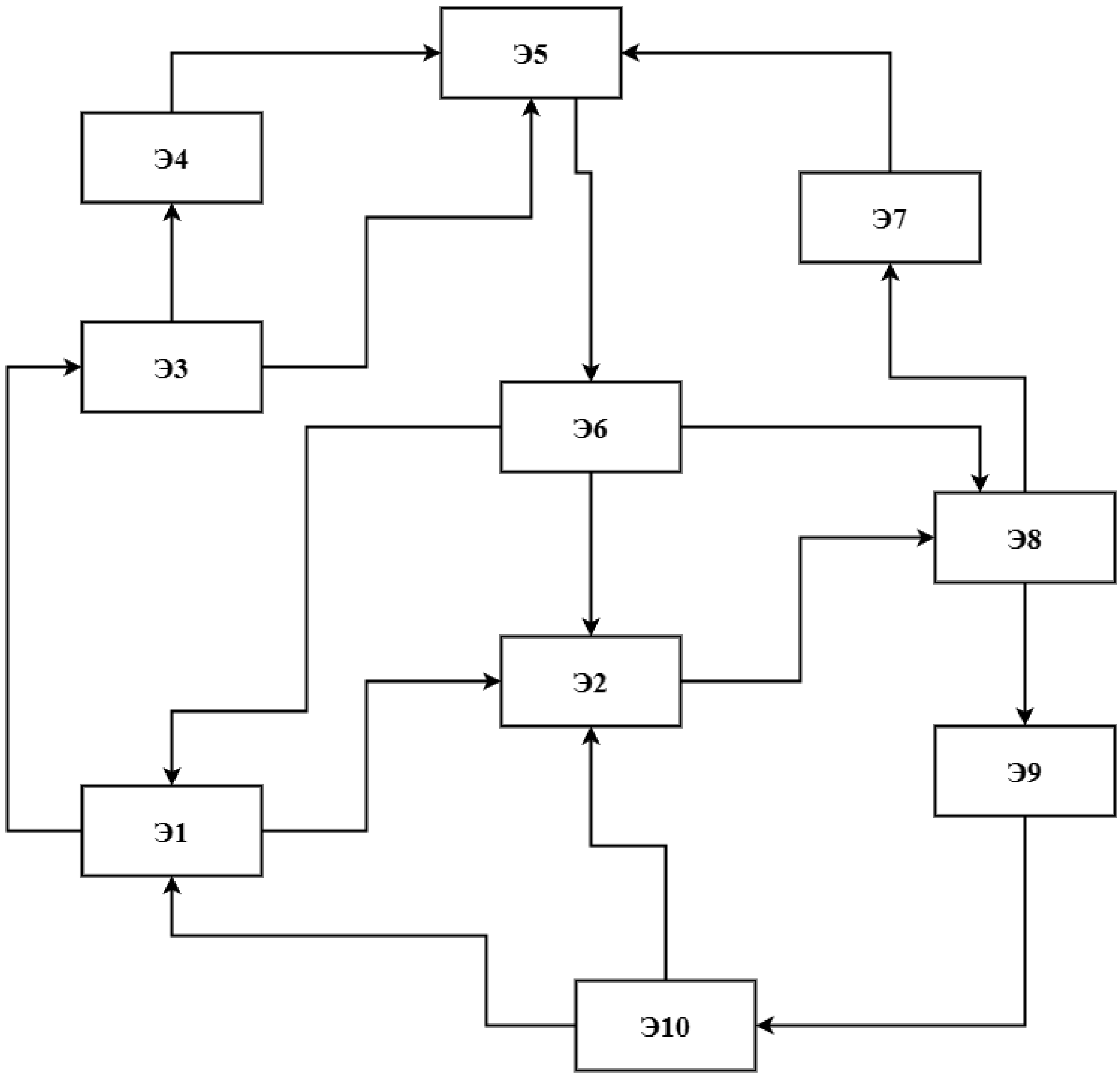

Рис. 1

1.1 Представление системы с помощью матрицы смежности

Для ориентированного графа, представляемого на рис. 1 составим матрицу смежности $\|a_{ij}\|$, $i, j = \overline{1, n}$, где n – число вершин графа. Она представлена в таблице 1.

Таблица 1.

j / i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		1	1							
2								1		
3				1	1					
4					1					
5						1				
6	1	1						1		
7					1					
8							1		1	
9										1
10	1	1								

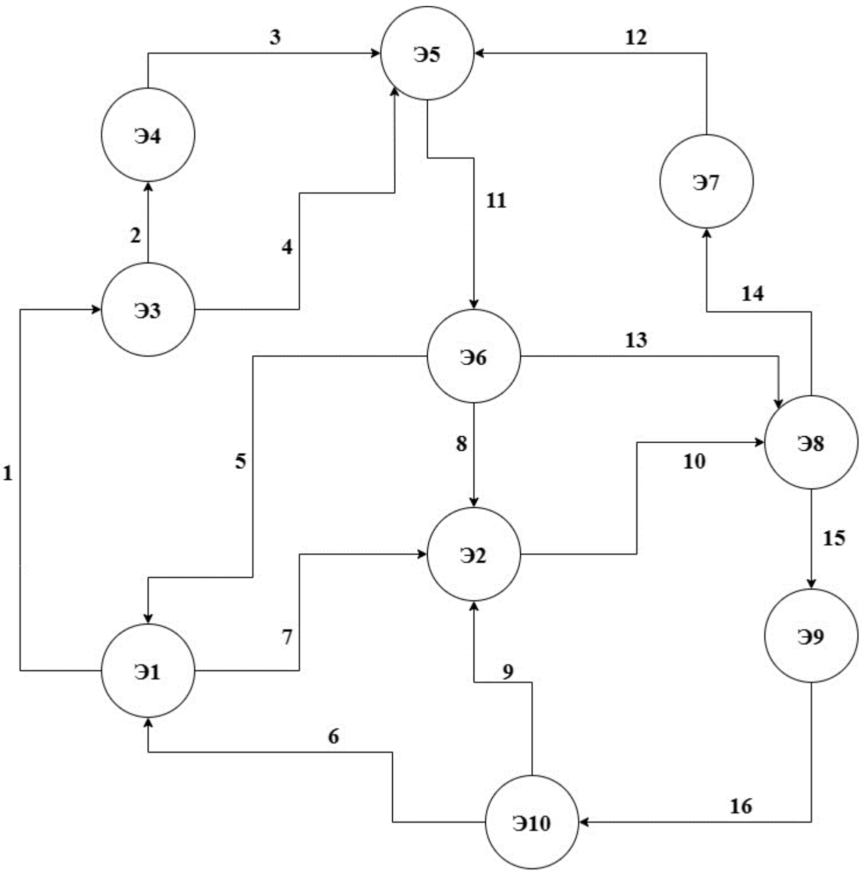

Рис. 1.1

1.2 Представление системы с помощью матрицы инциденций

Для графа, представленного на рис.1.1 матрица инциденций $\|b_{ij}\|$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$, где n – число вершин, m – число рёбер, выглядит следующим образом:

j / i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1				-1	-1	1									
2							-1	-1	-1	1						
3	-1	1		1												
4		-1	1													
5			-1	-1							1	-1				
6					1			1			-1		1			
7												1		-1		
8										-1			-1	1	1	
9															-1	1

10						1			1							-1

1.3 Множественное представление системы

Множество правых инциденций для рассматриваемой структуры:

G(1) = (2, 3)

G(2) = (8)

G(3) = (4, 5)

G(4) = (5)

G(5) = (6)

G(6) = (1, 2, 8)

G(7) = (5)

G(8) = (7, 9)

G(9) = (10)

G(10) = (1, 2)

Множество левых инциденций для рассматриваемой структуры:

$G(1)^{-1}$ = (6, 10)

$G(2)^{-1}$ = (1, 6, 10)

$G(3)^{-1}$ = (1)

$G(4)^{-1}$ = (3)

$G(5)^{-1}$ = (3, 4, 7)

$G(6)^{-1}$ = (5)

$G(7)^{-1}$ = (8)

$G(8)^{-1}$ = (2, 6)

$G(9)^{-1}$ = (8)

$G(10)^{-1}$ = (9)

1.4 Определение цепи, пути, цикла и контура в заданной системе

Понятия *цепь* и *цикл* обычно используются для описания неориентированных графов, а мы имеем ориентированный граф, поэтому представим, что граф на рис. 1.1 является неориентированным.

№ вершины	Цепь	Цикл
1	(1, 2, 10)	(1, 3, 5, 6, 1)

2	(2, 8, 6, 5)	(2, 10, 9, 8, 2)
3	(3, 5, 7)	(3, 5, 4, 3)
4	(4, 3, 1, 2)	(4, 5, 6, 1, 3, 4)
5	(5, 7, 8, 9)	(5, 3, 1, 2, 6, 5)
6	(6, 8, 2, 10)	(6, 2, 10, 1, 6)
7	(7, 8, 9, 10)	(7, 5, 3, 1, 6, 8, 7)
8	(8, 6, 5, 4)	(8, 9, 10, 2, 6, 8)
9	(9, 10, 1, 6)	(9, 10, 2, 6, 8, 9)
10	(10, 1, 6, 5)	(10, 2, 1, 10)

Рассмотрим *пути* и *контура* графа на рис. 1.1, считая граф ориентированным.

№ вершины	Путь	Контур
1	(1, 2, 8, 7)	(1, 3, 5, 6, 1)
2	(2, 8, 7, 5)	(2, 8, 9, 10, 2)
3	(3, 5, 6, 8)	(3, 5, 6, 1, 3)
4	(4, 5, 6, 2)	(4, 5, 6, 1, 3, 4)
5	(5, 6, 1, 2, 8)	(5, 6, 8, 7, 5)
6	(6, 8, 9, 10, 1)	(6, 2, 8, 7, 5, 6)
7	(7, 5, 6, 1)	(7, 5, 6, 8, 7)
8	(8, 7, 5, 6, 1)	(8, 9, 10, 2, 8)
9	(9, 10, 1, 3, 4)	(9, 10, 2, 8, 9)
10	(10, 1, 2, 8, 7)	(10, 2, 8, 9,10)

1.5 Степень вершин и полустепени исхода и захода

Так как понятие степень вершин применяется только для неориентированного графа, то будем считать наш граф таковым.

$\rho(1) = 4$; $\rho(2) = 4$; $\rho(3) = 3$; $\rho(4) = 2$; $\rho(5) = 4$; $\rho(6) = 4$; $\rho(7) = 2$; $\rho(8) = 4$; $\rho(9) = 2$; $\rho(10) = 3$.

Вычислим полустепени исхода и захода для графа на рис. 1.1:

$\rho^+(1) = 2$; $\rho^+(2) = 1$; $\rho^+(3) = 2$; $\rho^+(4) = 1$; $\rho^+(5) = 1$; $\rho^+(6) = 3$; $\rho^+(7) = 1$; $\rho^+(8) = 2$; $\rho^+(9) = 1$; $\rho^+(10) = 2$.

$\rho^-(1) = 2$; $\rho^-(2) = 3$; $\rho^-(3) = 1$; $\rho^-(4) = 1$; $\rho^-(5) = 3$; $\rho^-(6) = 1$; $\rho^-(7) = 1$; $\rho^-(8) = 2$; $\rho^-(9) = 1$; $\rho^-(10) = 1$.

Сумма полустепеней исхода для графа на рис. 1.1

$\sum \rho^+(i) = 2 + 1 + 2 + 1 + 1 + 3 + 1 + 2 + 1 + 2 = 16$

Сумма полустепеней захода для графа на рис. 1.1

$\sum \rho^-(i) = 2 + 3 + 1 + 1 + 3 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 = 16$

Вывод: число полустепеней исхода и захода равны и равны числу дуг в графе, считая граф ориентированным.

Полная степень вершин графа

$m = 0{,}5 * \sum \rho(i) = 0{,}5 * (4 + 4 + 3 + 2 +4 + 4 + 2 + 4 + 2 + 3) = 0{,}5 * 32 = 16$

(верно и равно количеству рёбер в графе, считая граф ориентированным)

Задача №2

Формулировка задачи:

В результате анализа некоторой организационной системы был получен неупорядоченный граф информационно-логической взаимосвязи между задачами, рассматриваемыми в этой системе (см. рис. 2). Необходимо определить, в какой последовательности следует решать указанные задачи, решение каких задач можно начинать одновременно, сколько тактов следует хранить в памяти системы, результаты этих задач. Убедиться, что матрица смежности упорядоченного графа оказалась треугольной. Анализ исходного графа провести:

а) с помощью алгоритма упорядочивания.

б) с помощью матрицы инциденций.

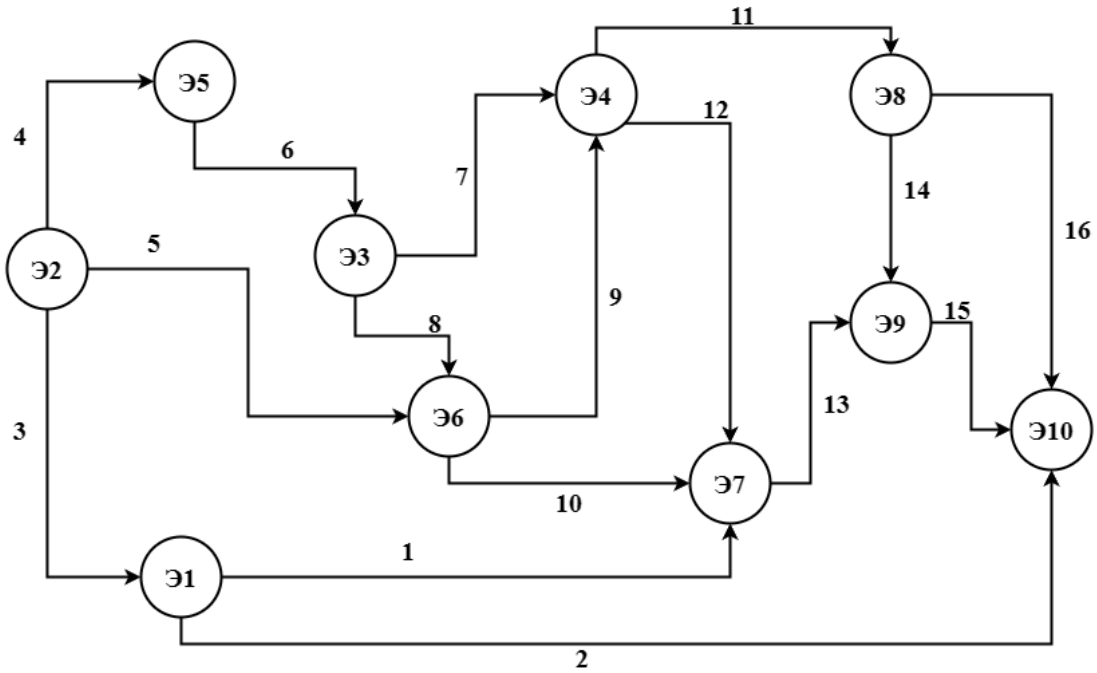

Рис. 2

<u>Решение задачи:</u>

2.1 Решение с помощью алгоритма упорядочивания

Матрица смежности представлена в таблице 2.

Таблица 2.

j i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1							1			1
2	1				1	1				
3				1		1				
4							1	1		
5			1							
6				1			1			
7									1	
8									1	1
9										1

10										

Составим следующую таблицу и будем заполнять её по мере исследования неупорядоченного графа с помощью алгоритма упорядочивания:

Подмножество уровня	Условия включения	Включаемые вершины	Новая нумерация
N_0	$G(i)^{-1} = \varnothing$	(2)	(1)
N_1	$G(i)^{-1} \in N_0$	(1, 5)	(2, 3)
N_2	$G(i)^{-1} \in (N_0 \cup N_1)$	(3)	(4)
N_3	$G(i)^{-1} \in (N_0 \cup N_1 \cup N_2)$	(6)	(5)
N_4	$G(i)^{-1} \in (N_0 \cup N_1 \cup N_2 \cup N_3)$	(4)	(6)
N_5	$G(i)^{-1} \in (N_0 \cup N_1 \cup N_2 \cup N_3 \cup N_4)$	(7, 8)	(7, 8)
N_6	$G(i)^{-1} \in (N_0 \cup N_1 \cup N_2 \cup N_3 \cup N_4 \cup N_5)$	(9)	(9)
N_7	$G(i)^{-1} \in (N_0 \cup N_1 \cup N_2 \cup N_3 \cup N_4 \cup N_5 \cup N_6)$	(10)	(10)

Множество левых инциденций:

$G(1)^{-1} = (2)$

$G(2)^{-1} = \varnothing$

$G(3)^{-1} = (5)$

$G(4)^{-1} = (3, 6)$

$G(5)^{-1} = (2)$

$G(6)^{-1} = (2, 3)$

$G(7)^{-1} = (1, 4, 6)$

$G(8)^{-1} = (4)$

$G(9)^{-1} = (7, 8)$

$G(10)^{-1} = (1, 8, 9)$

Находим вершину нулевого уровня N_0: 2 и удаляем её. Получаем:

$G(1)^{-1} = Ø$

$G(3)^{-1} = (5)$

$G(4)^{-1} = (3, 6)$

$G(5)^{-1} = Ø$

$G(6)^{-1} = (3)$

$G(7)^{-1} = (1, 4, 6)$

$G(8)^{-1} = (4)$

$G(9)^{-1} = (7, 8)$

$G(10)^{-1} = (1, 8, 9)$

Вершины, для которых множество левых инциденций стало пустым: 1, 5. Они являются вершинами первого уровня N_1. Продолжаем для второго уровня N_2. Исключаем из оставшегося множества левых инциденций вершины 1, 5.

$G(3)^{-1} = Ø$

$G(4)^{-1} = (3, 6)$

$G(6)^{-1} = (3)$

$G(7)^{-1} = (4, 6)$

$G(8)^{-1} = (4)$

$G(9)^{-1} = (7, 8)$

$G(10)^{-1} = (8, 9)$

Теперь множество левых инциденций стало пустым для вершины 3. Она является вершиной второго уровня N_2. Продолжаем для уровня N_3. Исключаем вершину 3.

$G(4)^{-1} = (6)$

$G(6)^{-1} = Ø$

$G(7)^{-1} = (4, 6)$

$G(8)^{-1} = (4)$

$G(9)^{-1} = (7, 8)$

$G(10)^{-1} = (8, 9)$

Теперь множество левых инциденций стало пустым для вершины 6. Она является вершиной третьего уровня N_3. Продолжаем для уровня N_4. Исключаем вершину 6.

$G(4)^{-1} = \varnothing$

$G(7)^{-1} = (4)$

$G(8)^{-1} = (4)$

$G(9)^{-1} = (7, 8)$

$G(10)^{-1} = (8, 9)$

Вершина, для которой множество левых инциденций стало пустым: 4. Она является вершиной четвёртого уровня N_4. Продолжаем для пятого уровня N_5. Исключаем из оставшегося множества левых инциденций вершину 4.

$G(7)^{-1} = \varnothing$

$G(8)^{-1} = \varnothing$

$G(9)^{-1} = (7, 8)$

$G(10)^{-1} = (8, 9)$

Теперь множество левых инциденций стало пустым для вершин 7, 8. Они являются вершинами пятого уровня N_5. Продолжаем для уровня N_6. Исключаем вершины 7, 8.

$G(9)^{-1} = \varnothing$

$G(10)^{-1} = (9)$

Вершина, для которой множество левых инциденций стало пустым: 9. Она является вершиной шестого уровня N_6. Продолжаем для седьмого уровня N_7. Исключаем из оставшегося множества левых инциденций вершину 9.

$G(10)^{-1} = \varnothing$

Следовательно, вершина 10 – вершина седьмого уровня N_7.

Размешаем перенумерованные вершины по уровням:

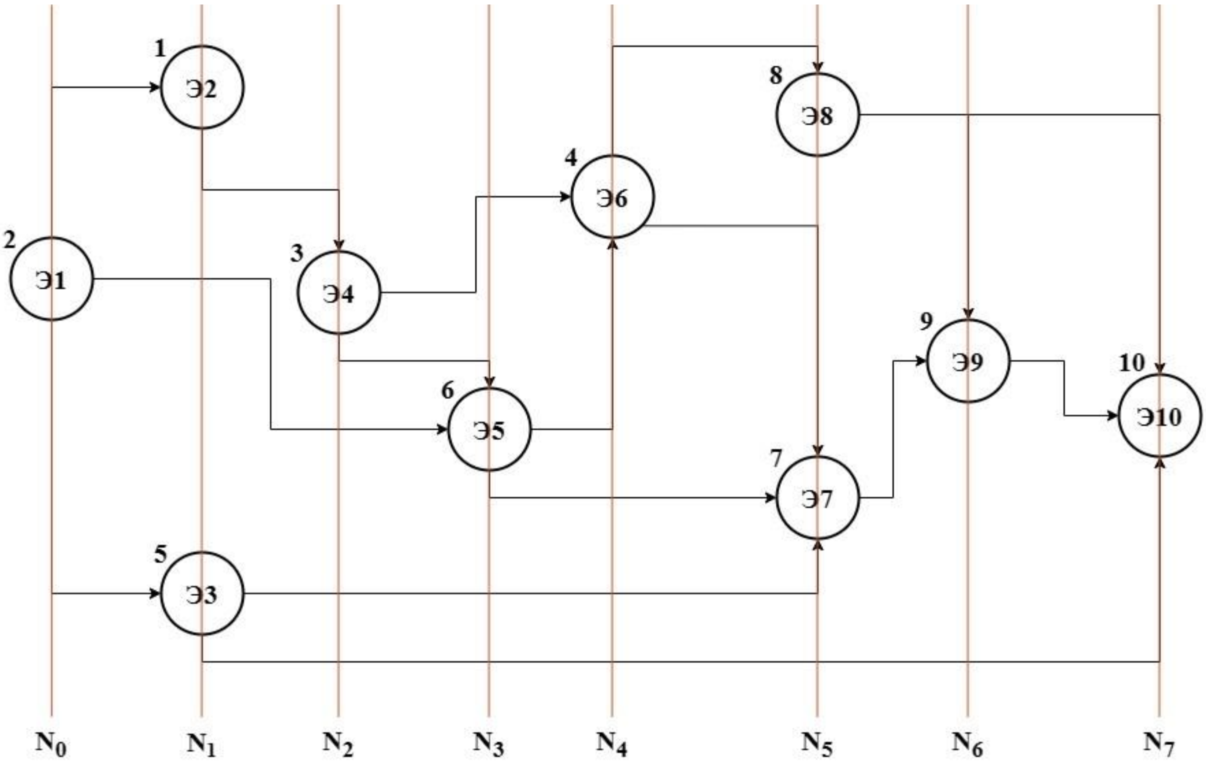

Рис. 2.1

Таблица смежности для полученного упорядоченного графа:

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	●	1	1		1					
2		●		1						
3			●				1			1
4				●	1	1				
5					●	1	1			
6						●	1	1		
7							●		1	
8								●		1
9									●	1
10										●

Данная матрица является треугольной, что и требовалось получить.

2.2 Решение задачи с помощью матрицы инциденций

Заполним следующую таблицу на основе матрицы инциденций:

Уровень	Порядок вычёркивания	j / i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	1										1	1			-1		
0	1	2												1	1	1		
2	3	3					-1	1	1									
4	5	4			1	1		-1		-1								
1	2	5					1								-1			
3	4	6							-1	1	1			-1				
5	6	7	1			-1					-1		-1					
5	6	8		1	-1												1	
6	7	9	-1	-1														1
7	8	10										-1					-1	-1

Из матрицы инциденций вычёркиваем строки, состоящие из 0 и (+)1 и столбцы с (+)1 в вычеркнутых строках.

Порядок вычёркивания: 1 2 3 4 5 6 7 8

Соответствующие уровни: 0 1 2 3 4 5 6 7

Получившийся упорядоченный граф соответствует графу, изображённому на рис. 2.1, а его матрица смежности, соответственно, тоже является треугольной.

Вывод: в начале 1-ого такта работы система должна решать задачу 2. Результат решения надо хранить в памяти системы 3 такта. В начале 2-ого такта должны быть решены 1 и 5 задачи. Результаты их решения должны храниться в памяти 3 такта. На 3-ем такте работы система должна решать задачу 3. Результаты её решения должны хранится 2 такта. На 4-ом такте работы система должна решать задачу 6. Её решение следует хранить 2 такта. На 5-ом такте работы система должна решать задачу 4. Её решение следует хранить 3 такт. В ходе 6-ого такта работы система должна решать задачи 7 и 8. Результаты их решения должны храниться в памяти 3 такта. В ходе 7 такта система должна решать задачу 9. Её решения хранятся 1 такт. Последней решается задача 10.

Задача № 3

Формулировка задачи:

Пусть пункты обработки информации в распределённой автоматизированной системе обмениваются данными в соответствии с графом, представленным на рис.3. Возникла необходимость в сокращении числа этих пунктов.

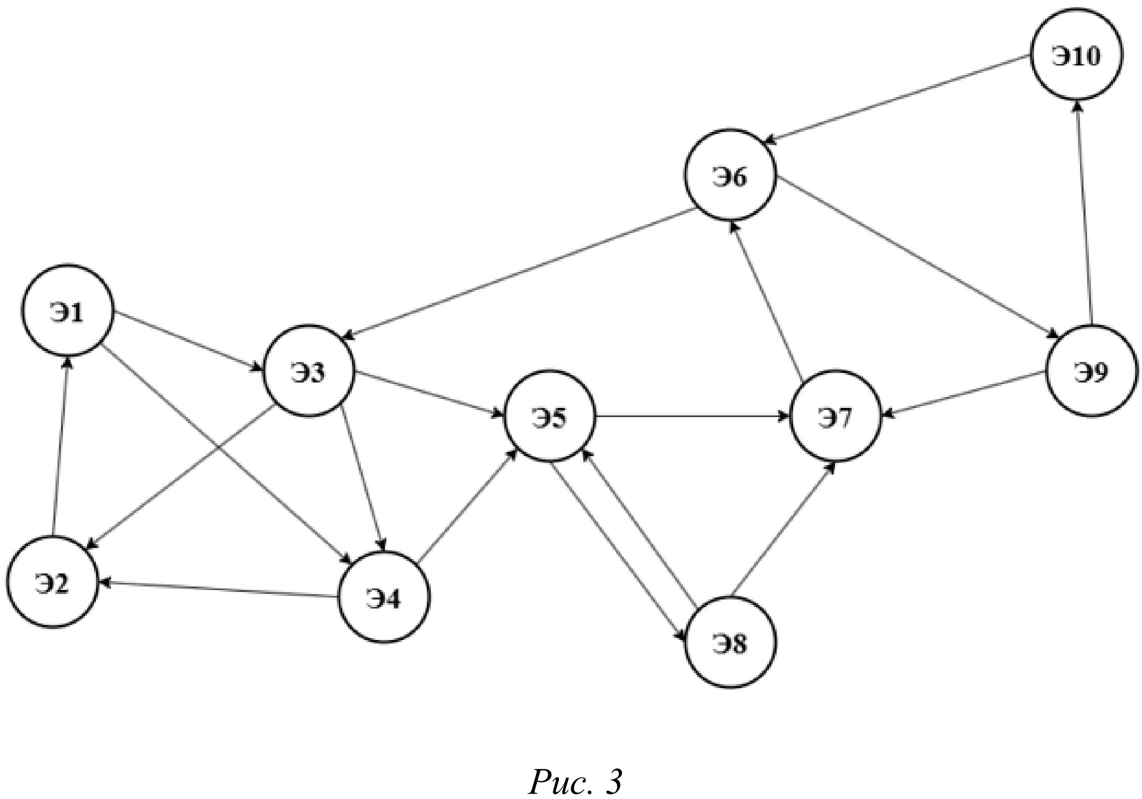

Рис. 3

Решение задачи:

При решении данной задачи не будет учитываться функциональная сторона анализа (т. е. производительность, надёжность и т. п.), будут учитываться только структурные свойства схемы.

3.1 Определение сильносвязанных графов

Полагая, что i = 1, определяем R(i) (достижимое множество) и Q(i) (контрдостижимое множество). Получаем (рис. 3.1):

R(1) = (1, 2, 3, 4, 5, 7, 8)

Q(1) = (1, 2, 3, 4, 6)

Тогда получаем, что множество вершин пространства, содержащего вершину 1:

V_1 = R(1) ∩ Q(1)= (1, 2, 3, 4)

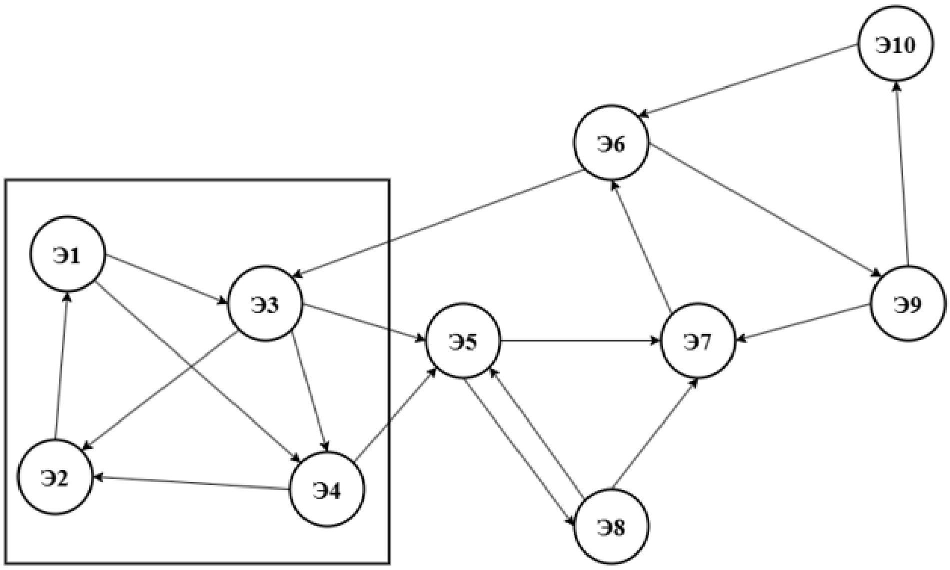

Рис. 3.1

Для i = 5 (рис. 3.2):

R(5) = (5, 7, 8)

Q(5) = (5, 6, 7, 8, 9, 10)

V_2 = R(5) ∩ Q(5)= (5, 7, 8)

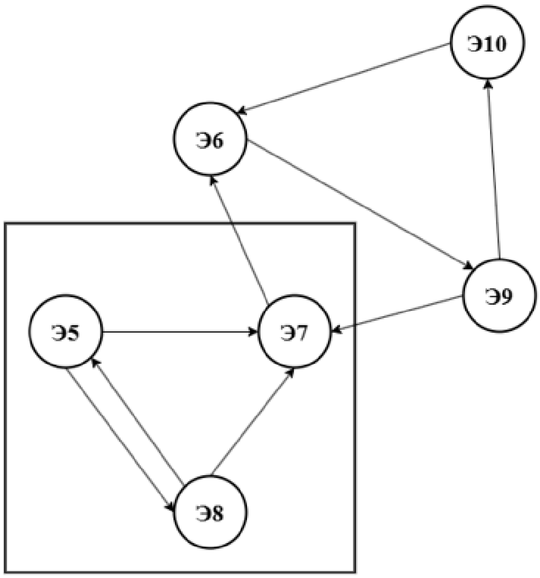

Рис. 3.2

Для i = 6 (рис. 3.3):

R(6) = (6, 9, 10)

Q(6) = (6, 9, 10)

V_3 = R(6) ∩ Q(6)= (6, 9, 10)

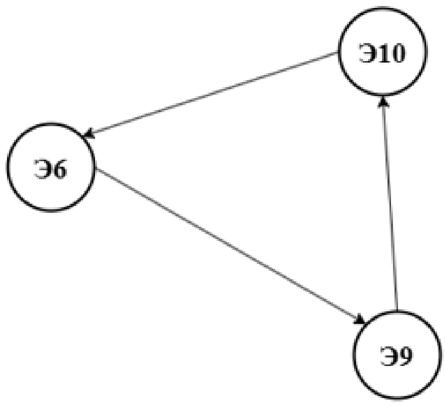

Рис. 3.3

Определяем входные и выходные связи. Поставим структурное обозначение:

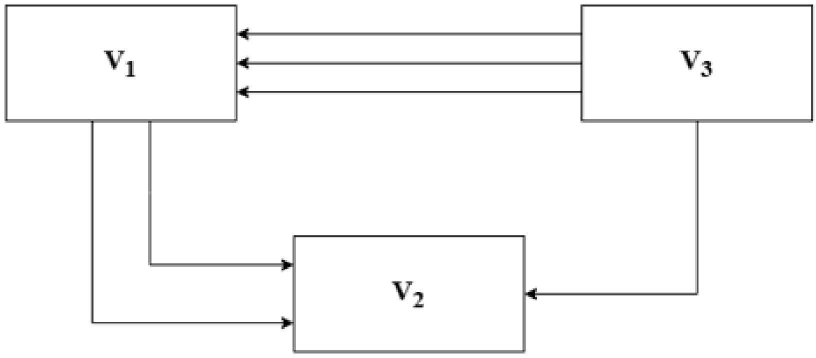

Рис. 3.4

Теперь получаем сильно связанные области V_1, V_2, V_3:

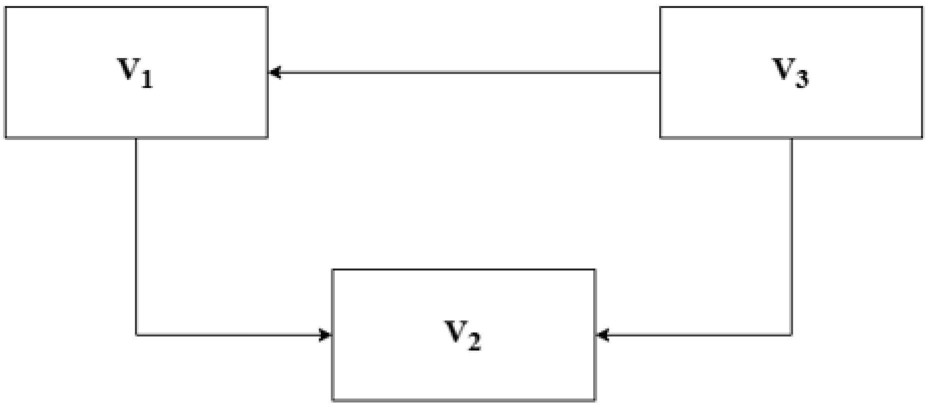

Рис. 3.5

Задача № 4

Формулировка задачи:

Пусть схеме движения оперативной отчётности в подсистеме оперативного управления соответствует информационный граф, представленный на рис. 4. Необходимо формально выявить все свойства данного информационного графа.

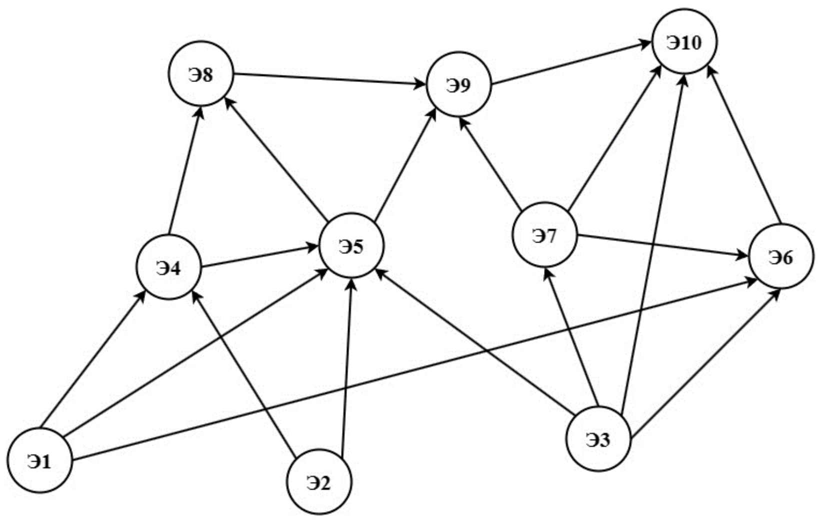

Рис. 4

4.1 Матрица смежности А:

j / i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	σ_i
1				1	1	1					3
2				1	1						2
3					1	1	1			1	4
4					1			1			2
5								1	1		2
6										1	1
7						1			1	1	3
8									1		1
9										1	1
10											0
σ_j	0	0	0	2	4	3	1	2	3	4	

Возведём матрицу смежности А в степень $\lambda = 2$, т.е. определим A^2.

j / i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	σ_i
1					1			2	1	1	5

2					1			2	1		4
3						1		1	2	2	6
4								1	2		3
5									1	1	2
6											0
7										2	2
8										1	1
9											0
10											0
σ_j	0	0	0	0	2	1	0	6	7	7	

Возведём матрицу смежности А в степень $\lambda = 3$, т.е. определим A^3.

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	σ_i
1								1	3	1	5
2								1	3	1	5
3									1	3	4
4									1	2	3
5										1	1
6											0
7											0
8											0
9											0
10											0
σ_j	0	0	0	0	0	0	0	2	8	8	

Возведем матрицу смежности А в степень $\lambda = 4$, т.е. определим A^4.

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	σ_i

1									1	3	4
2									1	3	4
3										1	1
4										1	1
5											0
6											0
7											0
8											0
9											0
10											0
σ_j	0	0	0	0	0	0	0	0	2	8	

Возведем матрицу смежности А в степень $\lambda = 5$, т.е. определим A^5.

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	σ_i
1										1	1
2										1	1
3											0
4											0
5											0
6											0
7											0
8											0
9											0
10											0
σ_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	

Возведем матрицу смежности А в степень $\lambda = 6$, т.е. определим A^6.

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	σ_i

i											
1											0
2											0
3											0
4											0
5											0
6											0
7											0
8											0
9											0
10											0
σ_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Матрица A^6 является нулевой. Составим систему достижимости A_Σ.

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1				1	2	1		3	5	6
2				1	2			3	5	5
3					1	2	1	1	3	7
4					1			2	3	3
5								1	2	2
6										1
7						1			1	3
8									1	1
9										1
10										
σ_j	0	0	0	2	6	4	1	10	20	29

4.2 Исследование информационного графа

1. *Определение порядка элементов:*

Определим элементы нулевого порядка. Для этого полагаем, что $\pi_j = 0$ и записываем соотношения, которым должны удовлетворять элементы нулевого уровня:

$$\begin{cases} \sigma_j\ (\lambda = 0) > 0 \\ \sigma_j\ (\lambda = 1) = 0 \end{cases}$$

Для A^0: $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$

Для A^1: $j = 1, 2, 3$

Получаем, что элементы 1, 2, 3 – нулевого уровня. Это соответствует упорядоченной матрице.

Определим элементы первого порядка. Для этого полагаем, что $\pi_j = 1$ и записываем соотношения, которым должны удовлетворять элементы первого уровня:

$$\begin{cases} \sigma_j\ (\lambda = 1) > 0 \\ \sigma_j\ (\lambda = 2) = 0 \end{cases}$$

Для A^1: $j = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$

Для A^2: $j = 1, 2, 3, 4, 7$

Получаем, что элементы 4, 7 – первого уровня. Это соответствует упорядоченной матрице.

Определим элементы второго порядка. Для этого полагаем, что $\pi_j = 2$ и записываем соотношения, которым должны удовлетворять элементы второго уровня:

$$\begin{cases} \sigma_j\ (\lambda = 2) > 0 \\ \sigma_j\ (\lambda = 3) = 0 \end{cases}$$

Для A^2: $j = 5, 6, 8, 9, 10$

Для A^3: $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

Получаем, что элементы 5, 6 – второго уровня. Это соответствует упорядоченной матрице.

Определим элементы третьего порядка. Для этого полагаем, что $\pi_j = 3$ и записываем соотношения, которым должны удовлетворять элементы третьего уровня:

$$\begin{cases} \sigma_j\ (\lambda = 3) > 0 \\ \sigma_j\ (\lambda = 4) = 0 \end{cases}$$

Для A^3: $j = 8, 9, 10$

Для A^4: $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

Получаем, что элемент 8 – третьего уровня. Это соответствует нашей упорядоченной матрице.

Определим элементы четвёртого порядка. Для этого полагаем, что $\pi_j = 4$ и записываем соотношения, которым должны удовлетворять элементы четвёртого уровня:

$$\begin{cases} \sigma_j (\lambda = 4) > 0 \\ \sigma_j (\lambda = 5) = 0 \end{cases}$$

Для A^4: $j = 9, 10$

Для A^5: $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Получаем, что элемент 9 – четвёртого уровня. Это соответствует нашей упорядоченной матрице.

Определим элементы пятого порядка. Для этого полагаем, что $\pi_j = 5$ и записываем соотношения, которым должны удовлетворять элементы пятого уровня:

$$\begin{cases} \sigma_j (\lambda = 5) > 0 \\ \sigma_j (\lambda = 6) = 0 \end{cases}$$

Для A^5: $j = 10$

Для A^6: $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$

Получаем, что элемент 10 – пятого уровня. Это соответствует нашей упорядоченной матрице.

2. *Определение “тактности” информационного графа:*

Для определения “тактности” воспользуемся соотношением $N = \max(\pi_j)$.

N = 5

Данная схема является пятитактной.

3. *Определение контуров в анализируемом графе:*

Поскольку на главных диагоналях ни одной из матриц ненулевые элементы отсутствуют, контуров в анализируемом графе нет.

4. *Определение входных элементов потока:*

Для этого обращаемся к матрице смежности А и выписываем из неё элементы, для которых $\sigma_j(\lambda = 1) = 0$.

Отсюда следует, что: $j = 1, 2, 3$. Таким образом, элементы X_1, X_2, X_3 – **входные элементы**. Обратимся, например, к восьмому элементу матрицы смежности X_9. Для этого элемента имеем: $\sigma_8(\lambda = 1) = 2$. Это означает, что для формирования элемента X_8 используется два других элемента.

5. *Определение выходных элементов потока:*

Обращаемся к матрице смежности А и находим строки, где $\sigma_i(\lambda = 1) = 0$. Получаем, что X_6, X_8, X_{10} – **выходные элементы**. Рассмотрим, к примеру, элемент X_4. Для этого элемента имеем: $\sigma_3(\lambda = 1) = 4$. Значит, элемент X_4 используется для формирования четырёх других элементов.

6. *Определение висящих вершин*

Из анализа матрицы смежности следует, что ситуация, когда $[\sigma_i(\lambda = 1) =$
$= \sigma_j(\lambda = 1) = 0 \; ; \; i = j]$ отсутствует, следовательно, висящих вершин в нашем графе нет.

7. *Определение путей длиной λ:*

Пусть, например, нас интересует путь длиной 2. Тогда полагаем $\lambda = 2$ и, следовательно, обращаемся к матрице A^{λ}. Рассмотрим элемент $A_{28}(\lambda = 2) = 2$. Это означает, что между элементами X_2 и X_8 существует два пути длиной 2.

8. *Определение всевозможной длины между двумя элементами:*

Обратимся к матрице достижимости $A_{\sum}$ и рассмотрим, например, элемент этой матрицы$A_{36}(\sum) = 2$. Это означает, что между элементами X_3 и X_6 всего существует два пути различной длины. Таким образом, элемент матрицы A^{λ} указывает число путей длиной λ, а элемент матрицы $A_{\sum}$ указывает все пути, не различая их по длине.

9. *Определение номера такта, после которого в памяти системы может быть “погашен” данный элемент:*

Обратимся к матрице смежности и рассмотрим, например, строчку, связанную с элементом X_2. Она участвует в формировании элементов X_4, X_5. Из этой же матрицы следует, что $\pi_4 = 2$, $\pi_5 = 3$, значит $\tau_2 = 3$.

10. *Определение числа тактов хранения анализируемого элемента:*

Найдем число тактов хранения для 2-ого элемента. Для этого используем соотношение: $t_2 = \tau_2 - \pi_2$. Получаем $t_2 = 3 - 0 = 3$, т.е. элемент необходимо хранить 3 такта.

4.3 Общий вывод:

Рассмотрим столбцы матрицы достижимости A_Σ. Обратим внимание на столбцы, соответствующие выходным элементам. Одним из наиболее “загруженных” цифрами является элемент X_8. Из этого столбца следует, что в формировании этого элемента участвуют элементы X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, причем элементы X_1 и X_2 трижды, а X_4 дважды. Наличие в столбце соответствующего элементу X_8 матрицы A_Σ большого числа элементов указывает на сложность формирования элемента X_8, что в свою очередь указывает на необходимость содержательного экономического анализа с целью попытки упрощения данного фрагмента этого графа.

Задача №5

Формулировка задачи:

Для анализа системы, представленной в виде графа на рис. 5, необходимо оценить количественно качество структуры системы и её элементов с позиций общесистемного подхода.

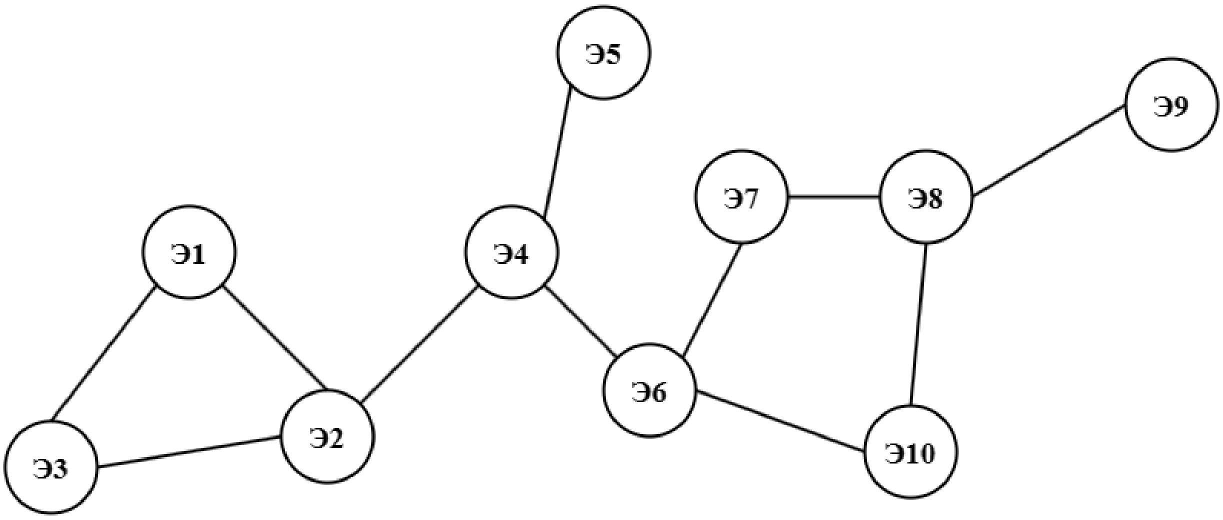

Рис. 5

Для данной структуры составим матрицу смежности А.

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		1	1							
2	1		1	1						
3	1	1								
4		1			1	1				
5				1						
6				1			1			1
7						1		1		
8							1		1	1
9								1		
10						1		1		

5.1 Условие связанности всех элементов в структуре

Для неориентированных графов связность всех элементов в структуре соответствует выполнению следующего условия:

$0,5\ \Sigma\Sigma a_{ij} \geq n - 1$

Где a_{ij} – элемент матрицы смежности, а n – число вершин в ней. В нашем случае имеем:

$0{,}5 \cdot 22 > 9$

Следовательно, *данный граф – связный*.

5.2 Структурная избыточность R

Где m – число ребер, n – число вершин. В данной структуре n=10, m=11. $R = (0{,}5\ \Sigma\Sigma a_{ij}) \cdot 1/(n-1) - 1 = m/(n-1) - 1$

В данной структуре n = 10, m = 11. $R = 11/9 - 1 = 2/9 > 0$

Поскольку $R > 0$, то в данной системе *присутствует структурная избыточность*.

5.3 Среднеквадратичное отклонение ε^2

Так как в системе присутствует структурная избыточность, необходимо учесть неравномерность распределения связей ε^2. Введем обозначение: ρ_i – степень вершины – число ребер, инцидентных вершине i. Справедливо следующее соотношение:

$m = 0{,}5\ \Sigma(\rho_i)$

При равномерном распределении связей все: ρ_i будут одинаковы, т.е.: $\Sigma(\rho_i) = n\rho$, отсюда: $\rho = 2m/n$.

Отклонение равно разности $(\rho_i - \bar{\rho})$. $\varepsilon^2 = \Sigma(\rho_i - \rho)^2$

Или, учитывая предыдущие соотношения:

$\varepsilon^2 = \Sigma(\rho_i)^2 - 4m^2/n$

Для данной системы:

$\varepsilon^2 = 2^2 + 3^2 + 2^2 + 3^2 + 1^2 + 3^2 + 2^2 + 3^2 + 1^2 + 2^2 - 4\times 11^2/10 = 54 - 48{,}4 = 5{,}6$

5.4 Структурная компактность

Пусть d_{ij} – минимальная длина пути из i-ой вершины в j-ую. Структурная компактность:

$Q = \Sigma\ \Sigma\ d_{ij}\ (i \neq j)$

Сумма всех минимальных цепей.

$\sum d_{1j} = 1 + 3 + 1 + 5 + 3 + 6 + 4 + 2 + 4\ (j \neq 1) = 29$

$\sum d_{2j} = 1 + 1 + 2 + 4 + 2 + 5 + 3 + 1 + 3\ (j \neq 2) = 22$

$\sum d_{3j} = 1 + 3 + 1 + 5 + 3 + 6 + 4 + 2 + 4\ (j \neq 3) = 29$

$\sum d_{4j} = 2 + 2 + 1 + 1 + 3 + 1 + 4 + 2 + 2\ (j \neq 4) = 18$

$\sum d_{5j} = 3 + 3 + 2 + 2 + 4 + 5 + 3 + 1 + 3\ (j \neq 5) = 26$

$\sum d_{6j} = 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 3 + 1 + 1 + 1\ (j \neq 6) = 18$

$\sum d_{7j} = 4 + 4 + 1 + 3 + 1 + 3 + 2 + 2 + 2\ (j \neq 7) = 22$

$\sum d_{8j} = 5 + 5 + 2 + 4 + 4 + 1 + 1 + 3 + 1\ (j \neq 8) = 26$

$\sum d_{9j} = 6 + 6 + 3 + 5 + 1 + 5 + 2 + 4 + 2\ (j \neq 9) = 24$

$\sum d_{10j} = 4 + 4 + 1 + 3 + 1 + 3 + 2 + 2 + 2\ (j \neq 10) = 22$

$Q = 236$

$Q_{отн} = Q/Q_{отн} – 1$

Где $Q_{отн} = n(n – 1)$ (Q – для полного графа) $Q_{отн} = 236/(10×9) – 1 = 73/45 = 1,6(2)$

5.5 Степень централизации в структуре γ

$\gamma = (n – 1)\ (2z_{max} – n)/((\ n – 2)\ z_{max})$ Где $z_{max} = Q/(2\ \Sigma\ d_{ij})_{min}$

Подставляя числовые значения, получаем:

$z_{max} = 236/(2 \cdot 18) = 59/9 = 6,(5)$

$\gamma = (9×(2×6,(5) – 10))/(8×6,(5)) = 63/118 \approx 0,5339$

5.6 Вывод

Таким образом, мы провели рассмотрение заданной структуры и вычислили ее основные структурно-топологическое характеристики. Эти характеристики имеют следующие числовые значения:

- Структурная избыточность R = 2/9

Так как этот параметр отражает превышение общего числа связей над общим необходимым числом связей, то чем ближе он к 0, тем лучше. Следовательно, найденное значение показывает, что потенциально рассмотренная система не обладает высокой надежностью из-за относительно небольшого значения параметра R.

- Среднеквадратичное отклонение $\varepsilon^2 = 5,6$

Так как этот параметр характеризует недоиспользованные возможности заданной структуры, то чем он меньше, тем лучше. Следовательно, связи распределены неравномерно.

- Структурная компактность Q=236; $Q_{отн.}$ =1,6(2)

Следовательно, система не обладает высокой надежностью из-за высокого значения относительного показателя структурной компактности.

- Диаметр структуры d = 6
- Степень централизации в структуре γ = 0,5339

Индекс центральности γ больше только относительно кольцевой структуры, что показывает, что связи и элементы распределены со средней равномерностью.