

Bài toán thỏa mãn ràng buộc

Trí tuệ nhân tạo

HK1, 2022 - 2023

Nội dung

- 1 Mô tả bài toán
- 2 Lan truyền ràng buộc: suy luận (inference) trong CSPs
- 3 Backtracking Search

Tìm kiếm gì?

- Các giả định: một tác tử duy nhất, các hành động xác định, trạng thái được quan sát đầy đủ, không gian trạng thái rời rạc
- Lập kế hoạch (Planning): chuỗi các hành động
 - Quan trọng: đường đi đến đích
 - Đường đi: chi phí, độ sâu (depth) khác nhau
 - Heuristics hướng dẫn theo vấn đề
- Nhận dạng (Identification): các phép gán cho các biến
 - Quan trọng: bản thân của trạng thái đích, không phải đường đến đích
 - Tất cả các đường đi cùng độ sâu
 - CSP dùng cho các bài toán nhận dạng

Mô tả bài toán

Bài toán thỏa mãn ràng buộc (constraint satisfaction problem): tập con của bài toán tìm kiếm. Bài toán gồm 03 thành phần

- X : tập hợp các biến $\{X_1, \dots, X_n\}$
- D : tập hợp các miền giá trị $\{D_1, \dots, D_n\}$ ứng với mỗi biến
- C : tập hợp các ràng buộc.

Ví dụ:

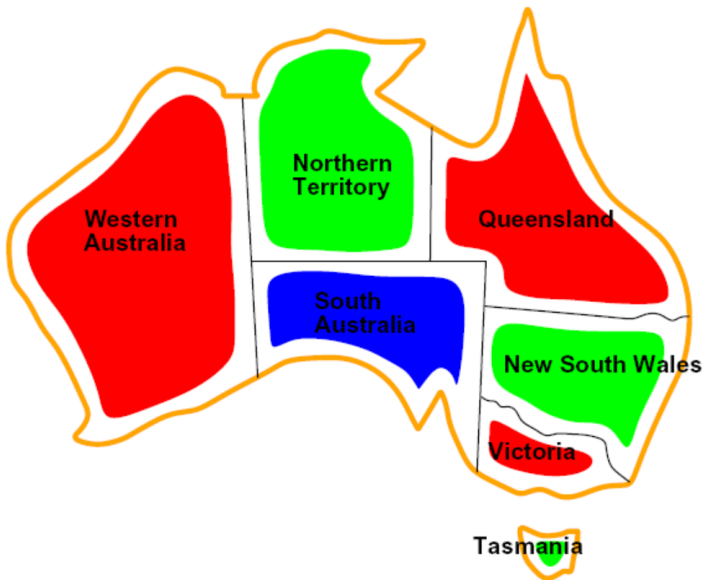
- 02 biến X_1, X_2
- Miền giá trị của 02 biến: $D_1 = D_2 = \{A, B\}$
- Ràng buộc: giá trị X_1 khác với giá trị X_2 thể hiện $\langle (X_1, X_2), X_1 \neq X_2 \rangle$

Mô tả bài toán

Giải quyết một CSP

- Trạng thái định nghĩa bằng một phép gán:
 $\{\dots X_i = v_i, X_j = v_j \dots\}$
- Phép gán **nhất quán/hợp lệ** (consistent/legal): không vi phạm ràng buộc nào
- Phép gán **trọn vẹn** (complete): tất cả các biến được gán giá trị
- Giải pháp (solution): phép gán hợp lệ, trọn vẹn

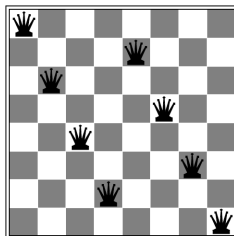
Ví dụ - Tô màu bản đồ



Ví dụ - Tô màu bản đồ

- Biến là các bang:
 $X = \{WA, NT, Q, NSW, V, SA, T\}$
- Miền giá trị cho mỗi biến:
 $D_i = \{red, green, blue\}$
- Ràng buộc:
 $C = \{SA \neq WA, SA \neq NT, SA \neq Q, SA \neq NSW, SA \neq V, WA \neq NT, NT \neq Q, Q \neq NSW, NSW \neq V\}$
- Giải pháp:
 $\{WA = red, NT = green, Q = red, NSW = green, V = red, SA = blue, T = red\}$

Ví dụ - 8 Queens



- Biến là vị trí các quân hậu tại các cột: $X = \{Q_1, \dots, Q_8\}$
- Miền giá trị cho mỗi biến: $D_i = \{1, \dots, 8\}$
- Ràng buộc: $Q_1 \neq Q_2, Q_1 \neq Q_2 - 1, Q_1 \neq Q_2 + 1, Q_1 \neq Q_3, Q_1 \neq Q_3 - 2, Q_1 \neq Q_3 + 2, \dots$
- Giải pháp: $\{Q_1 = 1, Q_2 = 3, Q_3 = 5, Q_4 = 7, Q_5 = 2, Q_6 = 4, Q_7 = 6, Q_8 = 8\}$

CSP như bài toán tìm kiếm

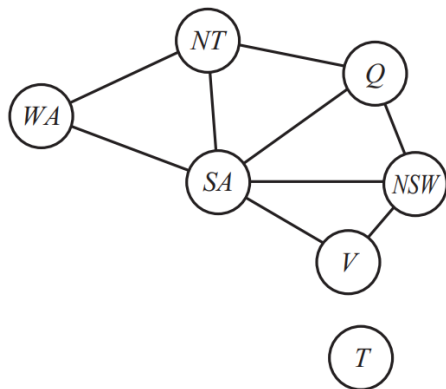
- **trạng thái (states):** phép gán nhất quán
- **trạng thái bắt đầu (initial state):** phép gán rỗng
- **hàm trạng thái kế tiếp:** gán một biến chưa được gán sao cho phép gán vẫn là nhất quán
- **kiểm tra đích:** phép gán trọn vẹn
- **chi phí đường đi:** hằng chi phí = 1 cho mỗi bước

Các kiểu ràng buộc

Ràng buộc có thể được phân loại bằng số lượng các biến mà nó phụ thuộc:

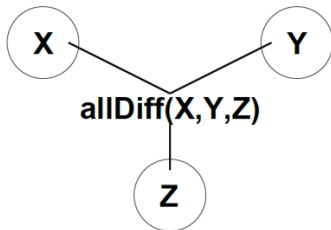
- **Ràng buộc đơn (unary constraint):** phụ thuộc vào một biến X_i
- **Ràng buộc nhị phân (binary constraint):** phụ thuộc vào 02 biến X_i và X_j , có thể biểu diễn bằng đồ thị ràng buộc
- **Ràng buộc bậc cao (n -ary constraint):** phụ thuộc *nhiều hơn 02 biến*

Đồ thị ràng buộc - Tô màu bản đồ

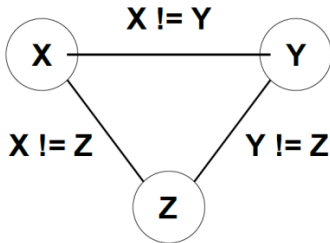


Ràng buộc bậc cao

Có thể giảm² thành ràng buộc nhị phân



constraint hypergraph



binarized constraint graph

Lan truyền ràng buộc



WA	NT	Q	NSW	V	SA	T
<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>
<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>
<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>

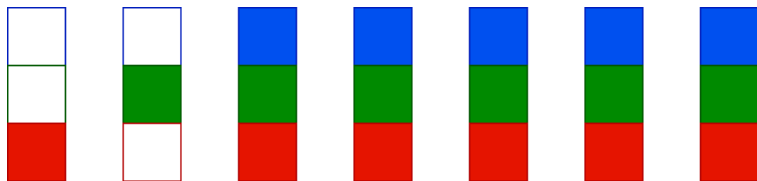
- NT và SA không thể cùng màu xanh (blue)
- Có cách kiểm tra sớm không?

Lan truyền ràng buộc

- Lan truyền ràng buộc (constraint propagation): sử dụng ràng buộc để *giảm số lượng giá trị hợp lệ của biến*
 - Đan xen với tìm kiếm
 - Tiền xử lý trước khi bắt đầu tìm kiếm
- Ý tưởng từ tính nhất quán cục bộ (local consistency): xem mỗi biến là một nút và mỗi ràng buộc nhị phân là một cung thì quá trình thực thi tính nhất quán cục bộ trong mỗi phần của đồ thị sẽ loại bỏ các giá trị không nhất quán

Nhất quán nút (node consistency)

- Một biến đơn gọi là nhất quán về nút (node-consistent) nếu:
 - tất cả giá trị trong miền giá trị thỏa mãn ràng buộc đơn của biến
 - một mạng ràng buộc được gọi là node-consistent nếu mọi biến là node-consistent
- Ví dụ: bổ sung thêm ràng buộc cho bài toán tô màu
 $WA = \text{red} \wedge NT = \text{green}$



WA

NT

SA

Q

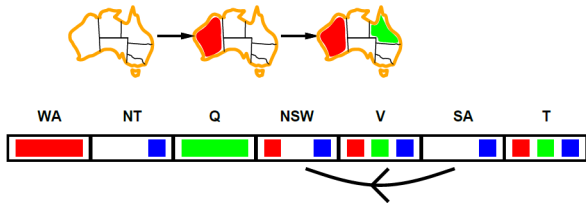
NSW

V

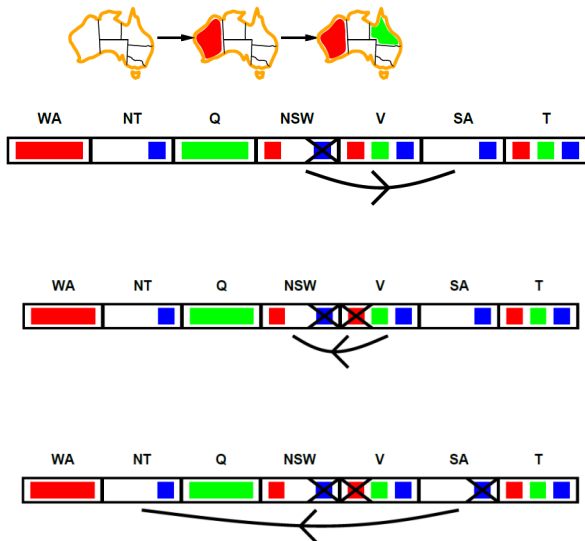
T

Nhất quán cung (arc consistency)

- Một biến đơn gọi là nhất quán về cung (arc-consistent) nếu:
 - mọi giá trị trong miền giá trị của nó thỏa mãn các ràng buộc của biến
 - X_i là arc-consistent đối với X_j nếu với mọi giá trị trong miền giá trị D_i sẽ có một giá trị trong miền D_j thỏa mãn cung (X_i, X_j)
 - Để (X_i, X_j) đảm bảo arc-consistent \Rightarrow loại bỏ giá trị trong D_i làm ràng buộc không thỏa mãn



Nhất quán cung (arc consistency)



Nhất quán cung (arc consistency)

function AC-3(*csp*) **returns** false if an inconsistency is found and true otherwise

inputs: *csp*, a binary CSP with components (X, D, C)

local variables: *queue*, a queue of arcs, initially all the arcs in *csp*

while *queue* is not empty **do**

$(X_i, X_j) \leftarrow \text{REMOVE-FIRST}(\text{queue})$

if REVISE(*csp*, X_i, X_j) **then**

if size of $D_i = 0$ **then return false**

for each X_k **in** $X_i.\text{NEIGHBORS} - \{X_j\}$ **do**

 add (X_k, X_i) to *queue*

return true

function REVISE(*csp*, X_i, X_j) **returns** true iff we revise the domain of X_i

revised \leftarrow false

for each x **in** D_i **do**

if no value y in D_j allows (x, y) to satisfy the constraint between X_i and X_j **then**

 delete x from D_i

revised \leftarrow true

return revised

Tìm kiếm quay lui (Backtracking Search)

- Giải thuật tìm kiếm được sử dụng phổ biến trong CSP
- dựa trên giải thuật tìm kiếm theo chiều sâu (DFS)
- Vấn đề đặt ra:
 - Thứ tự biến
 - Thứ tự giá trị

Tìm kiếm quay lui (Backtracking Search)

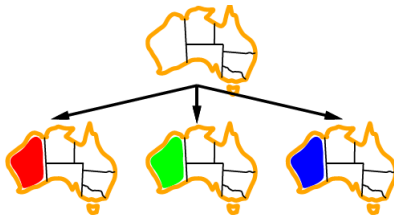
function BACKTRACKING-SEARCH(*csp*) **returns** a solution, or failure
 return BACKTRACK(*{ }*, *csp*)

function BACKTRACK(*assignment*, *csp*) **returns** a solution, or failure
 if *assignment* is complete **then return** *assignment*
 var \leftarrow SELECT-UNASSIGNED-VARIABLE(*csp*)
 for each *value* **in** ORDER-DOMAIN-VALUES(*var*, *assignment*, *csp*) **do**
 if *value* is consistent with *assignment* **then**
 add {*var* = *value*} to *assignment*
 inferences \leftarrow INFERENCE(*csp*, *var*, *value*)
 if *inferences* \neq failure **then**
 add *inferences* to *assignment*
 result \leftarrow BACKTRACK(*assignment*, *csp*)
 if *result* \neq failure **then**
 return *result*
 remove {*var* = *value*} and *inferences* from *assignment*
 return failure

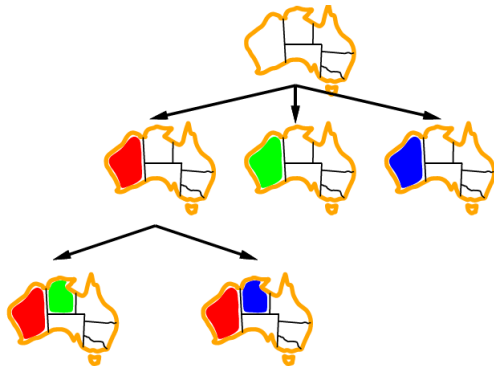
Ví dụ



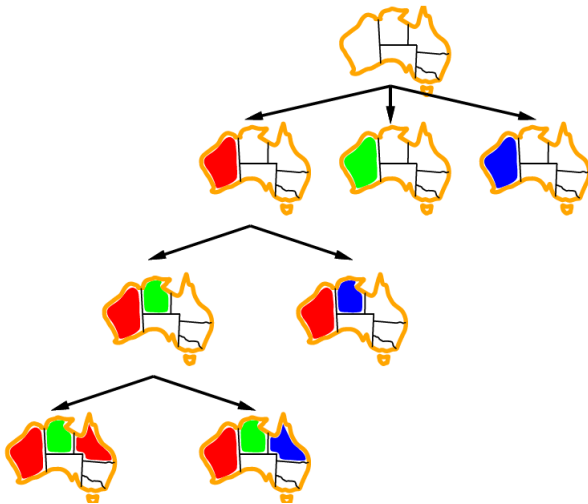
Ví dụ



Ví dụ

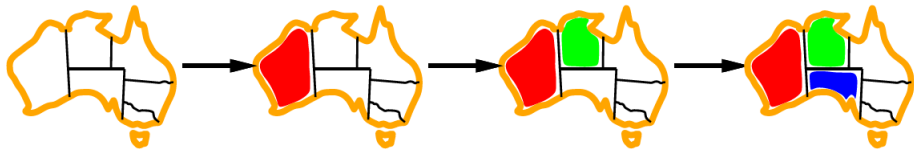


Ví dụ



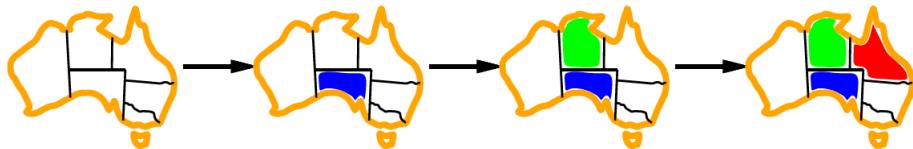
Thứ tự biến

Quy tắc ưu tiên các biến có tập giá trị hợp lệ nhỏ nhất - **minimum remaining values (MRV)**: chọn biến với số lượng tùy chọn giá trị ít nhất



Thứ tự biến

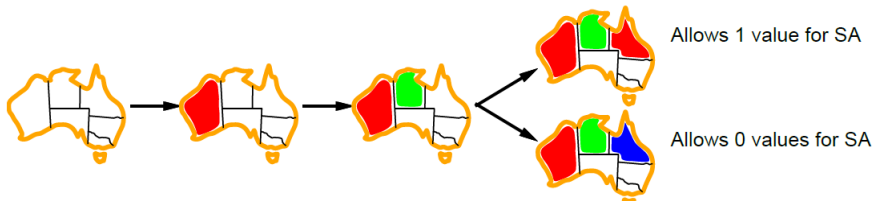
degree heuristics: chọn biến tham gia vào nhiều ràng buộc chưa được giải quyết nhất



Thứ tự biến

Giá trị ràng buộc ít nhất (least constraining value):

- chọn một giá trị loại trừ ít giá trị nhất trong các biến chưa được gán còn lại



Loại bỏ các lỗi sớm: Kiểm tra tiến (Forward checking)

- khi một giá trị được gán cho một biến, giá trị này sẽ không hợp lệ đối với biến khác sẽ bị xóa
- triển khai những sắp xếp heuristics tính toán ngầm định
- Ví dụ: $WA = red$ thì NT không thể là red
- nếu tất cả giá trị của một biến bị xóa \rightarrow DỪNG

Forward checking



Forward checking



WA	NT	Q	NSW	V	SA	T
<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>
<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>
<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>



WA	NT	Q	NSW	V	SA	T
<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>
<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>
<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>
<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>

Bài tập - 4 Queens

- biến?
- giá trị?
- ràng buộc?
- đồ thị ràng buộc?

Bài tập - Mạng ràng buộc nhị phân

Cho 4 biến: X_1, X_2, X_3, X_4

Miền giá trị: $D_1 = \{1, 2, 3, 4\}$, $D_2 = \{3, 4, 5, 8, 9\}$, $D_3 = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$, $D_4 = \{3, 5, 7, 8, 9\}$

Ràng buộc: $X_1 \geq X_2$, $X_2 > X_3$ or $X_3 - X_2 = 2$,
 $X_3 \neq X_4$

- Vẽ đồ thị ràng buộc
- Mạng arc-consistent? Nếu không, thực hiện việc chuyển đổi để thành arc-consistent.
- Đưa ra một giải pháp