1.
$$H(X) = -\frac{2}{3} + \log 3$$
.

$$H(Y) = -\frac{2}{3} + \log 3.$$

$$H(X|Y) = H(Y|X) = \frac{2}{3}.$$

$$H(X,Y) = \log 3.$$

$$I(X;Y) = -\frac{4}{3} + \log 3.$$

- 2. (a) $0.4\mathcal{N}(10,1) + 0.6\mathcal{N}(0, 8.4)$. $0.4\mathcal{N}(2,1) + 0.6\mathcal{N}(0,1.7)$. (b) $(4,0.8)^T$.
- 3. (a) $y|x \sim \mathcal{N}(Ax + b, Q)$. (b) $y \sim \mathcal{N}(A\mu_x + b, A\Sigma_x A^T + Q)$.
- 4. 将该问题写成一个优化问题,目标函数是最大化熵,约束包括均值和方差给定的约束,列出该优化问题的拉格朗日函数求解即可证明。
- 5. 事件 $A = \{$ 拿到芒果 $\}$, $B = \{$ 从第二个袋子拿到芒果 $\}$ 。

$$P(B \mid A) = \frac{0.4 \times 0.5}{0.6 \times \frac{2}{3} + 0.4 \times 0.5} = \frac{1}{3}.$$