作业 8

1. 只需证明 $h''(x) \geq 0$. 由 f, g 一阶导数同号，二阶导数导数大于零可知。

2. 由正定性先证明是凸优化，接下来可以用 KKT 条件验证是最优解

3. (a) 可行集 $[2, 4]$, 最优解 2, 最优值 5。
   (b) 略
   (c) $\lambda^* = 2, g^* = 5$。满足强对偶性。

4. $L(x, \lambda, v) = c^T x + \lambda^T (Gx - h) + v^T (Ax - b)$

令 x 偏导为 0，可知对偶问题为

$$\max\ -\lambda^T h - v^T b$$
$$s.t.\ \ v^T A + \lambda^T G + c^T = 0$$
$$\lambda \geq 0$$

5. 列出 Lagrange 函数和 KKT 条件可得方程

$$\left(\frac{1}{v-3}\right)^2 + \left(\frac{1}{v+1}\right)^2 + \left(\frac{1}{v+2}\right)^2 = 1.$$

$v = 4.035$ 时取得最优值 -5.3654，此时 $x_1 =$ -0.966, $x_2 = -0.1986, x_3 = -0.1657$