信息的表示和处理(1)

王晶

jwang@ruc.edu.cn，信息楼124

2024年9月

我们有必要知道的问题

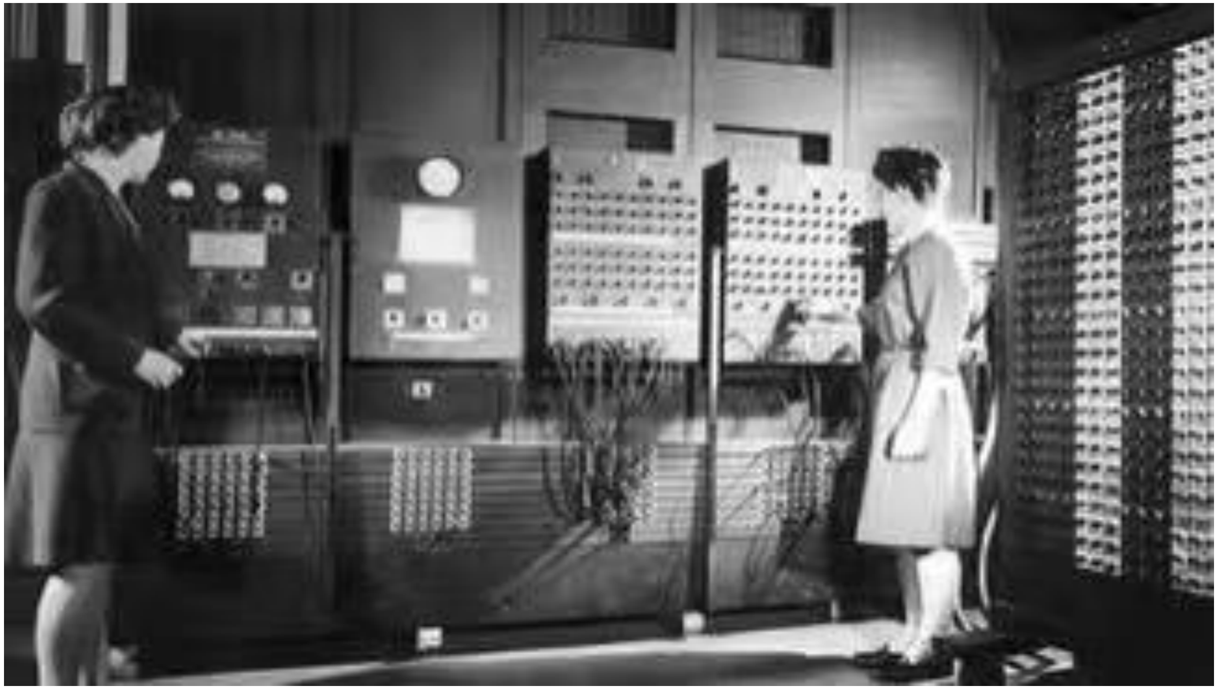
- 信息在机器里怎么表示?
- 当对其进行操作时会发生什么？会影响哪些属性?
- 计算结果溢出发生的临界条件?
- 哪些是可以操作的？如何实现这些操作?
- 哪些是不能做的?

本讲内容

- **Bit和Byte**
- 数字的机器表示

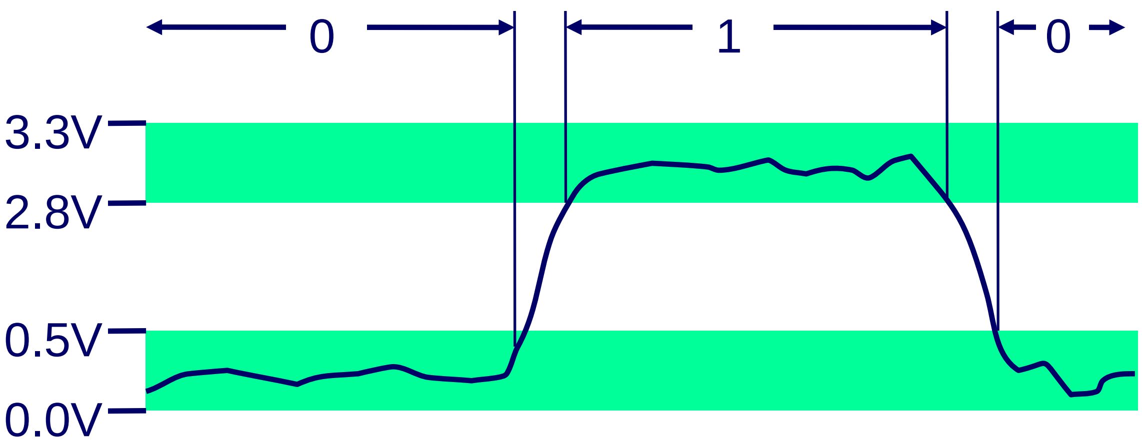
Why Bit?

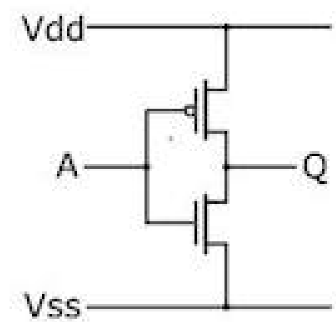
- 人类更习惯10进制（Decimal）
  - Base-10，10根手指
  - 已经使用超过1000年
  - 印度->阿拉伯->东西方



Why Bit?

- 模拟信号：连续，难存储，抗干扰能力差
- 数字信号：离散，易存储，便于逻辑运算
- 在计算机中表示信息方面，二进制比十进制更优秀
  - 对器件的要求低，
  - 简单、低成本、可靠
  - 提高电路密度





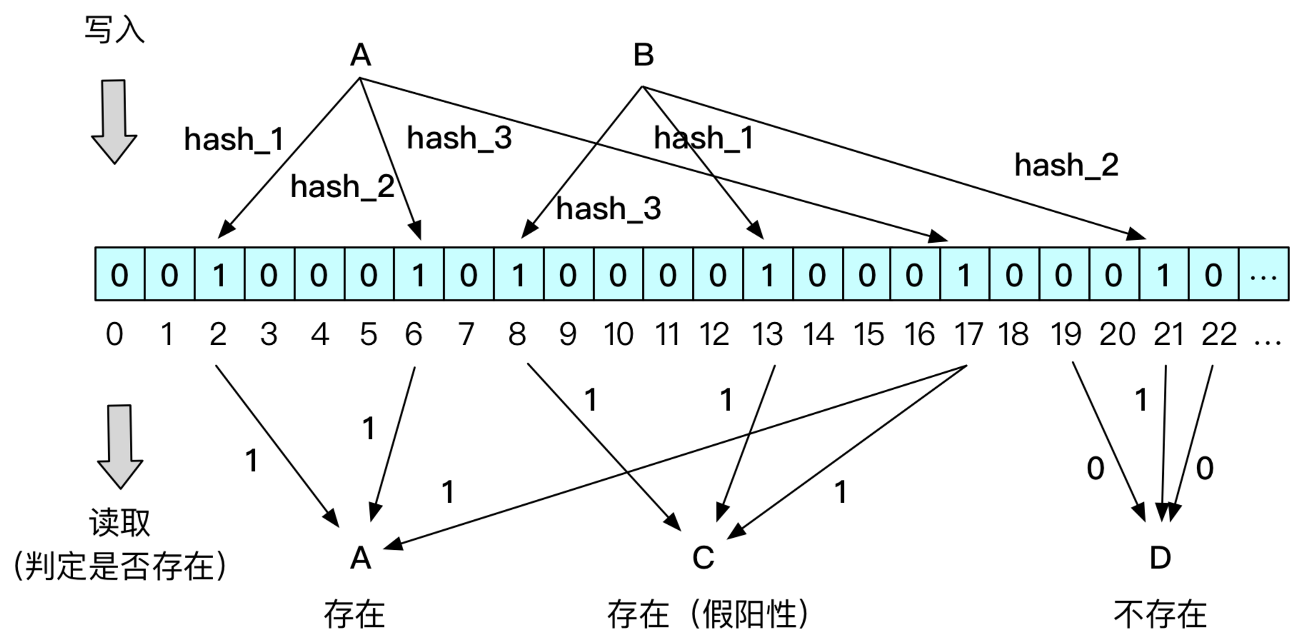
Binary is the most practical system to use!

Why Bit?

- 计算机使用二进制表示信息
  - 二进制数字
  - 二进制值在构建机器时效果更好
  - 存储和处理信息
- 现代计算机存储和处理
  - 表示为双值信号的信息
  - 这些二进制数字是位
- 比特是数字革命的基础

Group Bits

- 单个的bit没太大用（bitmap, bloomfilter）
  - 因为alphabet太小（只有0和1两个符号）



Group Bits

- 英文还是有大量的词汇（符号组合）
  - 英文的alphabet包括26个符号，单个符号的表达力更强
- 因此，我们也可以用bits(而不是bit)来表示信息
  - 首先把bits分成组
  - 然后给可能的bit组合不同的解释，赋予其一定含义
- 8-bit组成a byte
  - Dr. Werner Buchholz in July 1956
  - 在IBM Stretch计算设计的早期阶段

维纳・布赫霍尔兹

Why 8 bit?

Group bits as

Numbers — Three encodings

- **Unsigned** encoding
  - 表示大于等于0的整数
  - 采用传统的二进制数字表达的规则
  - unsigned short, unsigned int, unsigned long
- **Two's-complement** encoding（二进制补码）
  - 可表示正、负整数（有符号数）
  - 是最常见的一种编码（主流计算机的默认整型编码）
  - short, int, long
- **Floating point** encoding
  - 近似表示实数，无法表示所有实数（很大/很小都不行）
  - 底为2的科学计数法方式
  - float, double

Value of Bits

二进制串的值：

```
Bits        01010
```

Value $0*2^4+1*2^3+0*2^2+1*2^1+0*2^0 = 10$

世界上有10种人，
懂二进制的，
和不懂而二进制的！

Example Data Representations

C Data Type	Typical 32-bit	Typical 64-bit	x86-64
`char`	1	1	1
`short`	2	2	2
`int`	4	4	4
`long`	4	8	8
`float`	4	4	4
`double`	8	8	8
`long double`	−	−	10/16
pointer	4	8	8

‘int’ is not integer

- Overflow（溢出）
  - 200*300*400*500 = -884,901,888
  - 乘积超过了整数的表示范围
- 满足交换律和结合律
  - (500 * 400) * (300 * 200)
  - ((500 * 400) * 300) * 200
  - ((200 * 500) * 300) * 400
  - 400 * (200 * (300 * 500))

‘float’ is not real number

- **Overflow and Underflow**
- **结合律可能不成立**
  - **(3.14+1e20)-1e20 = 0.0**
  - **3.14+(1e20-1e20) = 3.14**

进制转换

进制：进位计数制，逢X进一

二进制转十进制：

二进制数$(N)_2$按权展开再相加，可计算得到该数的十进制表示。

$$(1101.0101)_2 = (1\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2 + 0\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0 + 0\cdot 2^{-1} + 1\cdot 2^{-2} + 0\cdot 2^{-3} + 1\cdot 2^{-4})_{10}$$

$$= (8+4+0+1+0+0.25+0+0.0625)_{10}$$

$$= (13.3125)_{10}$$

进制转换

十进制转二进制

```
Value         102(1100110)
Bits          102 = 51*2 + 0 (0)
              51  = 25*2 + 1 (1)
              25  = 12*2 + 1 (1)
              12  =  6*2 + 0 (0)
               6  =  3*2 + 0 (0)
               3  =  1*2 + 1 (1)
               1  =  0*2 + 1 (1)
```

进制转换

十进制数转换成二进制数

- 整数部分和小数部分**分别转换**，各自得出结果后再合并。
- 对整数部分，采用**除2取余数法**。其规则如下：
  - 将十进制数除以2，所得余数（0或1）即为对应二进制数最低位的值。
  - 然后对上次所得商除以2，所得余数即为二进制数次低位的值，
  - 如此进行下去，直到商等于0为止，最后得的余数是所求二进制数最高位的值。
- 对小数部分，采用**乘2取整数法**。其规则如下：
  - 将十进制数乘以2，所得乘积的整数部分即为对应二进制小数最高位的值，
  - 然后对所余数的小数部分部分乘以2，所得乘积的整数部分为次高位的值，
  - 如此进行下去，直到乘积的小数部分为0，或结果已满足所需精度要求为止。

进制转换

十进制数转换成二进制数

例如：将$(57.625)_{10}$转换成二进制。

•整数部分的转换：

2	57		
2	28	余1	最低位
2	14	余0	
2	7	余0	
2	3	余1	
2	1	余1	
	0	余1	最高位

所以得出：$(57)_{10} = (111001)_2$

进制转换

- 小数部分的转换：

$$\begin{array}{r} 0.625 \\ \times \quad 2 \\ \hline 1.250 \end{array} \quad 整数1 \quad 高位$$

$$\begin{array}{r} 0.250 \\ \times \quad 2 \\ \hline 0.500 \end{array} \quad 整数0$$

$$\begin{array}{r} 0.500 \\ \times \quad 2 \\ \hline 1.000 \end{array} \quad 整数1 \quad 低位$$

所以得出： $(0.625)_{10} = (0.101)_2$

总后得出： $(57.625)_{10} = (111001.101)_2$

十六进制Hexadecimal

- 十六进制的Alphabet中包含16个符号： ‘0’ to ‘9’ and ‘A’ to ‘F’
- Write $FA1D37B_{16}$ in C as
  - `0xFA1D37B` or
  - `0xfa1d37b` or
  - `FA1D37BH` or
  - `fa1d37bH`
- Byte = 8 bits
  - Binary 00000000_2 to 11111111_2
  - Decimal: 0_{10} to 255_{10}
  - Hexadecimal 00_{16} to FF_{16}

Hex	Decimal	Binary
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
A	10	1010
B	11	1011
C	12	1100
D	13	1101
E	14	1110
F	15	1111

Hexadecimal vs. Binary

```
0x173A4C
Hexadecimal      1    7    3    A    4    C
Binary         0001 0111 0011 1010 0100 1100

1111001010110110110011
Binary              11 1100 1010 1101 1011 0011
Hexadecimal          3    C    A    D    B    3
0x3CADB3
```

Hexadecimal vs. Decimal

```
Hexadecimal     0xA7
Decimal         10*16+7 = 167

Decimal         314156 = 19634*16 + 12 (C)
                 19634 =  1227*16 +  2 (2)
                  1227 =    76*16 + 11 (B)
                    76 =     4*16 + 12 (C)
                     4 =     0*16 +  4 (4)
Hexadecimal     0x4CB2C
```

填空题4分

设置

十六进制和二进制转换练习：

① 0x39A7F8 -> [填空1]

② 1100 1001 0111 1011 -> [填空2]

③ 0xD5E4C -> [填空3]

④ 10 0110 1110 0111 1011 0101 -> [填空4]

作答

主观题10分

设置

Decimal	Binary	Hexadecimal
167		
62		
188		
	0011 0111	
	1000 1000	
	1111 0011	
		0x52
		0xAC
		0xE7

作答

Octal

八进制

- 八进制数$(N)_8$按权展开再相加，可计算得到该数的十进制表示。
- **例如:**

$$(15.24)_8 = (1 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 + 2 \cdot 8^{-1} + 4 \cdot 8^{-2})_{10}$$

$$= (8+5+0.25+0.0625)_{10}$$

$$= (13.3125)_{10}$$

Octal

二进制数与八进制数之间的转换

- 因为$2^3=8$，所以3位二进制数与1位八进制数有直接对应关系，即3位二进制数可以直接写为1位八进制数， 1位八进制数也可以直接写为3位二进制数。
- 将二进制数转换为八进制数的方法是：有整数又有小数情况，以小数点为界，整数部分自右至左每3位分一组，最后不足3位时左边用0补足；小数部分自左至右每3位分一组，最后不足3位时右边用0补足。
- 将八进制数转换为二进制数的方法：将八进制数的每一位用等值的3位二进制数代替。

例：$(1101.0101)_2=(001\ 101.\ 010\ 100)_2=(15.\ 24)_8$

例：$(47.3)_8=(100111.011)_2$

设置

填空题3分

进制转换（二进制小数位最多保留4位）

$(157)_{10}$ = [填空1]$_2$

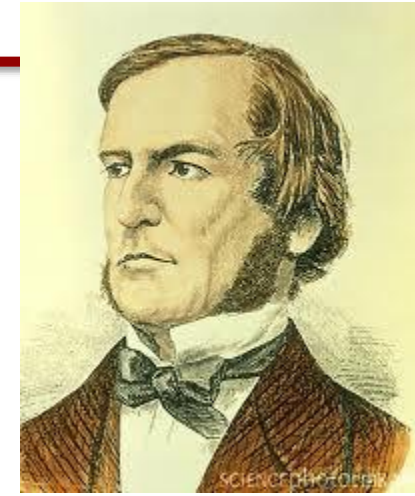
$(102.625)_{10}$ = [填空2]$_2$

$(36.15)_8$ = [填空3]$_{16}$

作答

Bit-level operations

布尔代数



- George Boole(1815-1864)发明
  - 逻辑的代数表示：
    - Encode “True” as 1
    - Encode “False” as 0
- Claude Shannon(1916–2001)建立了信息论
  - 建立布尔代数和数字逻辑之间的关联
- 在数字电路设计和分析中起到最重要的作用

布尔代数

And

A&B = 1 when both A=1 and B=1

&	0	1
0	0	0
1	0	1

Or

A|B = 1 when either A=1 or B=1

|	0	1
0	0	1
1	1	1

Not

~A = 1 when A=0

~	
0	1
1	0

Exclusive-Or (Xor)

A^B = 1 when either A=1 or B=1, but not both

^	0	1
0	0	1
1	1	0

布尔代数

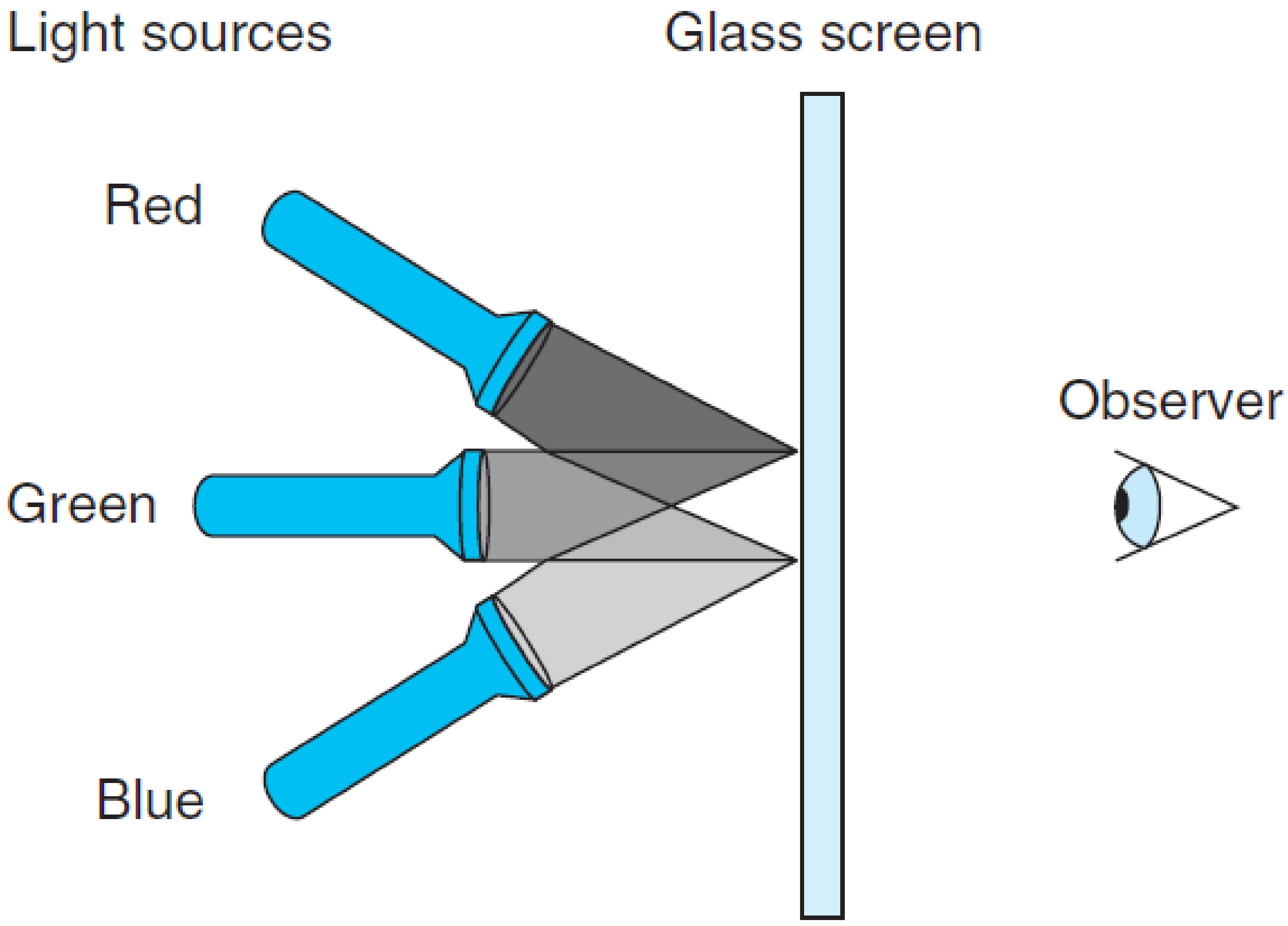
- Operate on Bit Vectors
  - Operations applied bitwise

```
    01101001       01101001       01101001
  & 01010101     | 01010101     ^ 01010101     ~ 01010101
    --------       --------       --------       --------
    01000001       01111101       00111100       10101010
```

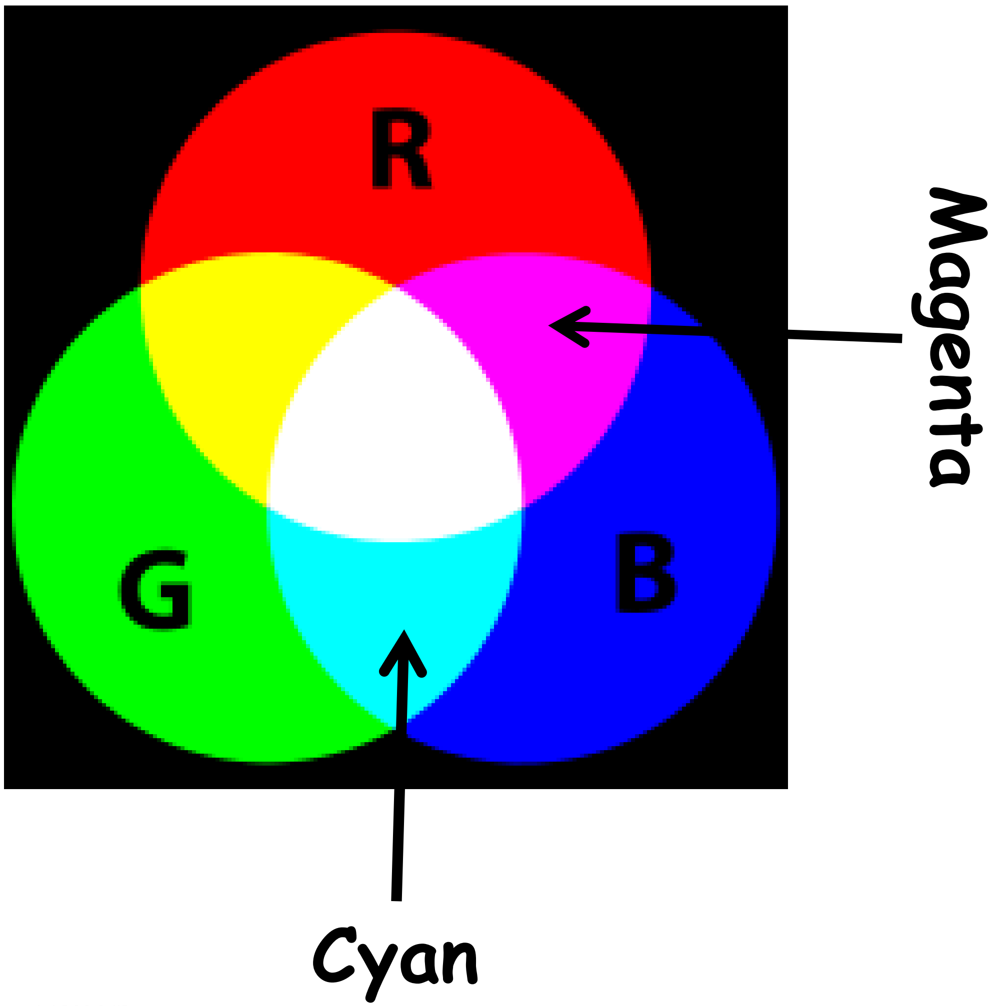
布尔代数

- 集合的形式表达
- 用宽度为w bit的向量表示子集 $\{0, \ldots, w\text{–}1\}$
  - $a_j = 1$ if $j \in A$
    - 01101001 $\{ 0, 3, 5, 6 \}$
    - 01010101 $\{ 0, 2, 4, 6 \}$
  - & Intersection 01000001 $\{ 0, 6 \}$
  - | Union 01111101 $\{ 0, 2, 3, 4, 5, 6 \}$
  - ~ Complement 10101010 $\{ 1, 3, 5, 7 \}$
  - ^ Symmetric difference 00111100 $\{ 2, 3, 4, 5 \}$

RGB Color Model



RGB Color Model



R	G	B	Color
0	0	0	Black
0	0	1	Blue
0	1	0	Green
0	1	1	Cyan
1	0	0	Red
1	0	1	Magenta
1	1	0	Yellow
1	1	1	White

RGB Color Model

R	*G*	*B*	Color
0	0	0	Black
0	0	1	Blue
0	1	0	Green
0	1	1	Cyan
1	0	0	Red
1	0	1	Magenta
1	1	0	Yellow
1	1	1	White

- 上面8种颜色各自的补色是什么？
- 一种颜色的补色是指：
    - 关掉刚才亮的灯
    - 打开刚才灭的灯
- 描述在下面颜色上应用以下布尔运算带来的效果：

Blue	|	Green	=
Yellow	&	Cyan	=
Red	^	Magenta	=

Bit-Level Operations in C

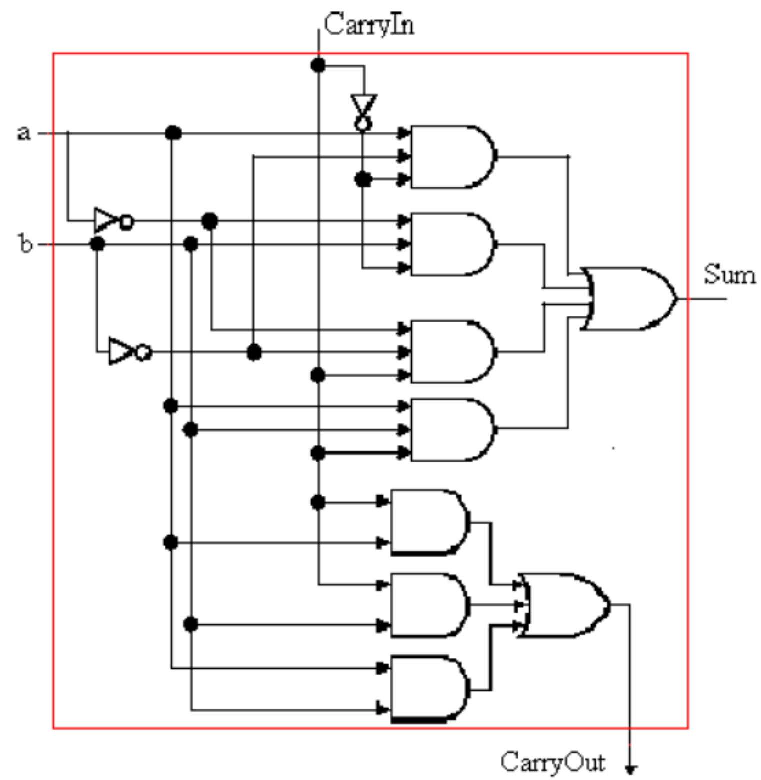
- Operations &, |, ~, ^ Available in C
  - 可以应用于任何整数数据类型
    - long, int, short, char
  - 将参数视为bit vectors
  - 参数中每一位对应去做位运算（并行）

Bit-Level Operations in C

- Examples (Char data type)
  - ~0x41 & 0xBE
    - $\sim 01000001_2$ & 10111110_2
  - ~0x00 & 0xFF
    - $\sim 00000000_2$ & 11111111_2
  - 0x69 & 0x55 & 0x41
    - 01101001_2 & 01010101_2 & 01000001_2
  - 0x69 | 0x55 | 0x7D
    - 01101001_2 | 01010101_2 | 01111101_2

Cool Stuff with Xor

- Bitwise Xor 可以用来做加法
  - 0+0 = 0
  - 1+1 = 0 (有额外进位)
  - 1+0=0+1=1
- 每个bit都是自己的加法逆元
  - 相加本位得0
  - A ^ A = 0
- Xor用于比较两个bit group是否相等
  - 每个bit都相等，则得到0
  - 有一个bit不等，则得到非0



Cool Stuff with Xor

```
int  inplace_swap(int *x, int *y)
{
   *x = *x ^ *y;    /* #1 */
   *y = *x ^ *y;    /* #2 */
   *x = *x ^ *y;    /* #3 */
}
```

Step	`*x`	`*y`
Begin	A	B
1	A^B	B
2	A^B	(A^B)^B = A^(B^B) = A^0 = A
3	(A^B)^A = (B^A)^A = B^(A^A) = B^0 = B	A
End	B	A

A^0=A
A^1=~A

Cool Stuff with Xor

```
void reverse_array(int a[], int cnt) {
        int first, last;
        for (first = 0, last = cnt-1;
                first <= last;
                first++,last--)
            inplace_swap(&a[first], &a[last]);
}
```

Mask Operations

- 掩码操作
- Bit pattern
  - 0xFF
    - Having 1s for the least significant eight bits
    - Indicates the lower-order byte of a word
- Mask Operation
  - X = 0x89ABCDEF
  - X & 0xFF =?
- 实现？？

清0

Mask Operations

- Write C expressions that work for any word size $w \geq 8$
- For x = 0x87654321, with $w = 32$
- The least significant byte of x, with all other bits set to 0
  - [0x00000021].

Mask Operations

- Bit pattern
  - 0xFF
- Mask Operation
  - X = 0x89ABCDEF
  - X | 0xFF =?
- 实现？？
- **置1**

Mask Operations

- Bit pattern
  - 0xFF
- Mask Operation
  - X = 0x89ABCDEF
  - X ^ 0xFF =?
- 实现？？
- 取反

Mask Operations

- 掩码操作功能总结
  - 与操作
    - 保留某些位，其他位设为0
  - 或操作
    - 某些位强制置1
  - 异或操作
    - 某些位取反 (mask的对应位为1时)

课堂练习: Bis & Bic

- DEC公司的VAX计算机：没有And和Or指令，只有bis和bic指令：Set result z to x and modify it
- z = bis (int x, int m) (bit set)
  - Set result z to 1 at each bit position where m is 1
- z = bic(int x, int m) (bit clear)
  - set result z to 0 at each bit position where m is 1
- Use bis and bic to implement
  - Or(int x, int y)
  - Xor(int x, int y)

Void Or (int x, int y) { bis(x, y); }
Bic(x, y)相当于And(x, -y)
A^B=A(~B)+(~A)B
Void Xor (int x, int y) { bis(bic(x,y), bic(y,x)); }

Logical Operations in C

- Bit level Operations &, |, ~, ^
  - 置1，清零0，取反
- Logical Operators
  - &&, ||, !
    - 将0视为“False”
    - 任何非0值都被视为“True”
    - 总是return 0 or 1
    - 提前终止 (短路表达式)

Logical Operations in C

- Examples (char data type)
  - `!0x41  -->  0x00`
  - `!0x00  -->  0x01`
  - `!!0x41 -->  0x01`
  - `0x69 && 0x55  -->  0x01`
  - `0x69 || 0x55  -->  0x01`

Short Cut in Logical Operations

- a && 5/a
  - If a is zero, the evaluation of 5/a is stopped
  - avoid division by zero
- 练习：Using only bit-level and logical operations
  - Implement x == y
  - it returns 1 when x and y are equal, and 0 otherwise

！（x^y）

Shift Operations in C

- Left Shift: x << y
  - 将bit-vector x左移y位
    - 左边多出来的bits丢掉
    - 右边补0

Argument x	01100010
<< 3	00010*000*

Argument x	10100010
<< 3	00010*000*

Shift Operations in C

- Right Shift: x >> y
  - 将bit-vector x向右移动y位
    - 丢掉右边额外的bits
  - **逻辑移位**（无符号数）
    - 左边补0
  - **算数移位**（有符号数）
    - 左边总是补入最左边的符号位
    - 在补码表示时很有用（移动后保持数字符号不变，正数->正数，负数->负数）
  - 未定义的行为
    - Shift amount < 0 or ≥ word size

Argument x	01100010
Log. >> 2	*00*011000
Arith. >> 2	*00*011000

Argument x	10100010
Log. >> 2	*00*101000
Arith. >> 2	*11*101000

Shift Operations in C

- What happens ?
  - int lval = 0xFEDCBA98 << 32;
  - int aval = 0xFEDCBA98 >> 36;
  - unsigned uval = 0xFEDCBA98u >> 40;
- It may be
  - lval   0xFEDCBA98   (0)
  - aval   0xFFEDCBA9   (4)
  - uval   0x00FEDCBA   (8)
- Be careful about
  - 1<<2 + 3<<4 means 1<<(2 + 3)<<4

课堂练习

- 写出代码实现如下函数：
  - /* Return 1 when x contains an even number of 1s; 0 otherwise.
  - Assume w=32 */
  - int even_ones (unsigned x);
  - 你的代码最多只能包括12个算术运算、位运算和逻辑运算。
  - C语言中的位运算：&, |, ~, ^ (与、或、非、异或); 移位运算<<，>>

课堂练习（答案）

```
int even_ones (unsigned x) {
        x=x^(x>>16);
        x=x^(x>>8);
        x=x^(x>>4);
        x=x^(x>>2);
        x=x^(x>>1);
        return !(x&1);
}
```

课堂练习

写出代码实现以下函数：

/* * Generate mask indicating leftmost 1 in x. Assume w=32

* For example, 0xFF00 -> 0x8000, and 0x6000 -> 0x4000.

* If x = 0, then return 0 */

int leftmost_one(unsigned x);

可以假设x是32位的int类型，代码最多包含15个算数运算、位运算或逻辑运算。

提示：现将x转为[0…01…1]的位向量

x = x | x>>1;

```
  0 1 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
|   0 1 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
-----------------------------------
  0 1 1 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
```

x = x | x>>2;

```
  0 1 1 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
|     0 1 1 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
-----------------------------------
  0 1 1 1 1 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
```

x = x | x>>4;

```
  0 1 1 1 1 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
|         0 1 1 1 1 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
-----------------------------------
  0 1 1 1 1 1 1 1 1 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
```

```
x = x | x>>8;

 0 1 1 1 1 1 1 1 1 x x x x x x x x x x x x x x x x x x x x x x
|                0 1 1 1 1 1 1 1 1 x x x x x x x x x x x x x x x x x x
 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 x x x x x x x x x x x x x x

x = x | x>>16;

 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 x x x x x x x x x x x x x x x
|                                0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 x x x
 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

x = x &(~x>>1);

 100000000000000000000000000000000

| 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
 0100000000000000000000000000000000
```

```c
/*
 * Generate mask indicating leftmost 1 in x. Assume w=32
 * For example, 0xFF00 -> 0x8000, and 0x6000 -> 0x4000.
 * If x = 0, then return 0
 */
int leftmost_one(unsigned x) {
  /*
   * first, generate a mask that all bits after leftmost one are one
   * e.g. 0xFF00 -> 0xFFFF, and 0x6000 -> 0x7FFF
   * If x = 0, get 0
   */
  x |= x >> 1;
  x |= x >> 2;
  x |= x >> 4;
  x |= x >> 8;
  x |= x >> 16;
  /*
   * then, do  mask & (~mask >> 1), reserve leftmost bit one
   * that's we want
   */
  return x & (~x >> 1);
}
```

课堂练习：bitCount

- Returns number of 1's a in word
- Examples: bitCount(5) = 2, bitCount(7) = 3
- Legal ops: ! ~ & ^ | + << >>
- Max ops: 40

Sum 8 groups of 4 bits each

```
int bitCount(int x) {
    int m1 = 0x11 | (0x11 << 8);
    int mask = m1 | (m1 << 16);
    int s = x & mask;
    s += x>>1 & mask;
    s += x>>2 & mask;
    s += x>>3 & mask;
    s = s + (s >> 16);
    mask = 0xF | (0xF << 8);
    s = (s & mask) + ((s >> 4) & mask);
    return (s + (s>>8)) & 0x3F;
}
```

```
int m1 = 0x11 | (0x11 << 8);
int mask = m1 | (m1 << 16);
s = x & mask;
```

Mask:

00010001000100010001000100010001

11000010010110111111010001111000
00010001000100010001000100010001

00000000000100010001000000010000

x & mask;

```
  1100 0010 0101 1011 1111 0100 0111 1000
& 00010001000100010001000100010001
  --------------------------------
  00000000000100010001000000010000
```

x >>1& mask;

```
  1100 0010 0101 1011 1111 0100 0111 1000
& 00010001000100010001000100010001
  --------------------------------
  00000001000000010001000000010000
```

x >>2& mask;

```
  1100 0010 0101 1011 1111 0100 0111 1000
& 00010001000100010001000100010001
  --------------------------------
  00010000000100000001000100010000
```

x >>3& mask;

```
  1100 0010 0101 1011 1111 0100 0111 1000
& 00010001000100010001000100010001
  --------------------------------
  00010000000000010001000000000001
```

x & mask;

1100	0010	0101	1011	1111	0100	0111	1000

&

00000000000100010001000000010000

x >>1& mask;

1100	0010	0101	1011	1111	0100	0111	1000

&

00000001000000010001000000010000

x >>2& mask;

1100	0010	0101	1011	1111	0100	0111	1000

&

00010000000100000001000100010000

x >>3& mask;

1100	0010	0101	1011	1111	0100	0111	1000

&

00010000000000010001000000000001

x & mask;

00000000000100010001000000010000

x >>1& mask;

00000001000000010001000000010000

x >>2& mask;

00010000000100000001000100010000

x >>3& mask;

00010000000000010001000000000001

S+=x & mask;

S+=x >>1& mask;

S+=x >>2& mask;

S+x >>3& mask;

	1100	0010	0101	1011	1111	0100	0111	1000
	0000	0000	0001	0001	0001	0000	0001	0000
	0000	0001	0000	0001	0001	0000	0001	0000
	0001	0000	0001	0000	0001	0001	0001	0000
&	0001	0000	0000	0001	0001	0000	0000	0001
	0010	0001	0010	0011	0100	0001	0011	0001

00100001001000110100000100110001

0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1

```
s = s + (s >> 16);
```

+

```
mask = 0xF | (0xF << 8);
s = (s & mask) + ((s >> 4) & mask);
```

0 1 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 1 0 0

+

0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1

+

```
(s + (s>>8)) & 0x3F
```

$\underbrace{1\ 0\ 0\ 0\ 1}_{17}$

68

方法二

```
// Create masks
M5 = ~((-1) << 32);     // 0³²1³²
M4 = M5 ^ (M5 << 16); // (0¹⁶1¹⁶)²
M3 = M4 ^ (M4 << 8);   // (0⁸1⁸)⁴
M2 = M3 ^ (M3 << 4);   // (0⁴1⁴)⁸
M1 = M2 ^ (M2 << 2);   // (0²1²)¹⁶
M0 = M1 ^ (M1 << 1);   // (01)³²
// Compute popcount
x = ((x >> 1) & M0) + (x & M0);
x = ((x >> 2) & M1) + (x & M1);
x = ((x >> 4) + x) & M2;
x = ((x >> 8) + x) & M3;
x = ((x >> 16) + x) & M4;
x = ((x >> 32) + x) & M5;
```

Notation:

$x^k = \underbrace{xx\cdots x}_{k\text{ times}}$

1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0

	1 1	0 0	0 0	1 0	0 1	0 1	1 0	1 1	1 1	1 1	0 1	0 0	0 1	1 1	1 0	0 0
+																
	1 0	0 0	0 0	0 1	0 1	0 1	0 1	1 0	1 0	1 0	0 1	0 0	0 1	1 0	0 1	0 0

X&M0

(X>>1)&M0

1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0

1 0 0 0 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 0 0 X&M0

\+ 1 0 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 (X>>1)&M0

---

1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 0 1 0 0 X&M1

(X>>2)&M1

1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0

	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	X&M0
+	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	(X>>>1)&M0

	00	01	01	10	10	00	10	00	X&M1
+	10	00	01	01	10	01	01	01	(X>>>2)&M1
	0010	0001	0010	0011	0100	0001	0011	0001	

1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0

1 0 0 0 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 0 0 X&M0

\+ 1 0 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 (X>>>1)&M0

---

00 01 01 10 10 00 10 00 X&M1

\+ 10 00 01 01 10 01 01 01 (X>>>2)&M1

---

0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1

11000010010110111111010001111000

	1 0 0 0 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 0 0	X&M0
+	1 0 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0	(X>>1)&M0
	00 01 01 10 10 00 10 00	X&M1
+	10 00 01 01 10 01 01 01	(X>>2)&M1
	0001 | 0011 | 0001 | 0001	X&M2
+	0010 | 0010 | 0100 | 0011	(X>>4)&M2
	11000010 | 01011011 | 00000101 | 00000100	

1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0

1 0 0 0 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 0 0 X&M0

\+ 1 0 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 (X>>1)&M0

---

00 01 01 10 10 00 10 00 X&M1

\+ 10 00 01 01 10 01 01 01 (X>>2)&M1

0001 0011 0001 0001 X&M2

\+ 0010 0010 0100 0011 (X>>4)&M2

---

0 1 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 X&M3

\+ 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 (X>>8)&M3

---

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1

1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0

	1 0 0 0 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 0 0	X&M0
+	1 0 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0	(X>>1)&M0
	00 01 01 10 10 00 10 00	X&M1
+	10 00 01 01 10 01 01 01	(X>>2)&M1
	0001 0011 0001 0001	X&M2
+	0010 0010 0100 0011	(X>>4)&M2
	0 1 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 0 0	X&M3
+	1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1	(X>>8)&M3
	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1	X&M4
	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0	(X>>16)&M4

1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0

1 0 0 0 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 0 0 X&M0

\+ 1 0 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 (X>>1)&M0

00 01 01 10 10 00 10 00 X&M1

\+ 10 00 01 01 10 01 01 01 (X>>2)&M1

0001 0011 0001 0001 X&M2

\+ 0010 0010 0100 0011 (X>>4)&M2

0 1 0 1 1 0 1 1   0 0 0 0 0 1 0 0 X&M3

\+ 1 1 0 0 0 0 1 0   0 0 0 0 0 1 0 1 (X>>8)&M3

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 X&M4

\+ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 (X>>16)&M4

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1

17

作业及实验

- Homework1提交
  - 时间：9.27
  - 形式：pdf文件，上传obe.ruc.edu.cn
- **内容：**Lab1 DataLab
  - 用C语言的位运算、移位运算实现一些操作
  - 运算符数量有严格的限制
    - 充分利用bit的“并发性”
  - Rating: 1~4
  - 21道题目
  - 时间：3周