

Summer festival meeting

Writer : platypus

概要

- ▶ 3つの整数 X, Y, Z が与えられる。
- ▶ 以下の操作を 10^{100} 回繰り返す
 1. $Y-Z, Z-X, X-Y$ をそれぞれ x, y, z に代入する
 2. x, y, z をそれぞれ X, Y, Z に代入する
- ▶ X, Y, Z のいずれかが0になることはあるか？あるとしたら何回目か？

計算

X	Y	Z
X	Y	Z

計算

X	Y	Z
X	Y	Z
$Y-Z$	$Z-X$	$X-Y$

計算

X	Y	Z
X	Y	Z
$Y-Z$	$Z-X$	$X-Y$
$Z-2X+Y$	$X-2Y+Z$	$Y-2Z+X$

計算

X	Y	Z
X	Y	Z
$Y-Z$	$Z-X$	$X-Y$
$Z-2X+Y$	$X-2Y+Z$	$Y-2Z+X$
$-3Y+3Z$	$-3Z+3X$	$-3X+3Y$

計算

X	Y	Z
X	Y	Z
Y-Z	Z-X	X-Y
Z-2X+Y	X-2Y+Z	Y-2Z+X
-3Y+3Z	-3Z+3X	-3X+3Y

-3倍になっている!!!

3倍…？

- ▶ 実は、3つの数字は、一回目および二回目ともにどの数字も0にならない場合、永遠に0になることはない
- ▶ なぜなら、3回目の操作を終えると1回目の操作の数字の-3倍になっているから
- ▶ 結局それ以降の*i*回目についても、*i*-2回目の操作の数字の-3倍になってしまう
- ▶ 0でない数字はいくら-3倍しても非0のまま！
- ▶ よって2回操作を行って0にならなかったら答えは-1なので、計算量は $O(1)$