Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ Фундаментальные науки

КАФЕДРА Прикладная математика

ДОМАШНЯЯ РАБОТА ПО КУРСУ

«Математические модели прикладной механики»

Вариант 8

Студент ФН2-81Б (Группа) _______________ (Подпись, дата) В. Г. Пиневич (И. О. Фамилия)

Преподаватель _______________ (Подпись, дата) И. Ю. Савельева (И. О. Фамилия)

2024 г.

Оглавление

1. Постановка задачи

Провести расчет изменения параметров газообразных продуктов сгорания топлива при их адиабатическом истечении через сопло ракетного двигателя. Продукты сгорания соответствуют модели совершенно невязкого(идеального) газа. Вычислить площади F_*, F_3 и диаметры D^*, D_3 критического и выходного сечений сопла соответственно. Используя формулу Вентцеля, вычислить скорость ω истечения газа из сопла и затем по следующей из закона сохранения импульса(количества движения) формуле $P = \dot{m}\omega + (p_3 - p_0)\, F_3$, где p_0 — давление окружающей среды, рассчитать силу P тяги двигателя при его работе на Земле и в пустоте. Построить графики зависимостей давления p, температуры T, плотности r и скорости u газового потока от относительной площади $\overline{F} = F/F_* \in [1, F_3/F_*]$ поперечного сечения сверхзвуковой части сопла.

2. Решение

Рассмотрим адиабатический процесс движения газа. Объемные источники тепловыделения отсутствуют, следовательно процесс изоэнтропический. Так как процесс адиабатический, справедливо следующее выражение:

$$\frac{T}{p^{\kappa-1}} = \frac{T_1}{p_1^{\kappa-1}}, \kappa = \frac{c_p}{c_u} \tag{1}$$

Из уравнения состояния совершенного газа

$$p = \rho R_g T$$

получим выражения для плотности газа в камере сгорания

$$\rho_1 = \frac{p_1}{R_g T_1}$$

из соотношения (1) следует, что

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{\rho_3}{\rho_1}^{\kappa-1} = \frac{p_3}{p_1}^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

выразим и найдем плотность газа в выходном сечении

$$\rho_3 = \rho_1 \left(\frac{p_3}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

Найдем площадь критического состояния из соотношения

$$\frac{\dot{m}}{F_*} = \sqrt{\frac{2\kappa R_g T_1^*}{\kappa - 1} \rho_3^2 \left(1 - \left(\frac{p_3}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)}$$

Найдем площадь критического сечения из соотношения

$$\frac{\dot{m}}{F_*} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}} \sqrt{\kappa \rho_1 p_1}$$

С помощью формулы Вентцеля вычислим скорость ω истечения газа из сопла

$$u = \sqrt{\frac{2\kappa R_g T_1^*}{\kappa-1}} \left(1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)$$

По формуле, следующей из закона сохранения импульса

$$P = \dot{m}\omega + (p_3 - p_0) F_3$$

Рассчитаем силу P тяги двигателя при его работе на Земле (P_e) и в пустоте(P_0). Атмосферное давление на Земле p_e будем считать равным 1 атмосфере (10^5 Па). При работе двигателя в пустоте давление снаружи равно нулю. Таким образом, выражесния для силы тяги примут вид

$$P_e = \dot{m}\omega + (p_3 - p_e) F_3 P_0 = \dot{m}\omega + p_3 F_3$$

Определим характеристики газа в критическом сечении

$$\frac{p_*}{p_1} = \frac{2}{\kappa+1}^{\frac{\kappa}{\kappa+1}}$$

Из закона сохранения массы

$$\frac{\dot{m}}{F_*} = \rho_* u_* \to u_* = \frac{\dot{m}}{\rho_* F_*}$$

Результаты вычислений:

$$\begin{cases} F_* = 0.033, \\ F_3 = 1.19, \\ D_* = 0.21, \\ D_3 = 1.23, \\ \omega = 3701.83, \\ P_e = 1.17 \cdot 10^6, \\ P_0 = 1.29 \cdot 10^6 \end{cases}$$

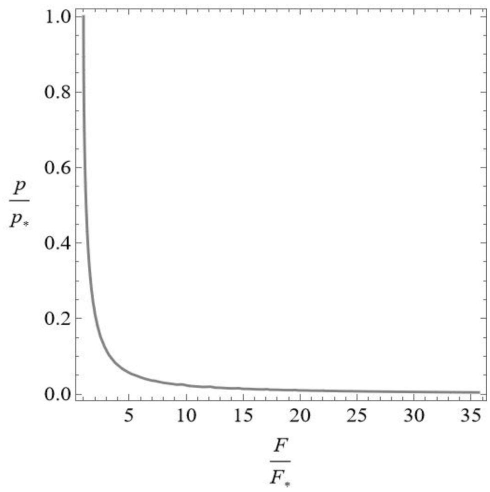

Рис. 1. Зависимость P от $\overline{F}$

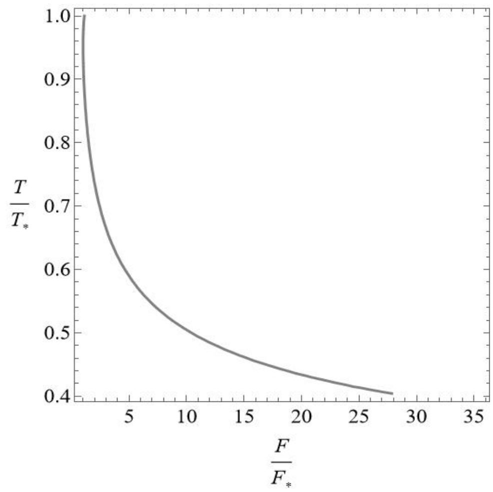

Рис. 2. Зависимость T от $\overline{F}$

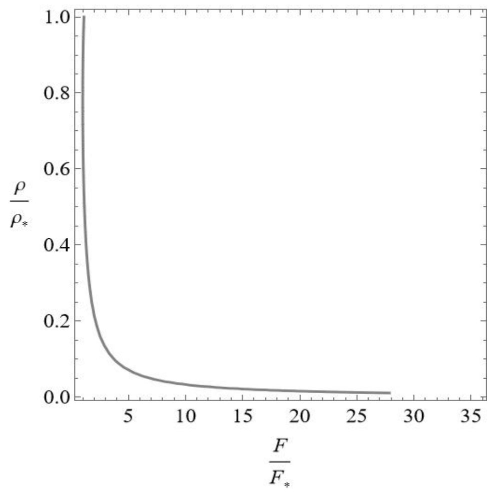

Рис. 3. Зависимость ρ от $\overline{F}$

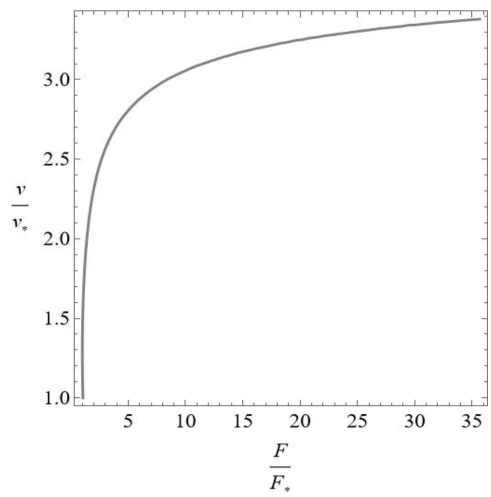

Рис. 4. Зависимость u от $\overline{F}$