Аэроупругая модель сегментного надроторного кольца

Докладчик: Пиневич В. Г.
Научный руководитель: Селиванов А. В.

группа ФН2-81Б

27 июня 2024 г.

Практическое применение

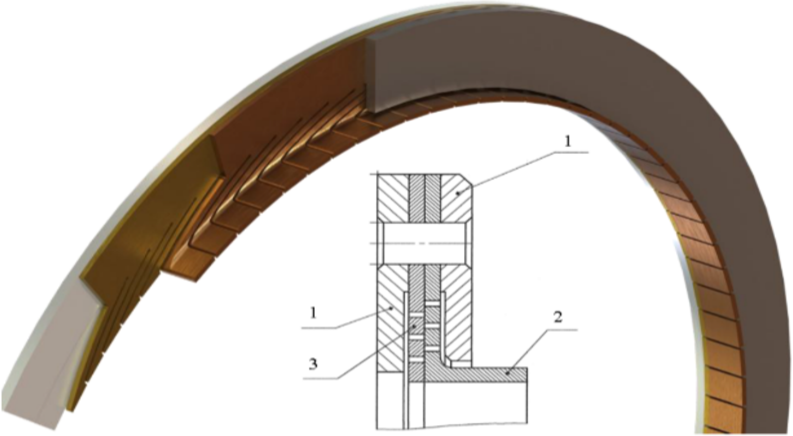


Схема сегментного надроторного кольца (на примере пальчикового уплотнения)

Постановка задачи

1. Построить модель для исследования положения равновесия сегментов надроторного кольца в потоке жидкости.
2. Исследовать устойчивость найденного положения равновесия.

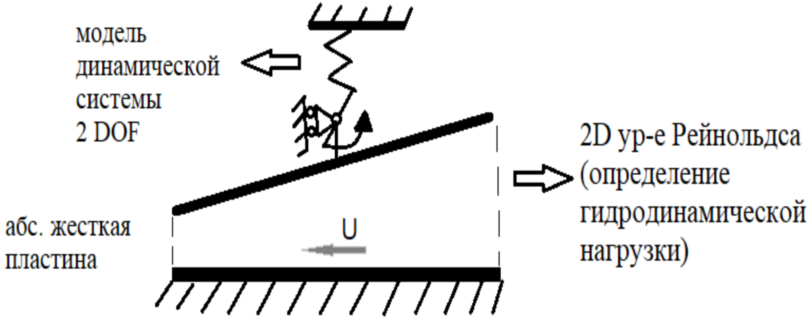


Схема модели

Уравнение Рейнольдса

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial z}\right)=6\mu U\frac{\partial h}{\partial x}$$

‘

Граничные условия

$p(x,0)=p_{в}$
$p(0,z)=p(L,z)=p(x,L)=p_{н}$

$h=h(x,z)$ — функция зазора
$p=p(x,z)$ — давление жидкости
μ — коэффициент вязкости
U — скорость ротора

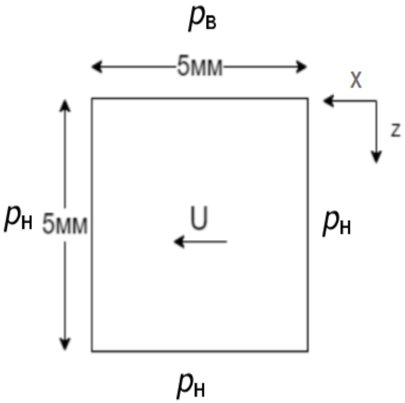


Схема расчетной области

Решение уравнения Рейнольдса МКЭ

Функции формы

$$\begin{cases} N_1 = 1 - \frac{\xi}{L} - \frac{\zeta}{H} + \frac{\xi\zeta}{LH}, \\ N_2 = \frac{\xi}{L} - \frac{\xi\zeta}{LH}, \\ N_3 = \frac{\xi\zeta}{LH}, \\ N_4 = \frac{\zeta}{H} - \frac{\xi\zeta}{LH} \end{cases}$$

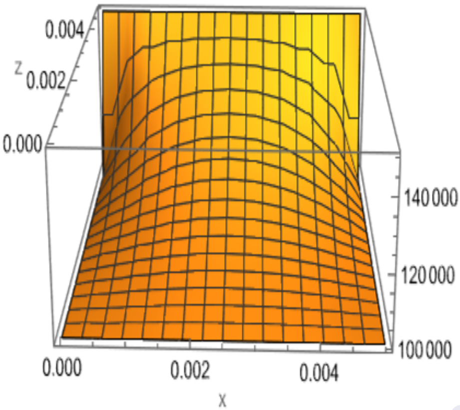
Аппроксимирующая функция

$$\tilde{p} = p_1 N_1 + p_2 N_2 + p_3 N_3 + p_4 N_4$$

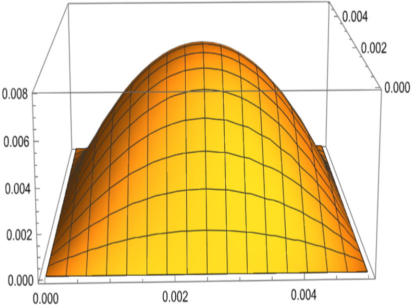
Приведение к форме Галеркина

$$\int_{S_i} \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial \xi} h^3 \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \xi} + \frac{\partial [N]^T}{\partial \zeta} h^3 \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \zeta} - [N]^T 6 \mu U \frac{\partial h}{\partial \xi} \right) d\xi dz\zeta = 0$$

Результаты расчетов



Распределение давления
$h = 0.001$ м



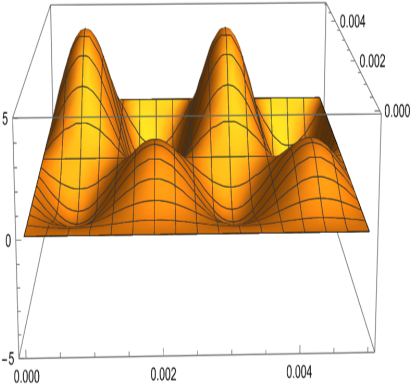
Проверочная функция

$$f(x,z) = -2\frac{\pi x}{0.005}\sin\left(\frac{\pi z}{0.005}\right)(x - 0.005)$$

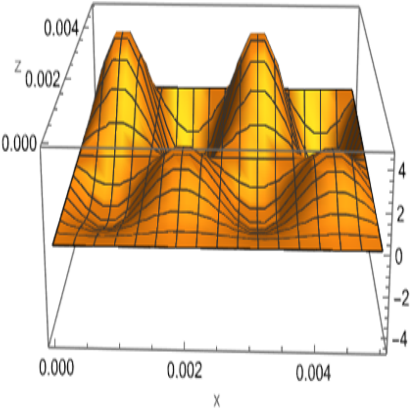
Верификация

Проверочная функция

$$f(x,z) = -2\frac{\pi z}{0.005}\sin\frac{2\pi z}{0.005}\sin\frac{4\pi x}{0.005}$$

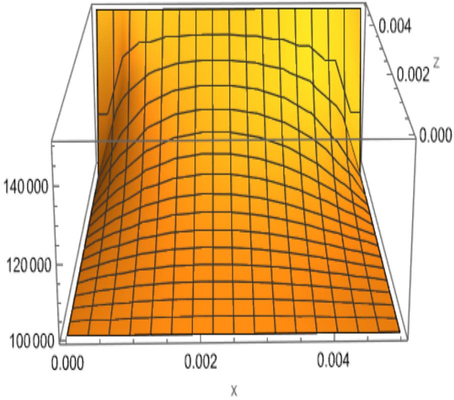


Проверочная функция

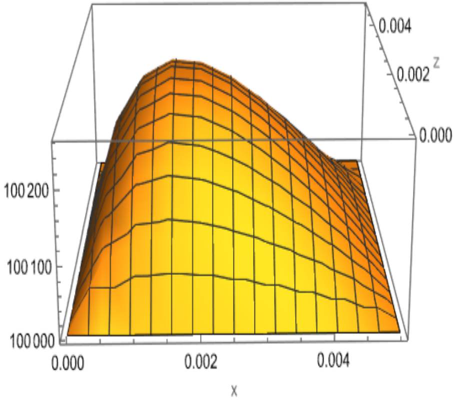


Решение на сетке 20 на 20

Сравнение результатов при расширяющимся зазоре

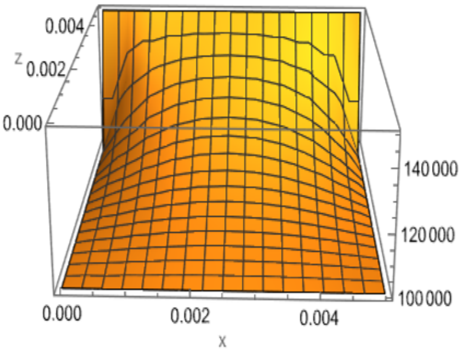


Распределение давления
$h = 0.15x + 0.001$ м

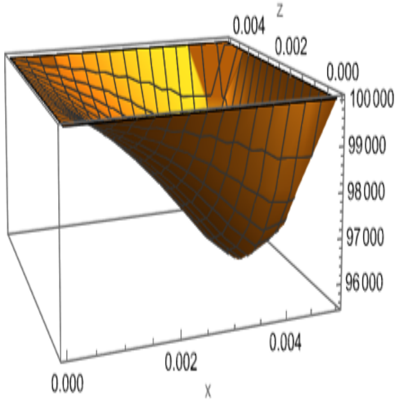


Распределение давления
$h = 0.15x + 0.001$ м, $p_в = p_н$

Сравнение результатов при сужающимся зазоре



Распределение давления
$h = -0.15x + 0.001$ м



Распределение давления
$h = -0.15x + 0.001$ м, $p_в = p_н$

Аэроупругая модель

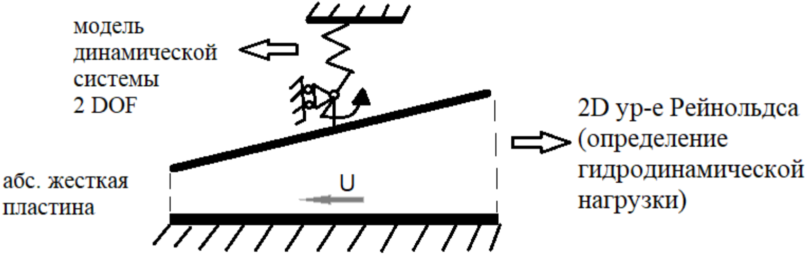


Схема модели

$$\tilde{\tilde{p}} = p_i - p_{ext}$$

$$\hat{p} = N_1 \tilde{\tilde{p}}_1 + N_2 \tilde{\tilde{p}}_2 + N_3 \tilde{\tilde{p}}_3 + N_4 \tilde{\tilde{p}}_4$$

Сила

$$F_i = \int_{S_i} \hat{p} dxdz$$

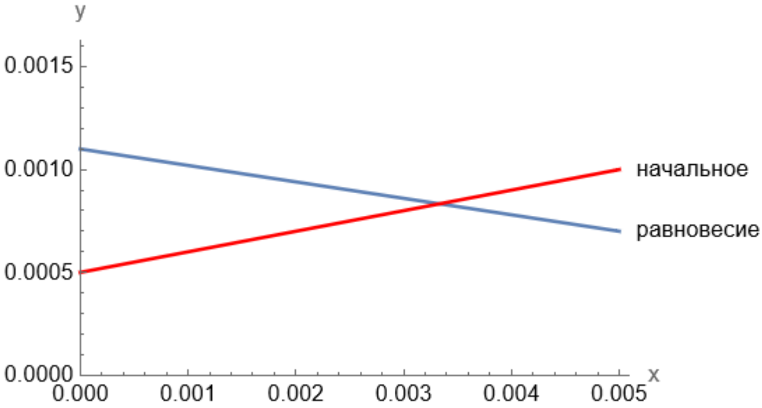
Момент

$$M_i = \int_{S_i} \hat{p} \left(x - 0.25\right) dxdz$$

Поиск положения равновесия

$$\begin{cases} m\ddot{l} + \varepsilon\dot{l} + kl = F \\ J\ddot{\psi} + c\psi = M \end{cases}$$

$$\begin{cases} kl = F \\ c\psi = M \end{cases}$$



Начальное и равновесное положение

Устойчивость положения равновесия

$$\begin{cases} l = l_0 + \Delta l, \\ \psi = \psi_0 + \Delta\psi \end{cases} \qquad \begin{cases} \Delta l = L e^{\omega t}, \\ \Delta\psi = \Psi e^{\omega t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F = F_0 + d_1 \Delta l + d_2 \Delta\psi, \\ M = M_0 + u_1 \Delta l + u_2 \Delta\psi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(m\omega^2 - d_1 - \varepsilon\omega + k\right) \tilde{L} - d_2 \Psi = 0, \\ -u_1 \tilde{L} + \left(J\omega^2 - u_2 + c\right) \Psi = 0 \end{cases}$$

Критерий устойчивости

$$\begin{cases} a_4 = mJ \\ a_3 = -\varepsilon J \\ a_2 = (c - u_2)\, m + (k - d_1)\, J \\ a_1 = (u_2 - c)\, \varepsilon \\ a_0 = d_1 (u_2 - c) - k (u_2 - c) - d_2 u_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1 > 0 \\ a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 \\ \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & a_4 & a_3 \end{vmatrix} > 0 \end{cases}$$

Результаты

1. Показано, что исследование устойчивости положения равновесия сегментов надроторного кольца в потоке жидкости можно выполнить на основе инженерного подхода, объединяющего модель Рейнольдса для течения жидкой смазки и модель колебательной системы с двумя степенями свободы.
2. Показано возникновение подъемного гидродинамического клина в сужающемся по окружности зазоре, а также области разряжения в зазоре с расширением. Эти результаты согласуются с экспериментально наблюдаемой картиной течения в гидродинамических подшипниках и уплотнениях.
3. Построенная математическая модель может быть использована на этапе предварительного проектирования конструкции.

- Петров Н.П. Гидродинамическая теория смазки, М.: из-во академии наук СССР, 1948. — 558 с.
- Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости, М.: из-во техно-теоретической литературы, 1955. — 521 с.
- Селегринд Л. Примененение метода конечных элементов, М.: из-во МИР, 1979. — 195 с.
- Seshu P. Textbook of Finite Element Analysis, New Dehli: PHI Learning Private Limited, 2012. — 340 с.
- Григорьев А.Ю., Григорьев К.А., Малявко Д.П. Колебания и виброактивность элементов машин: Учеб. пособие. СПб.: Университет ИТМО, 2016. — 136 с.
- Селиванов А.В., Дзева И.Ю., Многодисциплинарная математическая модель пальчикового уплотнения Уфа:, 2011 — 17 с.
- Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 592 с.