

Аэроупругая модель сегментного надроторного кольца

Докладчик: Пиневич В. Г.

Научный руководитель: Селиванов А. В.

группа ФН2-81Б

26 июня 2024 г.



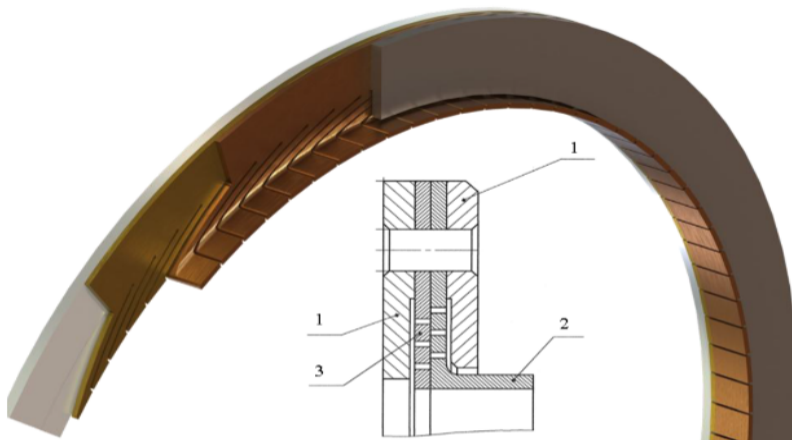


Схема сегментного надроторного кольца (на примере пальчикового уплотнения)

Постановка задачи

- 1 Построить модель для исследования положения равновесия сегментов надроторного кольца в потоке жидкости.
- 2 Исследовать устойчивость найденного положения

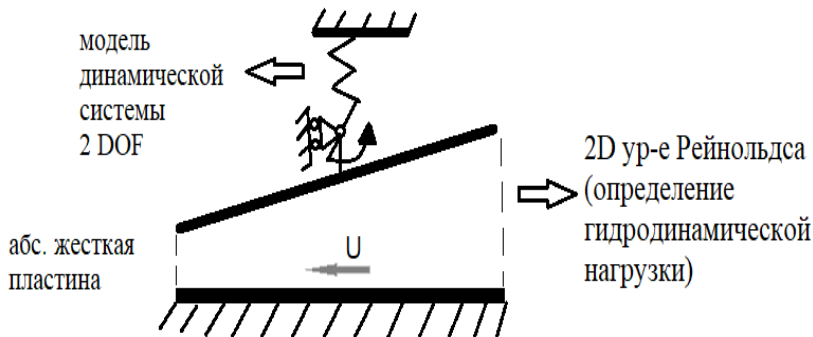


Схема модели пластины с пружиной

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x}$$

Граничные условия

$$p(x, 0) = p_B$$

$$p(0, z) = p(L, z) = p(x, L) = p_H$$

$h = h(x, z)$ — функция зазор

$p = p(x, z)$ — давление

μ — коэффициент вязкости

U — скорость

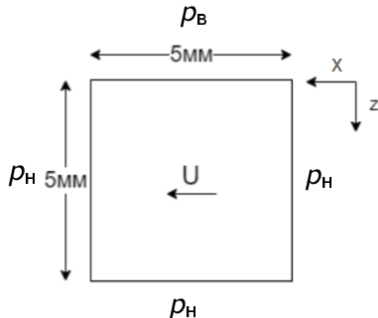


Схема расчетной области

Функции формы

$$\begin{cases} N_1 = 1 - \frac{\xi}{l} - \frac{\zeta}{h} + \frac{\xi\zeta}{lh}, \\ N_2 = \frac{\xi}{l} - \frac{\xi\zeta}{lh}, \\ N_3 = \frac{\xi\zeta}{lh}, \\ N_4 = \frac{\zeta}{h} - \frac{\xi\zeta}{lh} \end{cases}$$

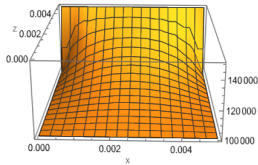
Аппроксимирующая функция

$$\tilde{p} = p_1 N_1 + p_2 N_2 + p_3 N_3 + p_4 N_4$$

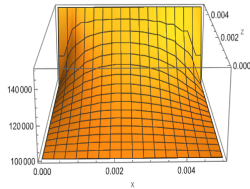
Приведение к форме Галеркина

$$\int_{S_i} \left(\frac{\partial [M]^T}{\partial \xi} h^3 \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \xi} + \frac{\partial [M]^T}{\partial \zeta} h^3 \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \zeta} - [M]^T 6\mu U \frac{\partial h}{\partial \xi} \right) d\xi dz \zeta = 0$$

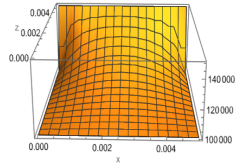
Сравнение постоянного и зазора с положительным коэффициентом



Решение для $h = 0.001$
м



Решения для
 $h = 0.15x + 0.001$ м



Решение для
 $h = -0.15x + 0.001$ м

Сравнение результатов при постоянном давлении на границе

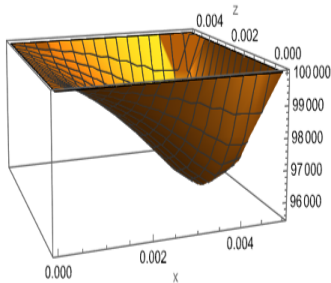


График для $h = -0.15x + 0.001$ м
с одинаковыми ГУ

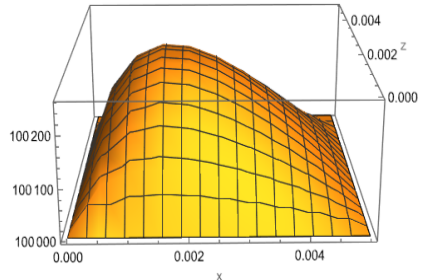


График для $h = 0.15x + 0.001$ м с
одинаковыми ГУ

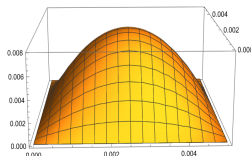
Верификация подстановкой правой части

Проверочная функция

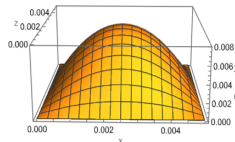
$$f(x, z) = -2 \frac{\pi}{0.005} \sin\left(\frac{\pi z}{0.005}\right) x (x - 0.005)$$

Правая часть

$$g = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$



Проверочная
функция



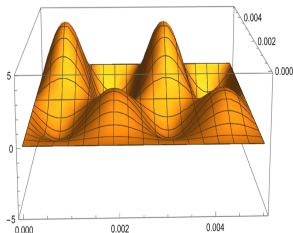
Результат на сетке
20 на 20

Размерность сетки	Разность, Па	Погрешность, %
5 на 5	0.0002	3.3
10 на 10	0.0001	0.8
20 на 20	0.0000	0.2

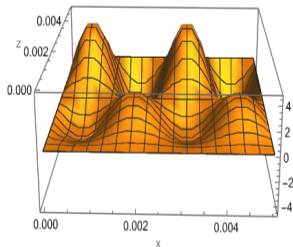
Результаты верификации подстановкой правой части

Проверочная функция

$$f(x, z) = -2 \frac{\pi z}{0.005} \sin \frac{2\pi z}{0.005} \sin \frac{4\pi x}{0.005}$$



Проверочная функция



Решение на сетке 20 на 20

Размерность сетки	Разность, Па	Погрешность, %
5 на 5	0.969	21.31
10 на 10	0.260	5.7
20 на 20	0.065	1.4

Сила

$$F_i = \int_{S_i} (N_1 s_1 + N_2 s_2 + N_3 s_3 + N_4 s_4) dx dz$$

Момент

$$M_i = \int_{S_i} (N_1 s_1 + N_2 s_2 + N_3 s_3 + N_4 s_4) \sqrt{x^2 + y^2} dx dz$$

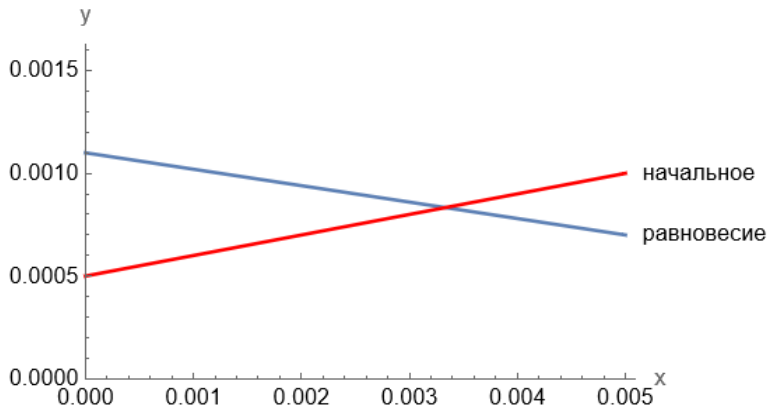
Давление

$$s_i = p_i - p_{ext}$$

Поиск положения равновесия

$$\begin{cases} m\ddot{l} + \varepsilon\dot{l} + kl = F \\ J\ddot{\psi} + c\psi = M \end{cases}$$

$$\begin{cases} kl = F \\ c\psi = M \end{cases}$$



Устойчивость положения равновесия

$$\begin{cases} I = I_0 + \Delta I, \\ \psi = \psi_0 + \Delta\psi \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta I = L e^{\omega t}, \\ \Delta\psi = \Psi e^{\omega t} \end{cases}$$








$$\begin{cases} F = F_0 + d_1 \Delta I + d_2 \Delta\psi, \\ M = M_0 + u_1 \Delta I + u_2 \Delta\psi \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m\omega^2 - d_1 - \varepsilon\omega + k) L - d_2 \Psi = 0, \\ -u_1 L + (J\omega^2 - u_2 + c) \Psi = 0 \end{cases}$$

Критерий устойчивости

$$\begin{cases} a_4 = mJ \\ a_3 = -\varepsilon J \\ a_2 = (c - u_2) m + (k - d_1) J \\ a_1 = (u_2 - c) \varepsilon \\ a_0 = d_1 (u_2 - c) - k (u_2 - c) - d_2 u_1 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 > 0 \\ a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 \\ \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & a_4 & a_3 \end{vmatrix} > 0 \end{cases}$$

- 1 Показано, что исследование устойчивости положения равновесия сегментов надроторного кольца в потоке жидкости можно выполнить на основе инженерного подхода, объединяющего модель Рейнольдса для течения жидкой смазки и модель колебательной системы с двумя степенями свободы.
- 2 Показано возникновение подъемного гидродинамического клина в сужающемся по окружности зазоре, а также области разряжения в зазоре с расширением. Эти результаты согласуются с экспериментально наблюдаемой картиной течения в гидродинамических подшипниках и уплотнениях.
- 3 Построенная математическая модель может быть использована на этапе предварительного проектирования конструкции.

-  Петров Н.П. Гидродинамическая теория смазки, М.: из-во академии наук СССР, 1948. — 558 с.
-  Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости, М.: из-во техно-теоретической литературы, 1955. — 521 с.
-  Селегринд Л. Применение метода конечных элементов, М.: из-во МИР, 1979. — 195 с.
-  Seshu P. Textbook of Finite Element Analysis, New Dehli: PHI Learning Private Limited, 2012. — 340 с.
-  Григорьев А.Ю., Григорьев К.А., Малявко Д.П. Колебания и виброактивность элементов машин: Учеб. пособие. СПб.: Университет ИТМО, 2016. — 136 с.
-  Селиванов А.В., Дзева И.Ю., Многодисциплинарная математическая модель пальчикового уплотнения Уфа:, 2011 — 17 с.
-  Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. — 592 с.