Аэроупругая модель сегментного надроторного кольца

Докладчик: Пиневич В. Г.

Научный руководитель: Селиванов А. В.

группа ФН2-81Б

26 июня 2024 г.

Постановка задачи

Данная работа посвящена получению пригодной к использованию в практических задачах формы уравнения Рейнольдса, решению его методом конечных элементов и поиску равновесного состояния для динамической системы дополненной пружиной как ограничителем сверху.

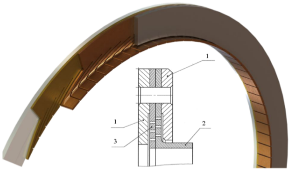

Рис. Схема бесконтактного пальчикового уплотнения: 1 – корпусные диски; 2 и 3 – задняя и передняя уплотняющие пластины

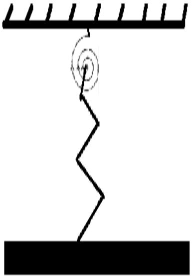

Рис. Схема модели пластины с пружиной

Получение уравнения Рейнольдса

Гидродинамическое давление p в точках x, y, z

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial x} = \mu \left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \dfrac{\partial p}{\partial y} = \mu \left(\dfrac{\partial^2 \nu}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \nu}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 \nu}{\partial z^2} \right) \\ \dfrac{\partial p}{\partial z} = \mu \left(\dfrac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial x} = \mu \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \dfrac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \dfrac{\partial p}{\partial z} = \mu \dfrac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \end{cases}$$

Проекции скорости u, ν, ω на осях x, y, z.

Силы трения $p_{xy}, p_{xz}, p_{yx}, p_{yz}, p_{zx}, p_{zy}$

$$\begin{cases} p_{yz} = p_{zy} = \mu \left(\dfrac{\partial \omega}{\partial y} + \dfrac{\partial \nu}{\partial z} \right) \\ p_{zx} = p_{xz} = \mu \left(\dfrac{\partial \omega}{\partial x} + \dfrac{\partial u}{\partial z} \right) \\ p_{xy} = p_{yx} = \mu \left(\dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial \nu}{\partial x} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_{yz} = p_{xy} = \mu \dfrac{\partial \omega}{\partial y} \\ p_{zx} = p_{xz} = 0 \\ p_{xy} = p_{yx} = \mu \dfrac{\partial u}{\partial y} \end{cases}$$

Условие несжимаемости жидкости, выраженное уравнением

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \nu}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0.$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \nu}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0.$$

Уравнение Рейнольдса

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial z}\right)=6\mu U\frac{\partial h}{\partial x}$$

Граничные условия

U — скорость в направлении x,
$p_в$ — повышенное давление,
$p_н$ — пониженное давление

Описание величин

$h = h(x)$ — толщина слоя,
$p = p(x, z)$ — давление,
μ — коэффициент вязкости

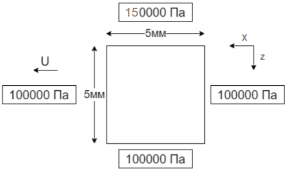

Рис. Схема области решения задачи

Решение уравнения Рейнольдса с помощью слабой формы Галеркина

Функции формы

$$\begin{cases} N_1 = 1 - \frac{x}{l} - \frac{z}{h} + \frac{xz}{lh}, \\ N_2 = \frac{x}{l} - \frac{xz}{lh}, \\ N_3 = \frac{xz}{lh}, \\ N_4 = \frac{z}{h} - \frac{xz}{lh} \end{cases}$$

Входные данные

$$\begin{cases} h = 0.0001 \text{ м}, \\ verticalLength = 0.005 \text{ м}, \\ horizontalLength = 0.005 \text{ м}, \\ \mu = 8.90 * 10^{-4} \text{ Па} * \text{с}, \\ U = 10 \text{ м/с}, \\ p_{\text{н}} = 100 \text{ кПа}, \\ p_{\text{в}} = 150 \text{ кПа} \end{cases}$$

Аппроксимирующая функция

$$\phi = c_0 N_1 + c_1 N_2 + c_2 N_3 + c_3 N_4$$

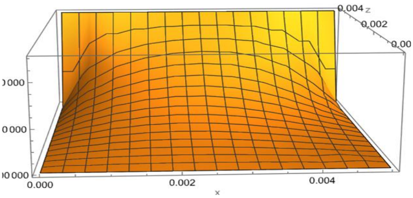

Рис. График решения уравнения Рейнольдса для $h = 0.0001$ м на сетке 10 на 10 элементов

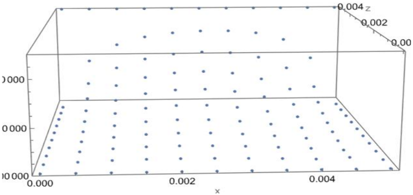

Рис. График значений узлов решения уравнения Рейнольдса для $h = 0.0001$ м на сетке 10 на 10 элементов

Решение на сетке 20 на 20

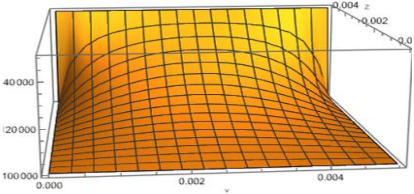

Рис. График решения уравнения Рейнольдса для h = 0.0001 м на сетке 20 на 20 элементов

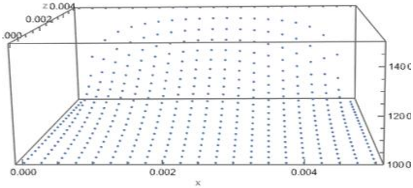

Рис. График значений узлов решения уравнения Рейнольдса для h = 0.0001 м на сетке 20 на 20 элементов

Сравнение решения с Wolfram Mathematica

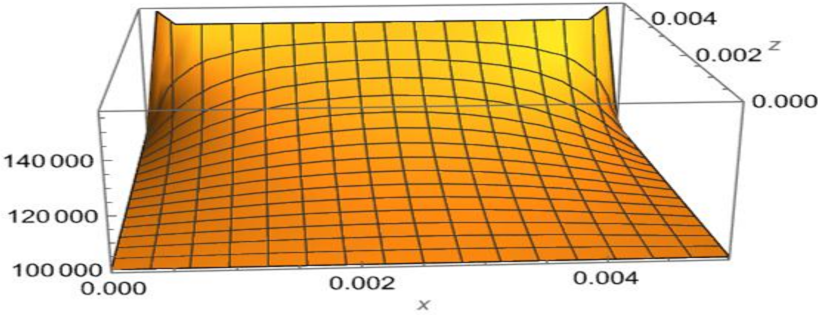

Рис. График решения уравнения Рейнольдса для h = 0.0001 м полученный с помощью Wolfram Mathematica

Размерность сетки	Разность, Па	Погрешность, %
5 на 5	4612	4.51
10 на 10	1538	1.38
20 на 20	1290	1.02

Результаты

Сделано

1. Создана программная реализация метода конечного элемента для решение уравнения Рейнольдса
2. Полученные значения решения уравнения Рейнольдса были сравнены с результатами решения, полученного с помощью функции NDSolve в Wolfram Mathematica

Будет сделано

1. Получение базы аэродинамических усилий для различных углов наклона и смещения верхней стенки на основе решения уравнения Рейнольдса
2. Исследование динамического поведения пластинки с двумя степенями свободы, находящей под действием аэродинамических усилий со стороны потока жидкости