Аэроупругая модель сегментного надроторного кольца

Докладчик: Пиневич В. Г.
Научный руководитель: Селиванов А. В.

группа ФН2-81Б

26 июня 2024 г.

Постановка задачи

Данная работа посвящена получению пригодной к использованию в практических задачах формы уравнения Рейнольдса, решению его методом конечных элементов и поиску равновесного состояния для динамической системы дополненной пружиной как ограничителем сверху.

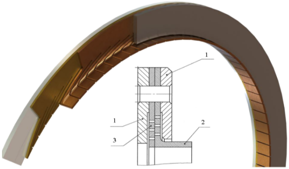

Рис. Схема бесконтактного пальчикового уплотнения: 1 – корпусные диски; 2 и 3 – задняя и передняя уплотняющие пластины

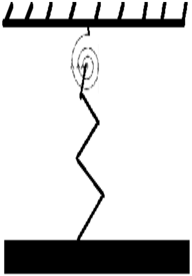

Рис. Схема модели пластины с пружиной

Получение уравнения Рейнольдса

Гидродинамическое давление p в точках x, y, z

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial x} = \mu\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \\ \dfrac{\partial p}{\partial y} = \mu\left(\dfrac{\partial^2 \nu}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \nu}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 \nu}{\partial z^2}\right) \\ \dfrac{\partial p}{\partial z} = \mu\left(\dfrac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 \omega}{\partial z^2}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial x} = \mu\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \dfrac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \dfrac{\partial p}{\partial z} = \mu\dfrac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \end{cases}$$

Проекции скорости u, ν, ω на осях x, y, z.

Силы трения $p_{xy}, p_{xz}, p_{yx}, p_{yz}, p_{zx}, p_{zy}$

$$\begin{cases} p_{yz} = p_{zy} = \mu\left(\dfrac{\partial \omega}{\partial y} + \dfrac{\partial \nu}{\partial z}\right) \\ p_{zx} = p_{xz} = \mu\left(\dfrac{\partial \omega}{\partial x} + \dfrac{\partial u}{\partial z}\right) \\ p_{xy} = p_{yx} = \mu\left(\dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial \nu}{\partial x}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_{yz} = p_{xy} = \mu\dfrac{\partial \omega}{\partial y} \\ p_{zx} = p_{xz} = 0 \\ p_{xy} = p_{yx} = \mu\dfrac{\partial u}{\partial y} \end{cases}$$

Условие несжимаемости жидкости, выраженное уравнением

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \nu}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0.$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \nu}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0.$$

Уравнение Рейнольдса

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(h^3\frac{\partial p}{\partial z}\right)=6\mu U\frac{\partial h}{\partial x}$$

Граничные условия

U — скорость в направлении x,
$p_{\text{в}}$ — повышенное давление,
$p_{\text{н}}$ — пониженное давление

Описание величин

$h = h(x)$ — толщина слоя,
$p = p(x, z)$ — давление,
μ — коэффициент вязкости

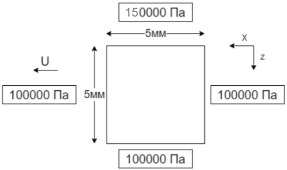

Рис. Схема области решения задачи

Решение уравнения Рейнольдса с помощью слабой формы Галеркина

Функции формы

$$\begin{cases} N_1 = 1 - \frac{x}{l} - \frac{z}{h} + \frac{xz}{lh}, \\ N_2 = \frac{x}{l} - \frac{xz}{lh}, \\ N_3 = \frac{xz}{lh}, \\ N_4 = \frac{z}{h} - \frac{xz}{lh} \end{cases}$$

Аппроксимирующая функция

$$\phi = c_0 N_1 + c_1 N_2 + c_2 N_3 + c_3 N_4$$

Сравнение постоянного и зазора с положительным коэффициентом

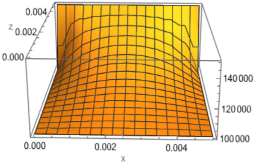

Рис. Решение для $h = 0.001$ м

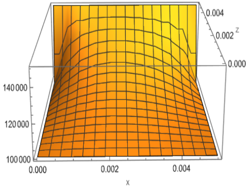

Рис. Решения для $h = 0.15x + 0.001$ м

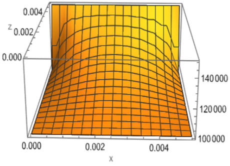

Рис. Решение для $h = 0.001$ м

Сравнение результатов при постоянном давлении на границе

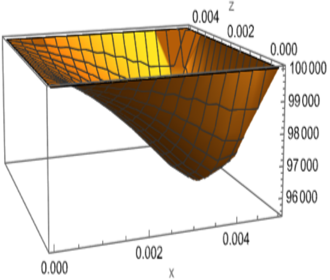

Рис. График для $h = -0.15x + 0.001$ м с одинаковыми ГУ

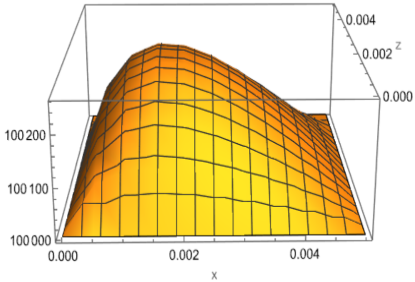

Рис. График для $h = 0.15x + 0.001$ м с одинаковыми ГУ

Верификация подстановкой правой части

Проверочная функция

$$f(x,z) = -2\frac{\pi z}{0.005}\sin\frac{2\pi z}{0.005}\sin\frac{4\pi x}{0.005}$$

Правая часть

$$g = \frac{\partial^2 f}{x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

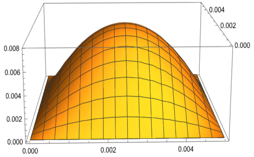

Рис. Проверочная функция

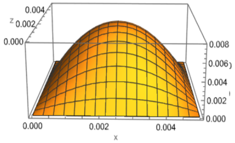

Рис. Результат на сетке 20 на 20

Размерность сетки	Разность, Па	Погрешность, %
5 на 5	0.0002	3.3
10 на 10	0.0001	0.8
20 на 20	0.0000	0.2

Результаты верификации подстановкой правой части

Проверочная функция

$$f(x,z) = -2\frac{\pi z}{0.005}\sin\frac{2\pi z}{0.005}\sin\frac{4\pi x}{0.005}$$

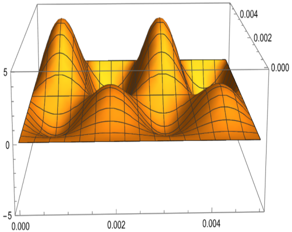

Рис. Проверочная функция

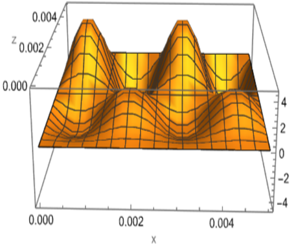

Рис. Решение на сетке 20 на 20

Размерность сетки	Разность, Па	Погрешность, %
5 на 5	0.969	21.31
10 на 10	0.260	5.7
20 на 20	0.065	1.4

Результаты

1. Было показано, что с помощью полученной модели решения уравнения Рейнольдса возможно получить положение оценку положения равновесия динамической системы в первом инженерном приближении и доказать ее асимптотическую устойчивость в данном положении
2. Представлены расчеты уравнения Рейнольдса для различных функций зазора. Показано отличие смещения пластины при различных зазорах и граничных условиях.
3. Полученная математическая модель может быть расширена для учета неравномерного распределения давления на сегменты кольца при не симметричного вращении ротора относительно центра кольца.