

# Аэроупругая модель сегментного надроторного кольца

Выполнил: Пиневич В.Г.

Научный руководитель: Селиванов А. В.

группа ФН2-81Б

27 июня 2024 г.



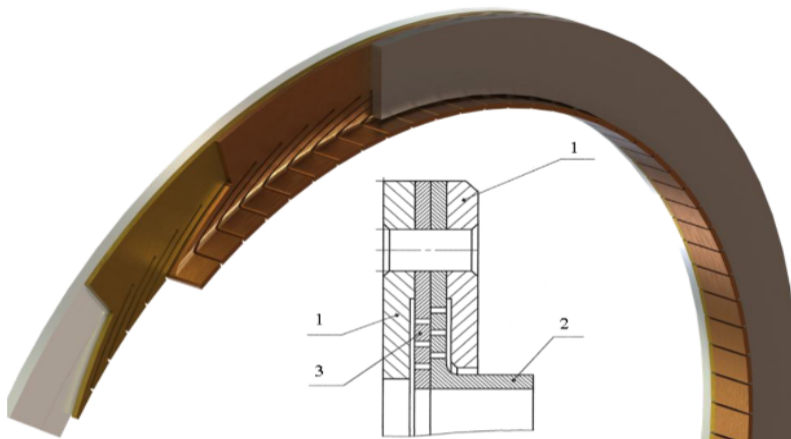


Схема сегментного надроторного кольца (на примере пальчикового уплотнения)

# Постановка задачи

- 1 Построить модель для исследования положения равновесия сегментов надроторного кольца в потоке жидкости.
- 2 Исследовать устойчивость найденного положения равновесия.

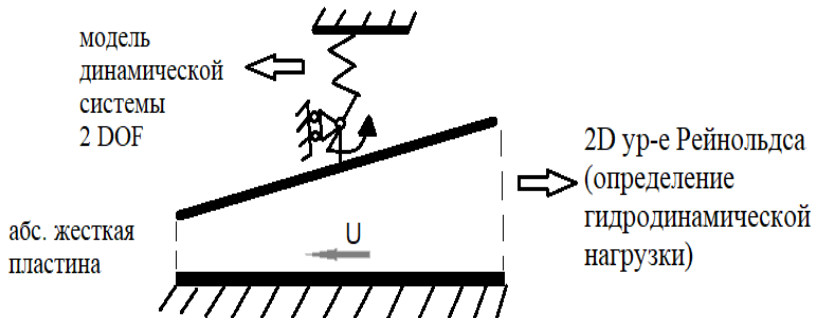


Схема модели

# Уравнение Рейнольдса

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu U \frac{\partial h}{\partial x}$$

## Граничные условия

$$p(x, 0) = p_B$$

$$p(0, z) = p(L, z) = p(x, L) = p_H$$

$h = h(x, z)$  — функция зазора  
 $p = p(x, z)$  — давление  
жидкости

$\mu$  — коэффициент вязкости

$U$  — скорость ротора

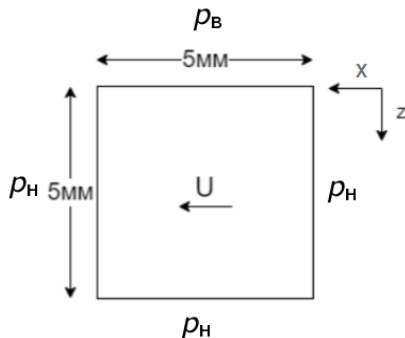


Схема расчетной области

## Функции формы

$$\begin{cases} N_1 = 1 - \frac{\xi}{L} - \frac{\zeta}{H} + \frac{\xi\zeta}{LH}, \\ N_2 = \frac{\xi}{L} - \frac{\xi\zeta}{LH}, \\ N_3 = \frac{\xi\zeta}{LH}, \\ N_4 = \frac{\zeta}{H} - \frac{\xi\zeta}{LH} \end{cases}$$

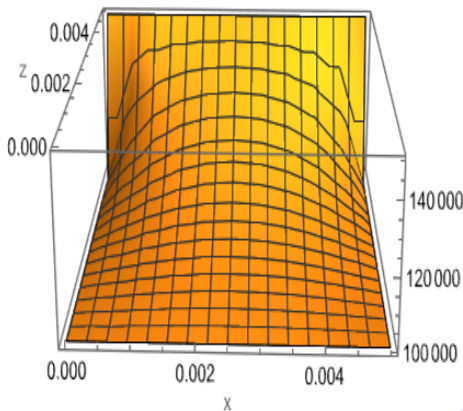
## Аппроксимирующая функция

$$\tilde{p} = p_1 N_1 + p_2 N_2 + p_3 N_3 + p_4 N_4$$

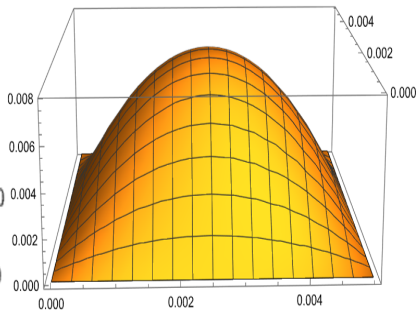
## Приведение к форме Галеркина

$$\int_{S_i} \left( \frac{\partial [M]^T}{\partial \xi} h^3 \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \xi} + \frac{\partial [M]^T}{\partial \zeta} h^3 \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \zeta} - [M]^T 6\mu U \frac{\partial h}{\partial \xi} \right) d\xi dz \zeta = 0$$

# Результаты расчетов



Распределение давления  
 $h = 0.001$  м

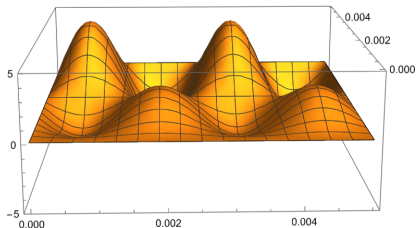


Проверочная функция

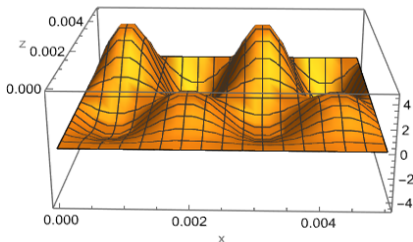
$$f(x,z) = -2 \frac{\pi x}{0.005} \sin\left(\frac{\pi z}{0.005}\right)(x - 0.005)$$

## Проверочная функция

$$f(x, z) = -2 \frac{\pi z}{0.005} \sin \frac{2\pi z}{0.005} \sin \frac{4\pi x}{0.005}$$



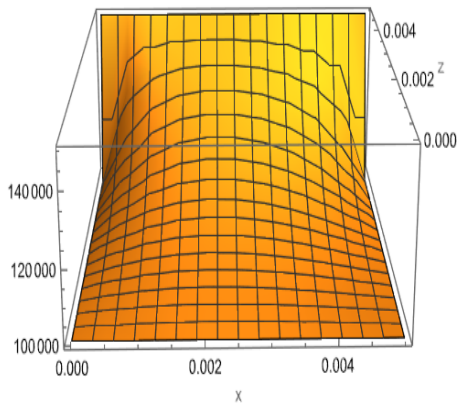
Проверочная функция



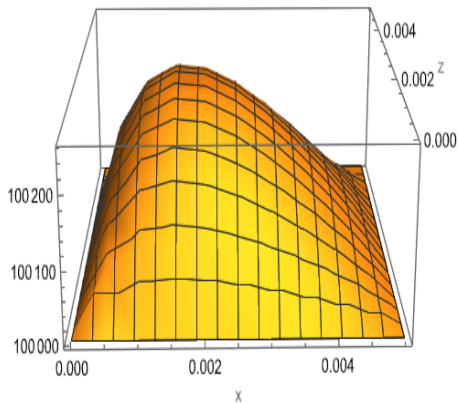
Решение на сетке 20 на 20

Размерность сетки	Разность, Па	Погрешность, %
5 на 5	0.969	21.31
10 на 10	0.260	5.7
20 на 20	0.065	1.4

# Давление в расширяющемся зазоре



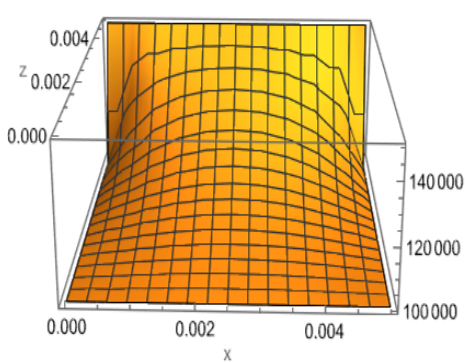
Распределение давления  
 $h = 0.15x + 0.001$  м



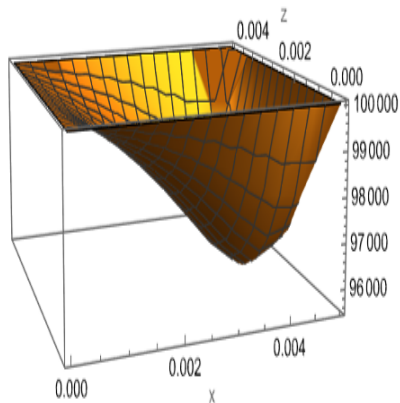
Распределение давления  
 $h = 0.15x + 0.001$  м,  $p_{\text{в}} = p_{\text{н}}$



# Давление в сужающемся зазоре



Распределение давления  
 $h = -0.15x + 0.001$  м



Распределение давления  
 $h = -0.15x + 0.001$  м,  $p_b = p_n$

# Аэроупругая модель

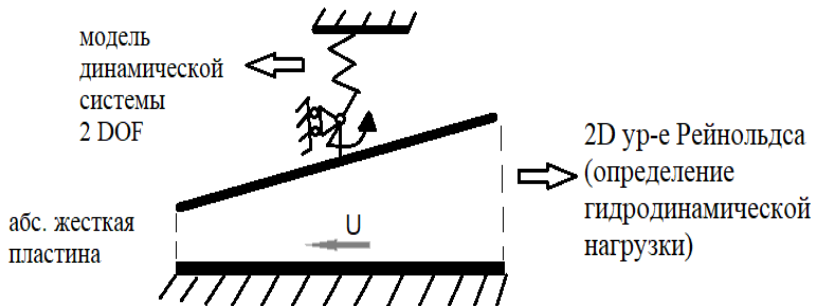


Схема модели

$$\begin{cases} m\ddot{l} + \varepsilon\dot{l} + kl = F \\ J\ddot{\psi} + c\psi = M \end{cases}$$

$$\tilde{p} = p_i - p_{ext}$$

$$\hat{p} = N_1\tilde{p}_1 + N_2\tilde{p}_2 + N_3\tilde{p}_3 + N_4\tilde{p}_4$$

Сила

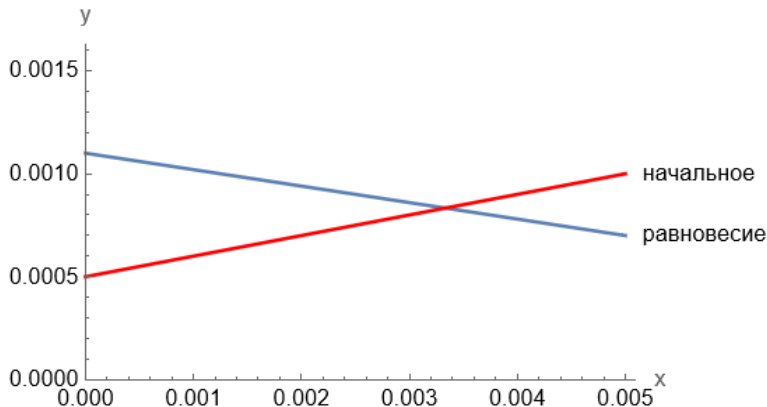
$$F_i = \int_{S_i} \hat{p} dx dz$$

Момент

$$M_i = \int_{S_i} \hat{p}(x - x_c) dx dz$$

# Поиск положения равновесия

$$\begin{cases} kl = F \\ c\psi = M \end{cases}$$



Начальное и равновесное положения

# Устойчивость положения равновесия

$$\begin{cases} I = I_0 + \Delta I, \\ \psi = \psi_0 + \Delta\psi \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta I = \tilde{L}e^{\omega t}, \\ \Delta\psi = \Psi e^{\omega t} \end{cases}$$








$$\begin{cases} F = F_0 + d_1\Delta I + d_2\Delta\psi, \\ M = M_0 + u_1\Delta I + u_2\Delta\psi \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m\omega^2 - d_1 - \varepsilon\omega + k) \tilde{L} - d_2\Psi = 0, \\ -u_1\tilde{L} + (J\omega^2 - u_2 + c) \Psi = 0 \end{cases}$$

## Критерий устойчивости

$$\begin{cases} a_4 = mJ \\ a_3 = -\varepsilon J \\ a_2 = (c - u_2)m + (k - d_1)J \\ a_1 = (u_2 - c)\varepsilon \\ a_0 = d_1(u_2 - c) - k(u_2 - c) - d_2u_1 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 > 0 \\ a_1a_2 - a_0a_3 > 0 \\ \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & a_4 & a_3 \end{vmatrix} > 0 \end{cases}$$

- 1 Показано, что исследование устойчивости положения равновесия сегментов надроторного кольца в потоке жидкости можно выполнить на основе инженерного подхода, объединяющего модель Рейнольдса для течения жидкой смазки и модель колебательной системы с двумя степенями свободы.
- 2 Показано возникновение подъемного гидродинамического клина в сужающемся по окружности зазоре, а также области разряжения в зазоре с расширением. Эти результаты согласуются с экспериментально наблюдаемой картиной течения в гидродинамических подшипниках и уплотнениях.
- 3 Построенная математическая модель может быть использована на этапе предварительного проектирования конструкции.

-  Петров Н.П. Гидродинамическая теория смазки, М.: из-во академии наук СССР, 1948. — 558 с.
-  Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости, М.: из-во техно-теоретической литературы, 1955. — 521 с.
-  Селегринд Л. Применение метода конечных элементов, М.: из-во МИР, 1979. — 195 с.
-  Seshu P. Textbook of Finite Element Analysis, New Dehli: PHI Learning Private Limited, 2012. — 340 с.
-  Григорьев А.Ю., Григорьев К.А., Малявко Д.П. Колебания и виброактивность элементов машин: Учеб. пособие. СПб.: Университет ИТМО, 2016. — 136 с.
-  Селиванов А.В., Дзева И.Ю., Многодисциплинарная математическая модель пальчикового уплотнения Уфа:, 2011 — 17 с.
-  Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. — 592 с.