

# Решение жесткой системы дифференциальных уравнений Робертсона

Докладчик: Пиневич В. Г.

Научный руководитель: Котович А. В.

группа ФН2-61Б

7 июня 2023 г.



## Задача Робертсона

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = -0,04y_1 + 10^4 y_2 y_3, \\ \dot{y}_2 = 0,04y_1 - 10^4 y_2 y_3 - 3 * 10^7 y_2^2, \\ \dot{y}_3 = 3 * 10^7 y_2^2. \end{cases}$$

Требуется найти решение задачи Робертсона, построить фазовые траектории решений рассмотренных методов и сделать вывод о целесообразности использования каждого из них.

## Начальные условия

$$\begin{cases} y_1(0) = 1, \\ y_2(0) = 0, \\ y_3(0) = 0. \end{cases}$$

## Интервал интегрирования

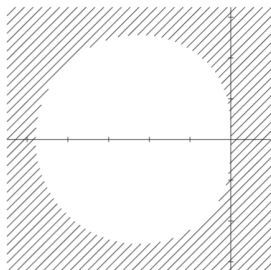
$$t \in [0; T], T = 40, 100$$

## Расчетная формула

$$y_{n+2} = y_{n+1} + h \left( \frac{5}{12} f(t_{n+2}, y_{n+2}) + \frac{8}{12} f(t_{n+1}, y_{n+1}) - \frac{1}{12} f(t_n, y_n) \right)$$

Шаг	Разность	Порядок
0.1	1.66E-07	3.000227306
0.05	2.08E-08	3.00011384
0.025	2.60E-09	3.000061088
0.0125	3.25E-10	

**Таблица** Порядки аппроксимации  
двухшажного метода  
Адамса-Муолтона



**Рис.** Область устойчивости  
двухшажного метода  
Адамса-Муолтона

## Расчетная формула для метода BDF-2

$$y_{n+2} - \frac{4}{3}y_{n+1} + \frac{1}{3}y_n = \frac{2}{3}hf(t_{n+2}, y_{n+2})$$

## Расчетная формула для метода BDF-4

$$y_{n+4} - \frac{48}{25}y_{n+3} + \frac{36}{25}y_{n+2} - \frac{16}{25}y_{n+1} + \frac{3}{25}y_n = \frac{12}{25}hf(t_{n+4}, y_{n+4})$$

Шаг	Разность	Порядок
0.1	2.57E-06	1.948893957
0.05	7.36E-07	1.911532203
0.025	1.96E-07	1.957753587
0.0125	5.04E-08	

Шаг	Разность	Порядок
0.1	1.27E-10	3.926687816
0.05	1.02E-11	3.994735551
0.025	7.06E-13	3.929859553
0.0125	4.64E-14	

Таблица Порядки аппроксимации  
метода BDF-2

Таблица Порядки аппроксимации  
метода BDF-4

# Области устойчивости методов BDF

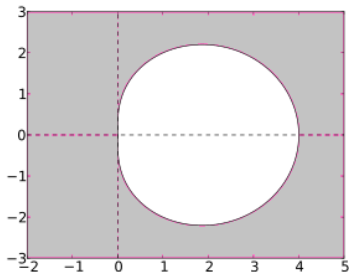


Рис. Область устойчивости метода BDF-2

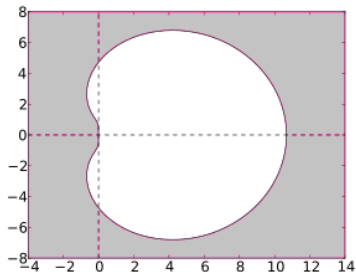


Рис. Область устойчивости метода BDF-4

# Фазовые траектории

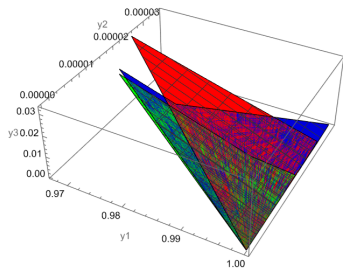


Рис. Фазовые траектории при  $T = 40$

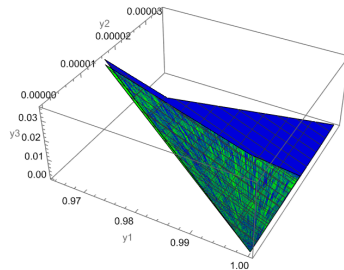


Рис. Фазовые траектории при  $T = 100$

- метод BDF-2
- метод BDF-4
- метод Адамса-Моульона

# Графики зависимости $y_1$ от $t$

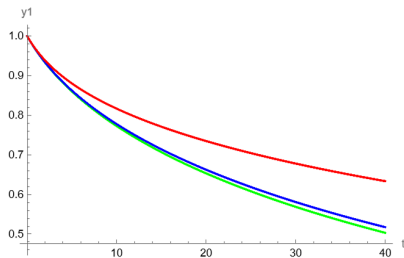


Рис. Зависимость  $y_1$  от  $t$

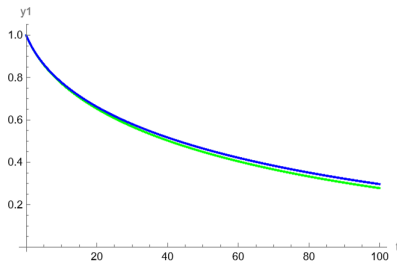


Рис. Зависимость  $y_1$  от  $t$

- метод BDF-2
- метод BDF-4
- метод Адамса-Моульона

# Графики зависимости $y_2$ от $t$

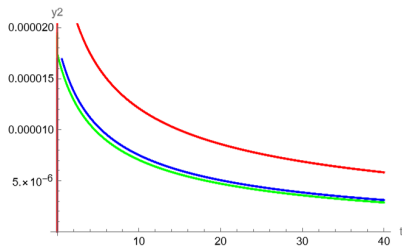


Рис. Зависимость  $y_2$  от  $t$

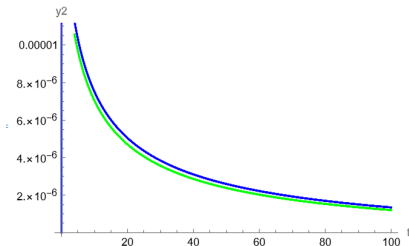


Рис. Зависимость  $y_2$  от  $t$

- метод BDF-2
- метод BDF-4
- метод Адамса-Моульона



# Графики зависимости $y_3$ от $t$

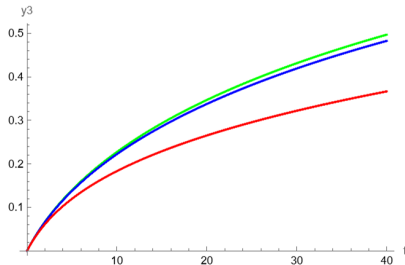


Рис. Зависимость  $y_3$  от  $t$

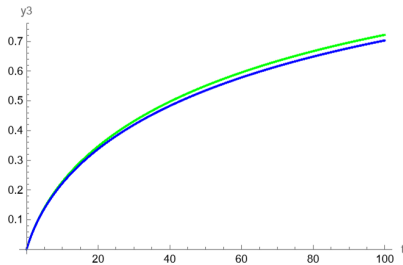


Рис. Зависимость  $y_3$  от  $t$

- метод BDF-2
- метод BDF-4
- метод Адамса-Моульона

В ходе работы получены следующие результаты:

- 1 Метод Адамса-Моултона является плохим выбором при решении жестких задач, так как он не является абсолютно устойчивым.
- 2 В результатах расчетов решение для рассматриваемой задачи удалось получить лишь на интервале  $[0; 40]$ .
- 3 Методы BDF-2 и BDF-4 позволили получить решение на поставленную задачу