

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №5
по дисциплине «Вычислительная математика»
«Интерполяция функции»

Вариант №3

Группа: P3212

Выполнил: Балин А. А.

Проверила: Наумова Н. А.

Цель работы

Решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек.

Вычислительная реализация

Таблица по варианту:

x	y
1,1	0,2234
1,25	1,2438
1,4	2,2644
1,55	3,2984
1,7	4,3222
1,85	5,3516
2	6,3867

x1*	x2*
1,121	1,482

Построим таблицу конечных разностей:

dy0	dy1	dy2	dy3	dy4	dy5	dy6
0,2234	1,0204	0,0002	0,0132	-0,0368	0,0762	-0,1313
1,2438	1,0206	0,0134	-0,0236	0,0394	-0,0551	
2,2644	1,034	-0,0102	0,0158	-0,0157		
3,2984	1,0238	0,0056	1E-04			
4,3222	1,0294	0,0057				
5,3516	1,0351					
6,3867						

Так как $x_0 < x_1^* < x_1$ и мы находимся в первой половине интервала, выбираем первую интерполяционную формулу Ньютона. В качестве x_i берем x_0

$$t = \frac{x - x_i}{h} = \frac{x - 1,1}{0,15}$$

Коэффициенты:

	0	1	2	3	4	5	6
a	0,2234	1,0204	0,0002	0,0132	-0,0368	0,0762	-0,1313

$$N(x) = 0,2234 + 1,0204t + 0,0002 \cdot t \cdot \frac{(t-1)}{2!} + 0,0132 \cdot t \cdot (t-1) \cdot \frac{(t-2)}{3!} - 0,0368 \cdot t \cdot (t-1) \cdot (t-2) \cdot \frac{(t-3)}{4!} + 0,0762 \cdot t \cdot (t-1) \cdot (t-2) \cdot (t-3) \cdot \frac{(t-4)}{5!} - 0,1313 \cdot t \cdot (t-1) \cdot (t-2) \cdot (t-3) \cdot (t-4) \cdot \frac{(t-5)}{6!}$$

<https://www.desmos.com/calculator/pio3rv4b7q?lang=ru>

Причём $N(x_1^*) = 0,311036767894$

Посчитаем x_2^* методом Гаусса. Так как ближайшее к x_2^* : $x_3 = 1,55$, $t = \frac{1,482-1,55}{0,15} = -0,4533 < 0$

Следовательно, пользуемся второй формулой и выбираем коэффициенты:

dy0	dy1	dy2	dy3	dy4	dy5	dy6
0,2234	1,0204	0,0002	0,0132	-0,0368	0,0762	-0,1313
1,2438	1,0206	0,0134	-0,0236	0,0394	-0,0551	
2,2644	1,034	-0,0102	0,0158	-0,0157		
3,2984	1,0238	0,0056	1E-04			
4,3222	1,0294	0,0057				
5,3516	1,0351					
6,3867						

$$\begin{aligned}
 G(x_2^*) = & 3,2984 + 1,034 * t - 0,0102 * \frac{t(t+1)}{2!} - 0,0236 * \frac{t(t-1)(t+1)}{3!} + 0,0394 \\
 & * \frac{t(t-1)(t+1)(t-2)}{4!} + 0,0762 * t * \frac{(t-1)(t-2)(t+1)(t+2)(t+3)}{5!} - 0,1313 \\
 & * \frac{t(t-1)(t+1)(t-2)(t+2)(t-3)(t+3)}{6!} = 2.82364810075
 \end{aligned}$$

<https://www.desmos.com/calculator/vmt2flbfhs?lang=ru>

Для сравнения $N(1,482) = 2.82057254333$

Программная часть

Код

```
import math
class Interpolation:
    def __init__(self, x,y):
        self.x = x
        self.y = y
        self.n = len(x)
        assert len(set(x)) == self.n and self.n==len(y), "x values must be
unique"
        self.endless = None

    def L(self):
        # return string with the Lagrange polynomial
        L = []
        for i in range(self.n):
            l = [f"({self.y[i]})"]
            for j in range(self.n):
                if i != j:
                    l.append(f"(x-{self.x[j]})/({self.x[i]-self.x[j]})")
            L.append("".join(l))
        return "+".join(L)

    def g(self,i):
        n = len(i)
        if n==1:
            return self.y[i[0]]
        if n==2:
            return (self.y[i[1]]-self.y[i[0]])/(self.x[i[1]]-self.x[i[0]])
        else:
            return (self.g(i[1:])-self.g(i[:-1]))/(self.x[i[-1]]-self.x[i[0]])

    def endless_delta(self):
        dy = []
        dy.append(self.y)
        while(len(dy[-1])!=1):
            ddy = []
            for i in range(len(dy[-1])-1):
                ddy.append((dy[-1][i+1]-dy[-1][i]))
            dy.append(ddy)
        self.endless = dy
```

```

def N_not_same(self):
    N = [str(self.g([0]))]
    for i in range(1,self.n):
        coef = self.g(list(range(i+1)))
        l = [f"({coef})"]
        for j in range(i):
            l.append(f"(x-{self.x[j]})")
        N.append("".join(l))
    return "+".join(N)

def N_same(self):
    assert len(set([self.x[i]-self.x[i-1] for i in range(1,self.n)])) == 1,
"dx must be the same for all i"
    self.endless_delta()
    dy = self.endless
    h = self.x[1]-self.x[0]
    N = [str(self.y[0])]
    for i in range(1,self.n):
        coef = dy[i][0]/(math.factorial(i)*h**i)
        l = [f"({coef})"]
        for j in range(i):
            l.append(f"(x-{self.x[j]})")
        N.append("".join(l))
    return "+".join(N)

```

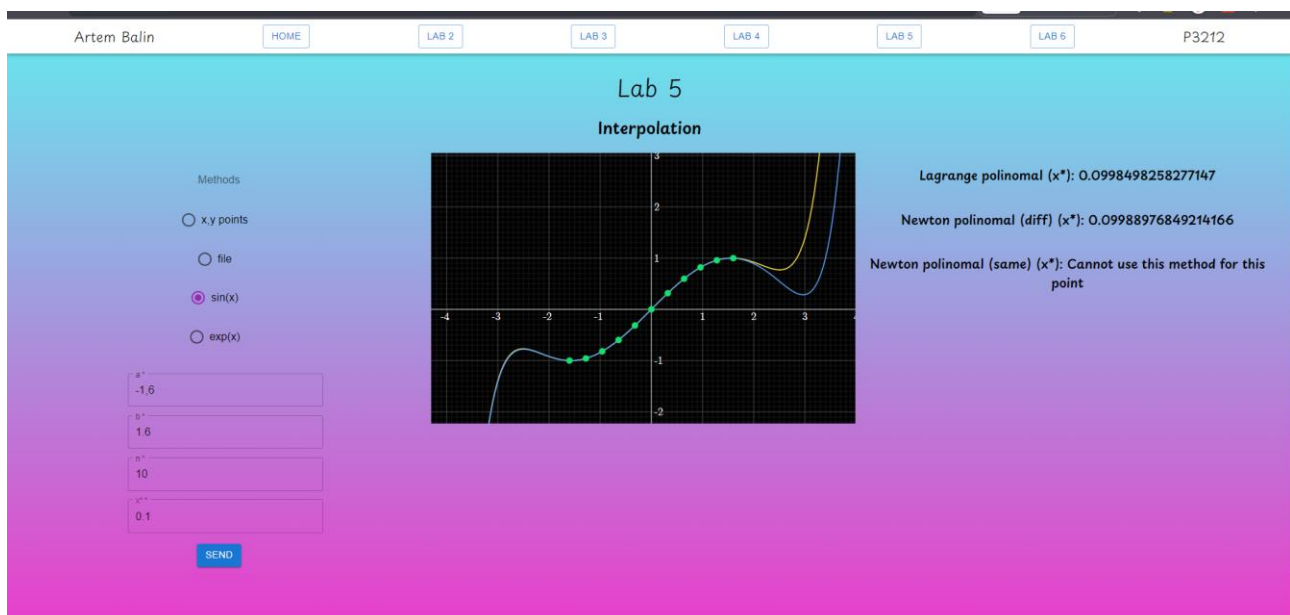


Рисунок 1. Пример выполнения программы.

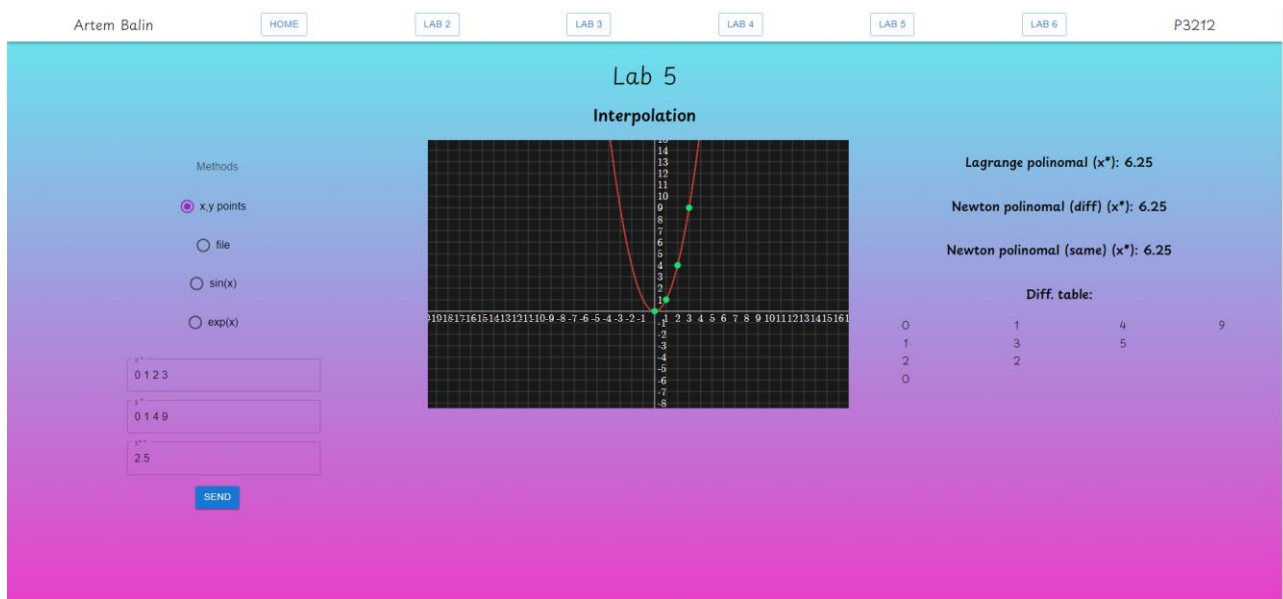


Рисунок 2. Пример выполнения программы.

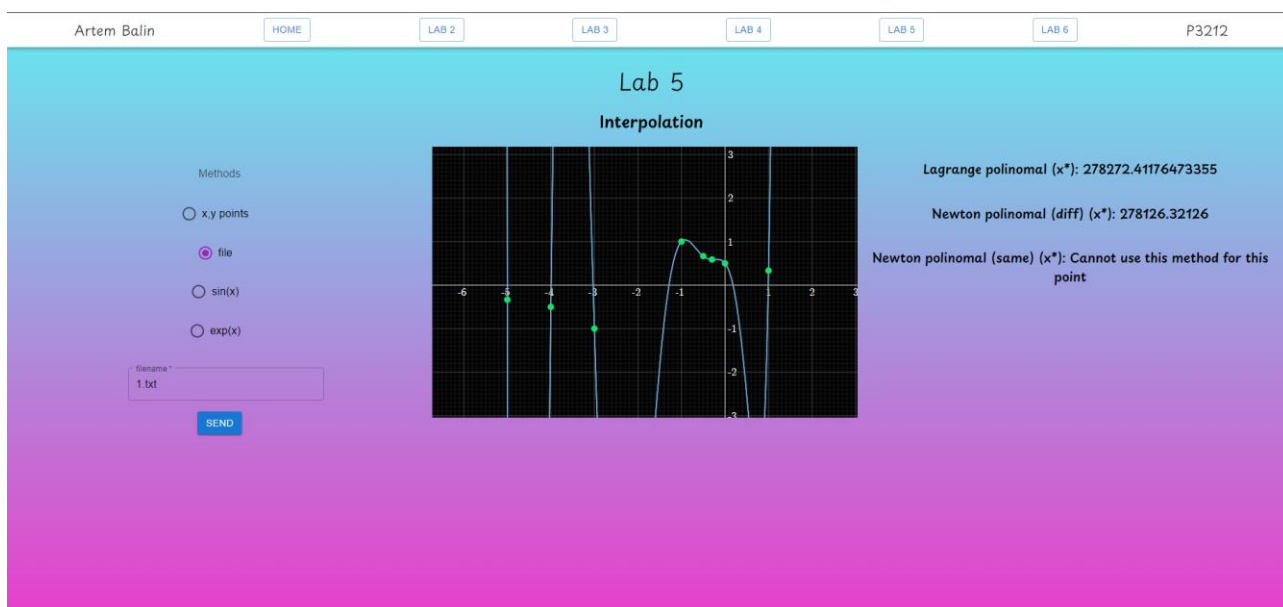


Рисунок 3. Пример выполнения программы.

Репозиторий с исходниками

https://github.com/ta4ilka69/docs_for_labs/tree/main/Вычмат

Вывод

В ходе реализации данной лабораторной работы я ознакомился с различными методами интерполяции.