

Regneøvelse 5

mws572

January 2023

A1

Vi ved at lorentzkoefficienten skal være 0.8 eller $\frac{4}{5}$ da vi skal forkorte 50m til 40m. Vi finder hastigheden ved:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \gamma \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) = 1 \Rightarrow \frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{\gamma^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow v^2 = c^2 - \frac{c^2}{\gamma^2} \Rightarrow v = \sqrt{c^2 - \frac{c^2}{\gamma^2}}$$

Vi ved at $\gamma = \frac{5}{4}$. Dette er den eneste måde vi kan få at toget og tunnelen er lige lange fra tunnelens synspunkt. (Vi kan ikke få noget som er mindre end 1.) Enhederne passer også her da gamma blot er en koefficient med ingen enheder. Vi indsætter værdien for Lorentzkoefficienten og finder

$$v = \pm \frac{3}{5}c$$

Her er hastighedens fortegn afhængigt af retningen af x-aksen. Lad os sige at v peger i positiv retning set fra tunnelens synspunkt, og negativt for togets.

A2

Nej de tror ikke at toget kan passe ind i tunnelen. Da egenlængden altid er den længste ville der ske en kontraktion. De ville se at tunnelen er forkortet med lorentzkoefficienten.

$$T' = \frac{T}{\gamma} \Rightarrow \frac{40m}{\frac{5}{4}} = 32m$$

A3

De konkluderer at billederne ikke blev taget samtidigt. Dette er et klassisk tilfælde af BuF. Når vi er i togets system, bevæger tunnelen sig med $-\frac{3}{5}c$, og kameraet i slutningen af toget vil derfor være foran.

Som der står skrevet i figur 1 er både v og T negative, hvor T er længden af tunnelen set fra

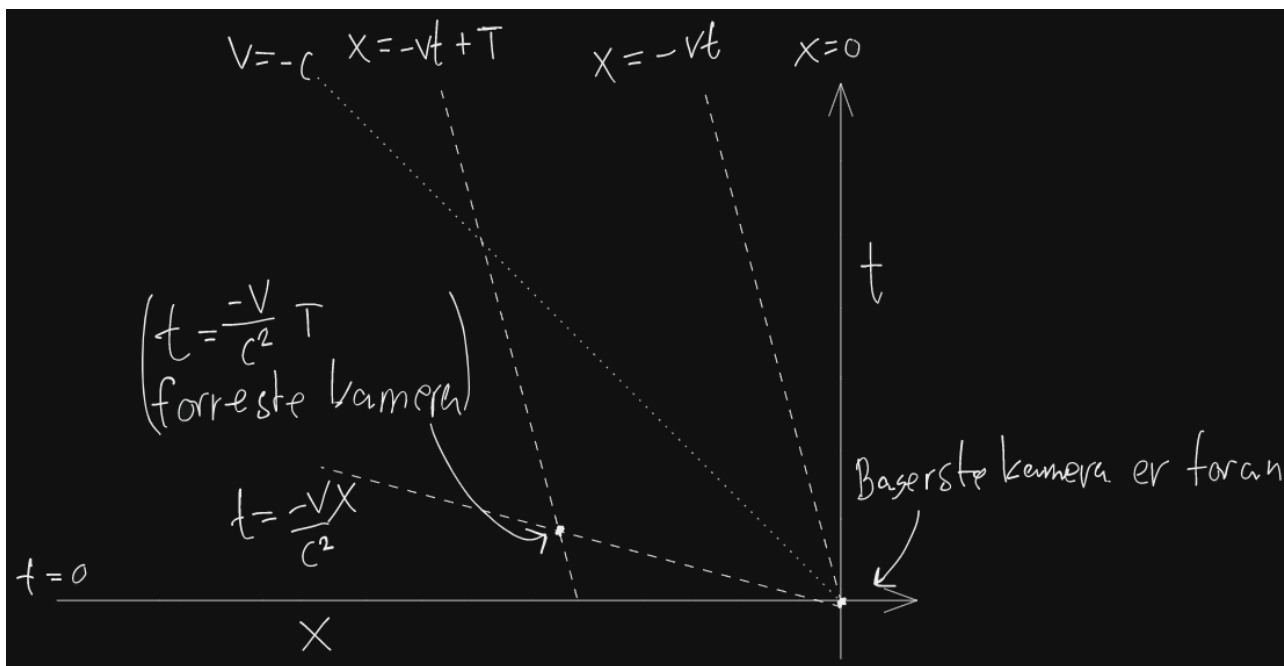


Figure 1: Rumtidsdiagram set fra Toget

togets synspunkt.

Tidsforskellen er: $t = -\frac{v}{c^2}T = -\frac{\frac{3}{5}c}{c^2}T = -\frac{3T}{5c} = -\frac{96m}{5c} = -6.4 \cdot 10^{-8}s$. Dette er en meget lille tidsforskel, men det giver også god mening.

A4

Hun ville se at toget er inde i toget. Vi ved at togets længde er 50m, så lystglimtet skal bevæge sig gennem hele den længde. Og selvom tunnelen bevæger sig med $\frac{3}{5}c$ skal det kun tilbagelægge 18m. Vi finder altså:

$$t_{tunnel} = \frac{18m}{\frac{3}{5}c} = \frac{90m}{3c} = \frac{30m}{c}$$

For tunnelen og dette for lystglimtet:

$$t_{lys} = \frac{50m}{c}$$

Vi kan se at $t_{tunnel} < t_{lys}$. Altså vil tunnelen nå bagenden først.

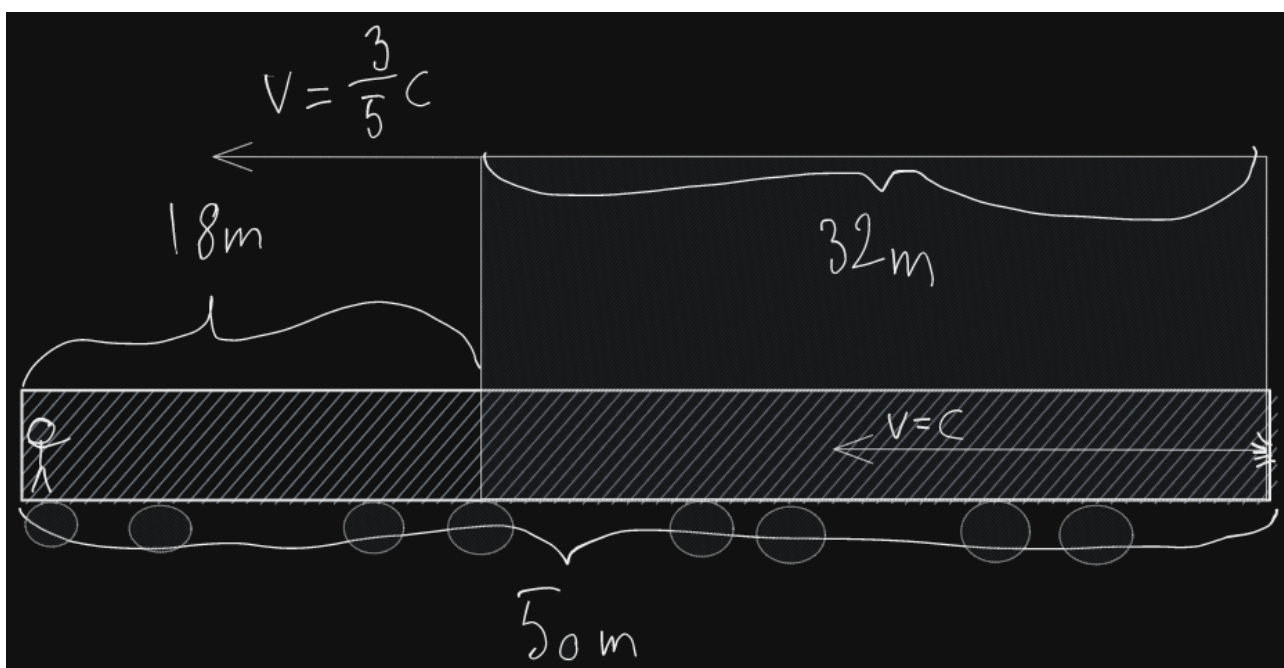


Figure 2: Illustration af Tog og Tunnel når lysglimtet sendes afsted