

Review of Deterministic Interleavers

Kwame Ackah Bohulu

25-05-2017

1 はじめに

ターボ符号 (TC) は、Claude Berrou さんが開発された高性能な誤り訂正符号であり、AWGN チャネルの場合のシャノン限界に最も近い誤り訂正符号の一つである。ターボ符号二つの再帰的畳み込み符号 (RSC 符号) をインタリーブで並列連結して作られている。その二つの RSC 符号は、要素符号と呼ばれている。ターボ符号器で使用するインタリーブは、一般的に、ランダムインタリーブと決定論インタリーブの二つのグループにわかれている。ランダムインタリーブは長いフレームサイズの場合、性能が良いですが、ランダムインタリーブを使用する TC は符号器と復号器にインタリーブテーブルを保存しなくてはならない。応用でたくさんのインタリーブを使用する必要がある場合、ランダムインタリーブは望ましくない。そのかわりに、決定論インタリーブを使用する。インタリーブとデインタリーブはアルゴリズムでできるからである。短いフレームサイズの場合は、決定論インタリーブの性能はランダムインタリーブより良いですが、長いフレームサイズの場合、ランダムインタリーブより良い決定論インタリーブはまだ見つかっていない。本研究では、長いフレームサイズの場合でも、ランダムインタリーブより良い性能を持つ決定論インタリーブを設計することです。

2 システムモデル

シミュレーションで使用するシステムモデルは図 1 に描かれている。長さ N

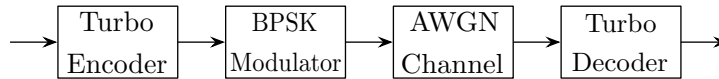


Figure 1: システムモデル

を持つ情報系列 \mathbf{x} はターボ符号器の 1 番目の要素符号 (CE1) に入力し、 \mathbf{x} をインタリーブで並び替えて、2 番目の要素符号 (CE2) に入力する。CE1 と CE2 は同じ RSC 符号器である。ターボ符号器の出力 \mathbf{y} は長さを $(n+1)N$ を持ち、BPSK 変調器の入力である。BPSK 変調器はビット"1"を +1 に変調し、ビット"0"を -1 に変調する。変調された出力 $\tilde{\mathbf{y}}$ は AWGN チャネルで送

信され、AWGN チャネルの出力 $\hat{\mathbf{y}}$ はターボ符号復号器に入力する。ターボ復号器の出力 $\hat{\mathbf{x}}$ は長さ N で、 \mathbf{x} の推計である。ここで、この資料で使用される記号は、表 1 にまとめる。

記号	意味
x_i	i 番目の情報ビットの位置
d_{ef}	RSC 符号の有効自由距離
τ	RSC 符号の周期
n	1 ビットあたりの出力ビット
K	要素符号器の拘束長
R	ターボ符号の出力レート
τ	要素符号器の周期
t	CE1 で、タイプ 1 エラーイベントの長さ
s	CE2 で、タイプ 1 エラーイベントの長さ

3 シミュレーション順序

ターボ符号を作るのに、RSC 符号は大変重要です。RSC 符号は再帰的で、自由距離のプロパティが良いからである。研究で明らかになったのは SNR が高い場合、TC のビット誤り率性能は TC の d_{ef} 制限されている。 d_{ef} とは、入力重み 2 エラーイベントが入力された場合のターボ符号語の最低距離である。入力重み 2 エラーイベントとは、ビット”1” 二つがある情報系列である [3]。

最尤復号と AWGN チャネルの場合、畳み込み符号のビット誤り率性能は upper bound technique 上界できる [2]。

$$P_b \leq \sum_{i=1}^{2^N} \frac{w_i}{N} Q\left(\sqrt{d_i \frac{2RE_b}{N_o}}\right) \quad (1)$$

w_i と d_i は i 番目の符号語の組織ビットの重みと合計ハミング重みである。ターボ符号は畳み込み符号から作られているので、(2) でターボ符号のビット誤り率性能の上界が計算できる。TC に関する重み 2 エラーイベントの合計出力重みは以下の式で計算できる [3]

$$d_{(t,s)} = 6 + \left(\frac{|t|}{\tau} + \frac{|s|}{\tau}\right) w_o \quad (2)$$

w_o は $1 + D^\tau$ の形を持つ入力系列の場合、一番目の要素符号の出力の重みである。目的は $t + s$ の最低値を大きくする D を見つけることである。

t と s のすべての可能な値で、(2) で計算された同じ合計ハミング重みを持つ符号語が集められ、符号語あたりの平均組織ビット重みは以下のように定義する [1]。 W_d は重み d を持つ符号語の合計組織ビットの重みで、 N_d は重み d を持つ符号語の数である。それで、(2) を以下のように書き換えられる。

$$P_b \approx \sum_{i=1}^l \frac{2N_d}{N} Q\left(\sqrt{d_{(t_i,s_i)} \frac{2RE_b}{N_o}}\right) \quad (3)$$

l は整数組 (t, s) の合計数である。

$$l = \sum_{a=1}^3 N - (N - a\tau)$$

4 問題文

代表的な重み $2m$ エラーイベントは図 2 に描かれている。 $m = 1, 2, \dots$ ターボ符号にある重み 2 エラーイベントはそれぞれの要素符号にある m 個の重み 2 エラーイベントのことでありインタリーブで繋がっている。CE1

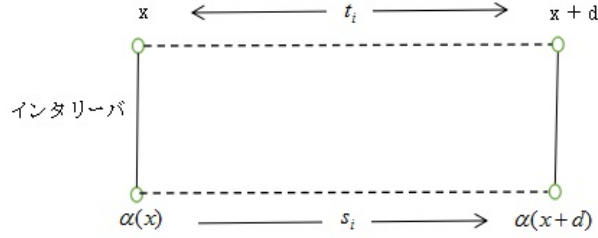


Figure 2: 代表的な入力重み 2 エラーイベント

での i 番目の重み $2m$ エラーイベントは長さ t_i を持ち、 x_i から $x_i + t_i$ までである。

$$x_i \in \mathbb{Z}, t_i \in \tau \cdot \mathbb{Z} \triangleq \mathbb{D}$$

エラーイベントの開始と終了は $(x_i, x_i + t_i)$ の整数組で表現されている。CE2 での i 番目の重み 2 エラーイベントは長さ s_i で、エラーイベントの開始と終了は $(x_i, x_i + s_i)$ の整数組で表現されている。

基本の場合 $m = 1$ に注目すると、以下の図を使用してインタリーブの設計をする。研究で明らかになったことは、 $(1 + D^{a\tau})(D^u)$, $0 \leq u \leq N - \tau$ の形を持つ入力重み 2 エラーイベント (タイプ 1 エラーイベント) は RSC 符号に inputs する場合低い重みをもつ符号語を作成する。ターボ符号の d_{ef} を大きくするために

$$s \leq a\tau \triangleq \mathbb{E}(s) \forall x \in \mathbb{Z}, t \in \mathbb{D}$$

の場合を防ぐようなインタリーブを設計したい、特に最悪の場合の $t = s = \tau$ である。言い換えると、ターボ符号の d_{ef} 値を大きくするために、可能な限り $t + s$ を大きくしたいである。

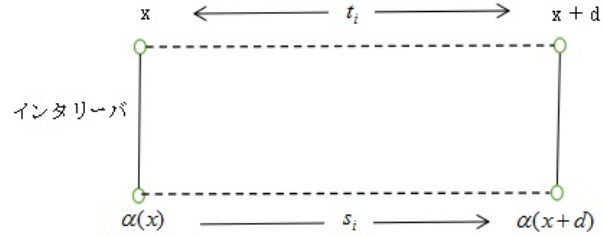


Figure 3: 代表的な入力重み 2 エラーイベント

5 D の検索方法

6 参考文献

- [1] Oscar Y. Takeshita, Member, IEEE, and Daniel J. Costello, "New Deterministic Interleaver Designs for Turbo Codes", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 46, pp. 1988-2006, Nov. 2000
- [2] L. C. Perez, J. Seghers, D. J. Costello, Jr., "A distance spectrum interpretation of turbo codes", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 42, pp. 1698-1709, Nov. 1996.
- [3] Jing Sun, Oscar Y. Takeshita "Interleavers for Turbo Codes Using Permutation Polynomials over Integer Rings", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 51, pp. 101 - 119 Jan. 2005
- [4] John G. Proakis, Masoud Salehi. "Digital Communications", Fifth Edition, Chapter 8, McGraw-Hill