



OLYMPIC TIN HỌC SINH VIÊN LẦN THỨ 30

Khối thi: Cá nhân Không Chuyên & Cao đẳng

Thời gian làm bài: 180 phút

Ngày thi: 23/3/2022

Nơi thi: Đại học FPT Hà Nội

TỔNG QUAN ĐỀ THI

STT	Tên bài	File nguồn nộp	Thời gian chạy	Giới hạn bộ nhớ	Điểm
1	Mã hóa	encryption.*	1 giây	1 GiB	100
2	Khoảng cách	distance.*	1 giây	1 GiB	100
3	Khóa bảng	key.*	1 giây	1 GiB	50
4	Trò chơi	game.*	1 giây	1 GiB	50

Chú ý: Dấu * được thay thế bởi đuôi ngầm định của ngôn ngữ được sử dụng.

Hãy lập trình giải các bài toán dưới đây:

Bài 1. Mã hóa (100 điểm)

Khi nghiên cứu xây dựng thuật toán mã hóa, Nam cần giải quyết bài toán sau:

Với bốn số nguyên dương L, R, A, K , cần đếm số lượng số nguyên dương S mà $L \leq S \leq R$ và $(A \times S) \% K = 0$, trong đó $\%$ là phép toán chia lấy dư.

Hãy giúp Nam giải bài toán trên.

Dữ liệu: Vào từ thiết bị vào chuẩn gồm bốn số nguyên dương $L, R, A, K (L \leq R)$, các số cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi ra thiết bị ra chuẩn một số nguyên là số lượng số nguyên dương S thỏa mãn.

Ví dụ:

Dữ liệu vào	Kết quả ra
1 10 2 10	2

Giới hạn:

Subtask 1 (50% số điểm): $L, R, A, K \leq 10^6$;

Subtask 2 (50% số điểm): $L, R, A, K \leq 10^{18}$.

Bài 2. Khoảng cách (100 điểm)

Nam định nghĩa khoảng cách giữa hai dãy số $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ và $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ là giá trị $|a_i - b_j|$ nhỏ nhất trong tất cả các cặp (a_i, b_j) với $1 \leq i \leq m$ và $1 \leq j \leq n$.

Ví dụ, khoảng cách giữa hai dãy $(1, 5, 7)$ và $(4, -1, 3, 9)$ là $|5 - 4| = 1$.

Trên dãy số $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$, với cặp chỉ số (L, R) , tạo ra dãy số C gồm các phần tử từ L đến R ($1 \leq L \leq R \leq m$), cụ thể $C = (a_L, a_{L+1}, \dots, a_R)$, Nam cần tính khoảng cách của hai dãy số C và B .

Yêu cầu: Cho hai dãy số nguyên $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$, $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ và k cặp chỉ số (L, R) , với mỗi cặp chỉ số (L, R) , hãy tạo dãy số C tương ứng và đưa ra khoảng cách của dãy số C với dãy số B .

Dữ liệu: Vào từ thiết bị vào chuẩn:

- Dòng đầu tiên chứa ba số nguyên dương m, n, k ;
- Dòng thứ hai gồm m số nguyên a_1, a_2, \dots, a_m ($|a_i| \leq 10^9; 1 \leq i \leq m$);
- Dòng thứ ba gồm n số nguyên b_1, b_2, \dots, b_n ($|b_j| \leq 10^9; 1 \leq j \leq n$);
- Dòng thứ t ($1 \leq t \leq k$) trong k dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên dương L, R ($1 \leq L \leq R \leq m$).

Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi ra thiết bị ra chuẩn gồm k dòng, mỗi dòng chứa một số nguyên là khoảng cách của hai dãy số C và B tương ứng với cặp chỉ số L, R trong dữ liệu vào.

Ví dụ:

Dữ liệu vào	Kết quả ra
3 4 3	1
1 5 7	2
4 -1 3 9	1
1 3	
1 1	
2 2	

Giới hạn:

Subtask 1 (40% số điểm): $m, n \leq 5000; k = 1$;

Subtask 2 (30% số điểm): $m, n \leq 10^5; k = 1$;

Subtask 3 (20% số điểm): $m, n \leq 5000; k \leq 10^6$;

Subtask 4 (10% số điểm): $m, n \leq 10^5; k \leq 10^6$.

Bài 3. Khóa bảng (50 điểm)

Công ty của Nam vừa đưa ra thị trường một loại khóa có dạng bảng hình chữ nhật kích thước $h \times w$. Trên bảng có một số ô là phím bấm, việc mở khóa được thực hiện bằng cách bấm liên tiếp k phím ở k ô khác nhau và k ô này phải liên thông với nhau. Một nhóm các ô gọi là liên thông nếu từ một ô có thể tới các ô còn lại bằng dãy các ô kề cạnh trong nhóm.

Độ tin cậy của khóa phụ thuộc vào số lượng cách chọn k ô liên thông. Hai cách chọn gọi là khác nhau nếu tồn tại ít nhất một ô thuộc cách chọn này nhưng không thuộc cách chọn kia.

Để tính số lượng cách chọn, khóa được mô tả bằng lưới ô vuông kích thước $h \times w$ ô, ô là phím bấm được biểu diễn bằng ký tự “#”, các ô còn lại được biểu diễn bằng ký tự “.”.

Ví dụ, với $k = 7$ và bảng khóa như hình bên, có 3 cách chọn 7 ô thông.

```
. # . . .  
## . ##  
. . # . #  
. #####  
. . . . . #
```

Yêu cầu: Cho ba số nguyên h, w, k và bảng mô tả phím bấm. Hãy đếm số cách chọn k ô liên thông.

Dữ liệu: Vào từ thiết bị vào chuẩn:

- Dòng đầu tiên chứa ba số nguyên h, w và k ($1 \leq h, w \leq 30$);
- Mỗi dòng trong h dòng sau chứa xâu có độ dài w mô tả.

Kết quả: Ghi ra thiết bị ra chuẩn một số nguyên là số cách chọn đếm được.

Ví dụ:

Dữ liệu vào	Kết quả ra
5 6 7 .#.... ##.##. ..#.#. .####.#	3

Giới hạn:

Subtask 1 (50% số điểm): $k \leq 3$;

Subtask 2 (50% số điểm): $k \leq 10$.

Bài 4. Trò chơi (50 điểm)

Khi dạy về thuật toán, Nam thường tổ chức các trò chơi, dưới đây là một trò chơi có nhiều chiến thuật chơi tương ứng với nhiều chiến lược thiết kế thuật toán.

Ban đầu, Nam tạo một dãy số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n tương ứng với n lượt chọn. Một người chơi sẽ thực hiện đúng n lượt chọn, với lượt chọn thứ i ($1 \leq i \leq n$) người chơi sẽ chọn số nguyên b_i mà $b_i \leq a_i$, khi đó người chơi sẽ nhận được số kẹo là b_i . Kết thúc n lượt chọn nếu với mọi i đều không tồn tại l, r mà $1 \leq l < i < r \leq n$ và $b_l > b_i < b_r$ thì người chơi giành chiến thắng và nhận được toàn bộ số kẹo ở các lượt, ngược lại người chơi sẽ phải trả lại toàn bộ số kẹo đã nhận.

Yêu cầu: Cho dãy số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n , hãy giúp Nam tính số kẹo ít nhất cần chuẩn bị để trong mọi trường hợp đều có đủ số kẹo cho một người chơi.

Dữ liệu: Vào từ thiết bị vào chuẩn:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên n ;
- Dòng tiếp theo chứa n số nguyên dương cách nhau bởi dấu cách a_1, a_2, \dots, a_n ($a_i \leq 10^9$).

Kết quả: Ghi ra thiết bị ra chuẩn một số nguyên là số kẹo ít nhất mà Nam cần chuẩn bị để trong mọi trường hợp đều đủ số kẹo cho một người chơi.

Ví dụ:

Dữ liệu vào	Kết quả ra
4 1 2 1 2	5

Giới hạn:

Subtask 1 (60% số điểm): $n \leq 5000$;

Subtask 2 (40% số điểm): $n \leq 5 \times 10^5$.

----- **Hết** -----