

# **RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS<sup>1</sup>**

## **O PORQUÊ DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

A resolução de problemas, onde estão incluídos as formas como os problemas são representados, os significados da linguagem matemática, as formas como se conjectura e se raciocina, é considerada a actividade principal da matemática. Através da resolução e da formulação de problemas os alunos têm oportunidade de construírem aprendizagens significativas.

Os alunos devem ter oportunidade de discutir com os colegas, com o professor, de argumentar, de criticar, de interagir por forma a haver uma partilha de ideias, de estratégias, de raciocínios, de pensamentos matemáticos e de desenvolver a sua capacidade de comunicação.

Através da resolução de problemas, inserida num ambiente propício e favorável, o aluno verifica a validade dos conceitos matemáticos, realiza conjecturas, relaciona os conceitos, generaliza, estimula os procedimentos num contexto significativo, toma uma atitude reflexiva e desenvolve a capacidade de raciocínio e o pensamento matemático.

Estudos nacionais e internacionais mostram que em Portugal ainda se está longe de conseguir um dos grandes objectivos que é a formação de alunos matematicamente competentes na resolução de problemas. Os dados disponíveis permitem constatar que os alunos portugueses têm resultados abaixo da média na capacidade de resolução de problemas e resultados melhores no conhecimento de procedimentos de cálculo. Isto, apesar de, desde o início dos anos noventa, os programas de Matemática considerarem a resolução de problemas como um dos principais (ou o principal) objectivos do ensino da Matemática. O novo Programa de Matemática para o Ensino Básico (Ponte et al., 2007) considera a capacidade de Resolução de Problemas um dos objectivos de aprendizagem

---

<sup>1</sup> Texto coligido por Lurdes Serrazina, a partir de diferentes textos, mencionados na bibliografia.

centrais, mas a Resolução de Problemas é também uma importante orientação metodológica para estruturar as actividades a realizar na aula.

## O QUE É UM PROBLEMA?

A questão da resolução de problemas na sala de aula foi abordada pela primeira vez de modo consistente por Polya, em 1945, mas só a partir da década de 80 com a publicação da *Agenda para a Acção* do NCTM, o movimento se tornou mais forte. Desde o início que a noção de problema tem sido difícil de definir.

Kantowski (1980) considera que um problema é uma situação com que uma pessoa se depara e para a realização da qual não tem um procedimento ou algoritmo que conduza à solução. Refere ainda que o que é problema para um indivíduo poderá ser exercício para outro ou ainda uma frustração para um terceiro.

Já as Normas (NCTM, 1991, p.11) referem que:

"um problema genuíno é uma situação em que, para o indivíduo ou para o grupo em questão, uma ou mais soluções apropriadas precisam ainda de ser encontradas. A situação deve ser suficientemente complicada para constituir um desafio, mas não tão complexa que surja como insolúvel."

Para Krulik e Rudnik (1993), problema é uma situação, quantitativa ou outra, com a qual se confronta um indivíduo ou grupo, na procura de uma solução, para a qual não tem prontamente resposta. Estes autores distinguem ainda entre **questão** (uma situação que apela à capacidade de memória), **exercício** (uma situação em que é necessário treinar ou reforçar algoritmos já aprendidos) e **problema** (onde é necessário raciocinar e sintetizar o que já foi aprendido).

De facto, uma mesma situação poderá representar um exercício para uns e um problema para outros. Da mesma forma, o que poderá ser um problema para um indivíduo numa fase de aprendizagem, poderá passar a um exercício numa fase posterior. Considere-se o seguinte exemplo: "Dou ao meu cão três biscoitos por dia. Quantos biscoitos come ele por semana?" Para um aluno que conhece a multiplicação esta situação é um exercício, mas

para um aluno do 1.º ano de escolaridade, que não conhece nem o conceito nem a tabuada da multiplicação, esta questão é seguramente um problema.

Em resumo, nas definições de problemas acima descritas podem ser identificadas duas características comuns para problema:

- a) é uma situação para a qual se pretende uma solução;
- b) não há procedimento que conduza imediatamente à solução.

Assim, **um bom problema deverá geralmente possuir três características:**

- **ser desafiante e interessante** a partir de uma perspectiva matemática;
- **ser adequado**, permitindo relacionar o conhecimento que os alunos já têm de modo que o novo conhecimento e as capacidades de cada aluno possam ser adaptadas e aplicadas para completar tarefas;
- **ser problemático**, a partir de algo que faz sentido e onde o caminho para a solução não está completamente visível.

## **COMO SE RESOLVEM PROBLEMAS?**

A resolução de problemas é concebida por diversos autores como um processo sequencial onde se estabelecem diversas fases.

Segundo Pólya (2003) a resolução de problemas inclui quatro etapas:

a) **Compreensão do problema** - procura-se compreender o problema até encontrar com precisão a incógnita;

Nesta etapa devem identificar-se:

- o que é conhecido (os dados);
- o que é desconhecido (o objectivo);
- as condições apresentadas.

b) **Elaboração dum plano** - obtém-se um plano quando, de um modo geral, sabemos quais os cálculos ou planos/estratégias a fim de obter a incógnita. O importante é a concepção do plano;

c) **Execução do plano** - o plano dá-nos apenas um roteiro geral. É necessário examinar todos os detalhes;

Executa-se o plano que se elaborou até chegar à solução. Se se chegar a um impasse, volta-se à fase de planificação.

e) **Verificação dos resultados** - revisão crítica do trabalho realizado, ou seja, verificação do resultado em função da situação inicial e do raciocínio.

Estas quatro etapas podem ajudar o aluno a organizar o seu processo de resolução de um dado problema. Ao longo das quatro etapas o aluno deverá colocar a si próprio uma série de questões que têm como objectivo organizar o seu pensamento de uma forma mais sistemática e eficaz.

## **ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Existem diferentes estratégias de resolução de problemas, também designadas como heurísticas. O Programa de Matemática para o Ensino Básico (2007) propõe trabalhar diferentes estratégias de resolução de problemas ao longo dos vários ciclos. Algumas dessas estratégias são apresentadas nesta secção, ilustradas com um exemplo de problema, onde essa estratégia pode ser adequada.

- *Utilizar um esquema / diagrama / tabela / gráfico*

Muitas vezes fazer um esquema é uma forma de obter a solução de um problema. Por exemplo, o problema seguinte pode ser resolvido por um aluno, no início do 1.º ciclo, através de um esquema:

A Rita é muito vaidosa. Para a passagem do ano e pensando que poderia utilizá-la com outras roupas, ela comprou uma saia vermelha e outra azul, uma camisola amarela, uma verde e outra preta.

Depois pensou: Que bom! Agora já posso vestir-me de muitas maneiras diferentes.

De quantas maneiras diferentes se poderá vestir a Rita?

- *Trabalhar do fim para o princípio*

Esta estratégia é adequada quando se conhece o ponto de chegada e o que se quer saber é o ponto de partida. Por exemplo,

O João levou para a escola um saco de rebuçados para dar aos amigos. Aos primeiros que encontrou deu metade dos rebuçados que trazia. Depois encontrou mais amigos e deu metade dos que ainda tinha. E foi assim que chegou à sala dele já só com 20, um para cada colega. Quantos rebuçados tinha o saco antes do João o abrir?

- *Simular / Simplificar o problema*

Neste caso procura -se resolver o problema simulando a situação recorrendo a objectos, criando um modelo ou fazendo uma dramatização. Por exemplo,

O Mário tem as meias na gaveta todas desarrumadas. Ele sabe que tem duas meias castanhas, duas meias pretas e duas meias azuis. Na noite de Natal faltou a luz e ele teve de ir às escuras tirar meias para se calçar. Qual é o menor número de meias que deve tirar para ter a certeza que tira um par da mesma cor?

- *Descobrir uma regularidade / regra*

Nesta estratégia, procura-se encontrar a solução através da generalização de soluções específicas. São exemplos os problemas que têm subjacente uma sequência.

Exemplo:

Quantas partes se obtêm dobrando uma folha 8 vezes?

|           |   |   |   |  |  |  |
|-----------|---|---|---|--|--|--|
| Dobragens | 0 | 1 | 2 |  |  |  |
| Partes    | 1 | 2 |   |  |  |  |

Uma vez preenchidas as primeiras colunas da tabela, uma observação atenta levará os alunos a procurarem a lei de formação que lhes permitirá chegar à solução.

- *Organizar uma sequência de passos*

A organização de uma sequência organizada permite esgotar e visualizar todos os casos possíveis.

Por exemplo, o problema seguinte:

O Luís decidiu juntar dinheiro no seu mealheiro. Começou por guardar uma moeda de 1 cêntimo no primeiro dia e decidiu que em cada dia que passasse havia de lá colocar o dobro do dia anterior. Achas que ele consegue manter a decisão?

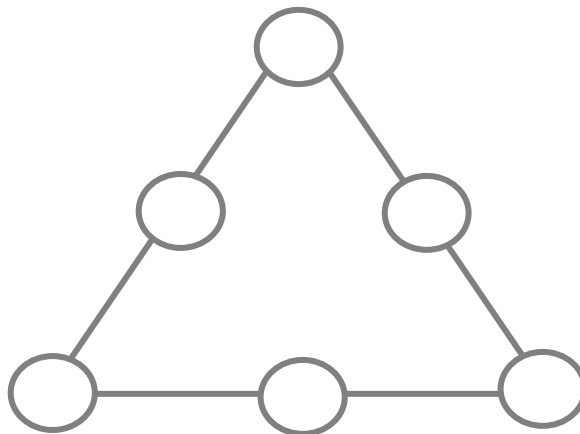
Quanto tinha de pôr no mealheiro ao fim de 10 dias?

- *Tentativa e erro*

O problema é resolvido através de tentativas de um modo orientado e verificando em cada caso se a solução encontrada satisfaz as condições do problema.

Exemplo:

Este triângulo com círculos é um triângulo mágico. Basta que se disponham os números de 1 a 6 nos círculos, para que cada lado some 9. Onde deverá ficar cada um dos números 1, 2, 3, 4, 5, 6?



- *Procurar um problema análogo mas mais simples*

Formulando um problema mais simples, é possível resolver o problema mais facilmente e entender melhor o problema a resolver.

Suponha que há um certo número de coelhos e de faisões numa gaiola, totalizando 7 cabeças e 22 patas. Quantos coelhos e faisões estão na gaiola?

Podemos reduzir o problema para um mais simples:

Se todos os animais fossem faisões, teríamos 14 patas.

Mas como na realidade, são 22 patas no total, então ainda falta distribuir 8 patas. Assim, dever-se-á a colocar mais duas patas em 4 cabeças. Logo são 4 coelhos e 3 faisões.

- *Desdobrar um problema complexo em questões mais simples*

Por vezes pode começar-se por um problema mais simples. Por exemplo no problema:

A Joana tem 3 saias – azul, preta e castanha, 4 camisas –branca, azul, vermelho e verde e 2 chapéus – um branco e outro azul. De quantos modos diferentes se pode apresentar a Joana com saia, camisa e chapéu?

O problema pode inicialmente ser resolvido considerando apenas as saias e as camisas.

- *Criar um problema equivalente*

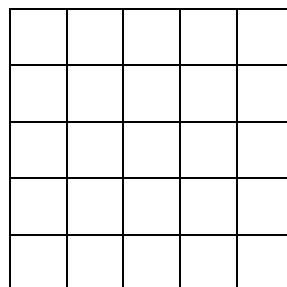
Esta estratégia pode ser usada por exemplo quando temos um problema com números grandes, substituindo-os inicialmente por números menores, de modo a que se possa representar.

- *Explorar casos particulares*

Esta estratégia consiste em resolver um problema do mesmo tipo mas que corresponda a um caso particular daquele que se quer resolver.

Por exemplo, no problema:

Quantos quadrados existem na figura?



Pode começar por ser resolvido para uma figura mais simples, por exemplo para um quadrado de 2x2.

## Bibliografia

- Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Kantowski, M. G. (1980). Some thoughts on teaching for problem solving. In R. E. Reys (Ed.), *Problem solving in school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Krulik, S. & Rudnik, J. A. (1993). *Reasoning and Problem Solving – A Handbook for Elementary School Teachers*. Massachussets: Allyn and Bacon.
- Lopes, A. V., Bernardes, A., Loureiro, C., Varandas, J. M., Oliveira, M. J., Delgado, M. J. , Bastos, R. E Graça, T. (2005). *Actividades Matemáticas na Sala de Aula*, 2.<sup>a</sup> Edição, 2<sup>a</sup> Tiragem. Lisboa: Texto Editores.
- NCTM (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. (Tradução portuguesa do original em inglês de 1989). Lisboa: APM & IIE.
- Pólya, G. (2003). *Como resolver problemas* (Tradução do original inglês de 1945). Lisboa: Gradiva.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E., Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Vieira, L., Carvalho, P. e Cadeia, C. (2007). Resolução de Problemas. Em A. Gomes (Coord.), *Mat1C – Desafio à Matemática*, Braga, Universidade do Minho, Instituto de Estudos da Criança.