

学籍番号									氏名	
------	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

## 「離散数学・オートマトン」確認テスト

2023/10/2

問 1 二つの集合

$$X = \{x \mid x \text{ は } 15 \text{ 以下の素数}\} \quad (1)$$

$$Y = \{x \mid x \text{ は } 15 \text{ 以下の } 5 \text{ の倍数である自然数}\} \quad (2)$$

に対して、以下の集合を求め、要素を列挙することで答えなさい。なお、自然数には、0 を含まないこととする。

1.  $X \cup Y$
2.  $X \cap Y$
3.  $X \setminus Y$

解答例 初めに  $X$  と  $Y$  のそれぞれの要素を列挙しておく。

$$X = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$$

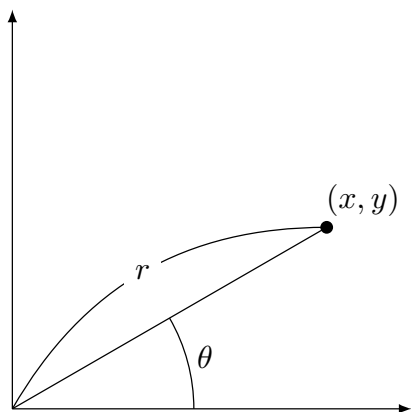
$$Y = \{5, 10, 15\}$$

1.  $X \cup Y = \{2, 3, 5, 7, 11, 10, 13, 15\}$
2.  $X \cap Y = \{5\}$
3.  $X \setminus Y = \{2, 3, 7, 11, 13\}$

$X \setminus Y$  は、 $X$  の要素のうちから  $Y$  の要素であるものを取り除いたものであることに注意する。

$$X \setminus Y = \{z \mid z \in X \wedge z \notin Y\}$$

**問 2** デカルト座標  $(x, y)$  と、その極座標  $(r, \theta)$  表現を考える。ただし、第一象限  $(0 \leq x, y)$  のみを考える。



1. 極座標からデカルト座標への変換、 $(x, y) = F(r, \theta)$  の表現を求めなさい。つまり、 $(x, y)$  を  $(r, \theta)$  で表しなさい。
2.  $F(r, \theta)$  の定義域を求めなさい。つまり、 $r$  と  $\theta$  の範囲を求めなさい。
3.  $(r, \theta) = F^{-1}(x, y)$  を求めなさい。つまり、 $(r, \theta)$  を  $(x, y)$  で表しなさい

### 解答例

1.  $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$
2.  $0 \leq r, 0 \leq \theta \leq \pi/2$
- 3.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{y}{x}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right)$$