学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

## 「離散数学・オートマトン」確認テスト

2022/10/3

## 問1 二つの集合

$$X = \{x \mid x \text{ は 15 以下の素数}\}\tag{1}$$

$$Y = \{x \mid x \text{ は } 15 \text{ 以下の 7 の倍数である自然数}\}$$
 (2)

に対して、以下の集合を求め、要素を列挙することで答えなさい。なお、自然数には、0 を含まないこととする。

- 1.  $X \cup Y$
- $2. X \cap Y$
- 3.  $X \setminus Y$

**解答例** 初めに X と Y のそれぞれの要素を列挙しておく。

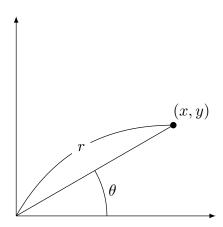
$$X = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$$
$$Y = \{7, 14\}$$

- 1.  $X \cup Y = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 14\}$
- 2.  $X \cap Y = \{7\}$
- 3.  $X \setminus Y = \{2, 3, 5, 11, 13\}$

 $X \setminus Y$  では、X に含まれる要素のうちから Y の要素であるものを取り除いたものであることに注意する。

$$X \setminus Y = \{z \mid z \in X \land z \not \in Y\}$$

**問 2** デカルト座標 (x,y) と、その極座標  $(r,\theta)$  表現を考える。ただし、第一象限  $(0 \le x,y)$  のみを考える。



- 1.  $(x,y) = F(r,\theta)$  の表現を求めなさい。つまり、 (x,y) を  $(r,\theta)$  で表しなさい。
- 2. F(x,y) の値域を求めなさい。つまり、r と  $\theta$  の範囲を求めなさい。
- 3.  $(r,\theta) = F^{-1}(x,y)$  を求めなさい。つまり、 $(r,\theta)$  を(x,y) で表しなさい

## 解答例

- 1.  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$
- 2.  $0 \le r, 0 \le \theta \le \pi/2$
- 3.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{y}{x}$$
$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x}\right)$$