

学籍番号									氏名	
------	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「離散数学・オートマトン」確認テスト

2024/10/7

問1 二つの集合

$$X = \{x \mid x \text{は15以下の素数}\} \quad (1)$$

$$Y = \{x \mid x \text{は15以下の5の倍数である自然数}\} \quad (2)$$

に対して、以下の集合を求め、要素を列挙することで答えなさい。なお、自然数には、0を含まないこととする。

1. $X \cup Y$
2. $X \cap Y$
3. $X \setminus Y$

解答例 初めに X と Y のそれぞれの要素を列挙しておく。

$$X = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$$

$$Y = \{5, 10, 15\}$$

1. $X \cup Y = \{2, 3, 5, 7, 11, 10, 13, 15\}$
2. $X \cap Y = \{5\}$
3. $X \setminus Y = \{2, 3, 7, 11, 13\}$

$X \setminus Y$ は、 X の要素のうちから Y の要素であるものを取り除いたものであることに注意する。

$$X \setminus Y = \{z \mid z \in X \wedge z \notin Y\}$$

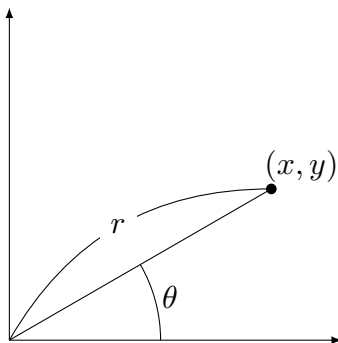
Python を使った例も示す。

```
1 import math
2
3 def isPrime(n:int)->bool:
4     """
5     Check if a number is prime or not
6     """
7     if n < 2:
8         return False
9     if n == 2:
10        return True
11    if n % 2 == 0:
12        return False
13    m:int = int(math.sqrt(n))
14    for k in range(3, m + 1, 2):
15        if n % k == 0:
16            return False
17    return True
18
19 if __name__ == '__main__':
20     n:int = 15
21     X:set[int] = {k for k in range(2, n + 1) if isPrime(k)}
22     Y:set[int] = {k for k in range(1, n + 1) if k % 5 == 0}
23     print(f'X = {X}')
24     print(f'Y = {Y}')
25     print(f'X | Y = {X | Y}')
26     print(f'X & Y = {X & Y}')
27     print(f'X - Y = {X - Y}')
```

出力結果

```
X = {2, 3, 5, 7, 11, 13}
Y = {10, 5, 15}
X | Y = {2, 3, 5, 7, 10, 11, 13, 15}
X & Y = {5}
X - Y = {2, 3, 7, 11, 13}
```

問 2 デカルト座標 (x, y) と、その極座標 (r, θ) 表現を考える。ただし、第一象限 $(0 \leq x, y)$ のみを考える。



1. 極座標からデカルト座標への変換、 $(x, y) = F(r, \theta)$ の表現を求めなさい。つまり、 (x, y) を (r, θ) で表しなさい。
2. $F(r, \theta)$ の定義域を求めなさい。つまり、 r と θ の範囲を求めなさい。
3. $(r, \theta) = F^{-1}(x, y)$ を求めなさい。つまり、 (r, θ) を (x, y) で表しなさい

解答例

1. $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$
2. $0 \leq r, 0 \leq \theta \leq \pi/2$
- 3.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{y}{x}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$$