

# 「離散数学・オートマトン」演習問題 11 (解答例)

2023/12/18

## 1 非決定性有限オートマトンから決定性有限オートマトンへ

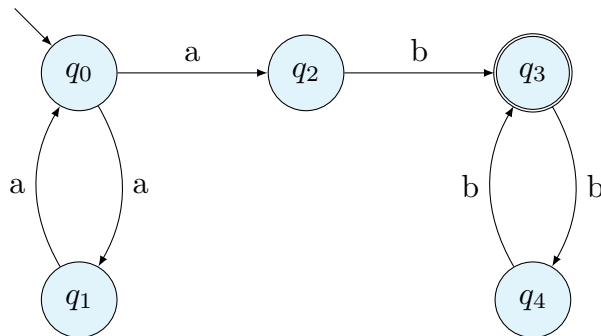
課題 1 非決定性有限オートマトン  $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$  を考える。ここで

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$F = \{q_3\}$$

である。遷移関数は図に示す。このとき、同じ文字列を受理する決定性有限オートマトンを構成しなさい。



解答例 対応する決定性有限オートマトン  $M' = \langle Q', \Sigma, \delta', [q_0], F' \rangle$  を構成するために、 $Q'$  と  $\delta'$  をアルゴリズムに従って構成する。

- $[q_0]$  を起点とする遷移

$$\delta'([q_0], a) = [q_1, q_2]$$

- $[q_1, q_2]$  を起点とする遷移

$$\delta'([q_1, q_2], a) = [q_0]$$

$$\delta'([q_1, q_2], b) = [q_3]$$

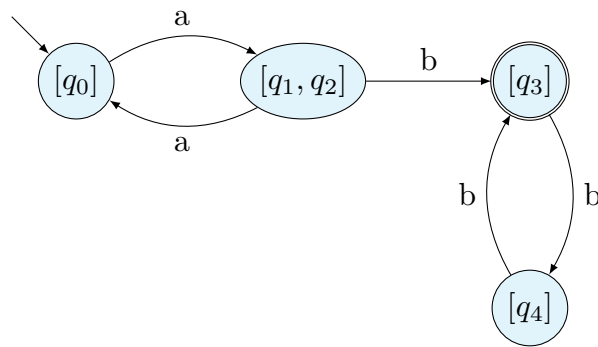
- $[q_3]$  を起点とする遷移

$$\delta'([q_3], b) = [q_4]$$

- $[q_4]$  を起点とする遷移

$$\delta'([q_4], b) = [q_3]$$

$M$  の受理状態は  $F' = \{[q_3]\}$  となる。状態遷移を図示する。



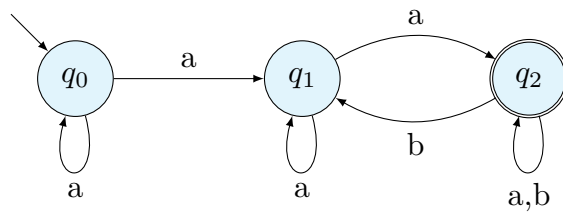
**課題 2** 非決定性有限オートマトン  $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$  を考える。ここで

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$F = \{q_2\}$$

である。遷移関数は図に示す。このとき、同じ文字列を受理する決定性有限オートマトンを構成しなさい。



**解答例** 対応する決定性有限オートマトン  $M' = \langle Q', \Sigma, \delta', [q_0], F' \rangle$  を構成するために、 $Q'$  と  $\delta'$  をアルゴリズムに従って構成する。

- $[q_0]$  を起点とする遷移

$$\delta'([q_0], a) = [q_0, q_1]$$

- $[q_0, q_1]$  を起点とする遷移

$$\delta'([q_0, q_1], a) = [q_0, q_1, q_2]$$

- $[q_0, q_1, q_2]$  を起点とする遷移

$$\delta'([q_0, q_1, q_2], a) = [q_0, q_1, q_2]$$

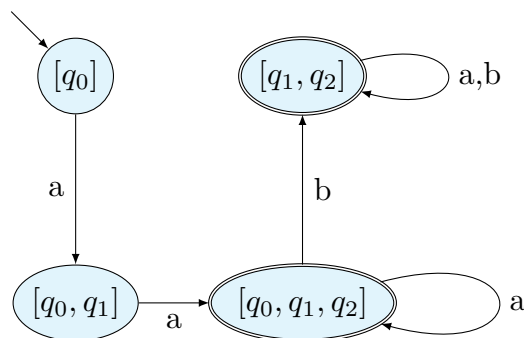
$$\delta'([q_0, q_1, q_2], b) = [q_1, q_2]$$

- $[q_1, q_2]$  を起点とする遷移

$$\delta'([q_1, q_2], a) = [q_1, q_2]$$

$$\delta'([q_1, q_2], b) = [q_1, q_2]$$

$M$  の受理状態は  $F' = \{[q_0, q_1, q_2], [q_1, q_2]\}$  となる。状態遷移を図示する。



## 2 $\epsilon$ 動作のある非決定性有限オートマトンから決定性有限オートマトンへ

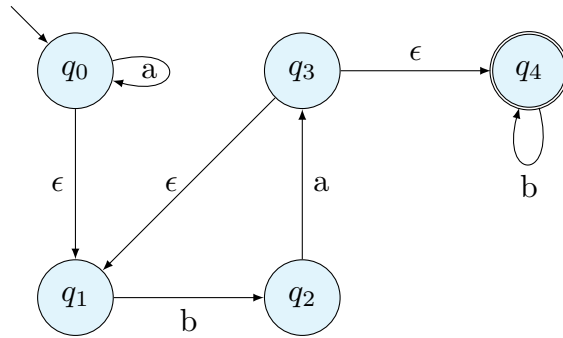
**課題 3**  $\epsilon$  動作のある非決定性有限オートマトン  $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$  を考える。ここで

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$F = \{q_4\}$$

である。遷移関数は図に示す。このとき、同じ文字列を受理する決定性有限オートマトンを構成しなさい。



**解答例** 対応する決定性有限オートマトン  $M' = \langle Q', \Sigma, \delta', q'_0, F' \rangle$  を構成するために、 $Q'$  と  $\delta'$  をアルゴリズムに従って構成する。

今回は  $\epsilon$ -動作があるために、初期状態の構築から始める。

- $q_0$  を起点とする  $\epsilon$ -閉包を初期状態とする。

$$q'_0 = [q_0, q_1]$$

- $[q_0, q_1]$  を起点とする遷移

$$\delta'([q_0, q_1], a) = \delta(q_0, a) \cup \delta(q_1, a) = [q_0, q_1]$$

$$\delta'([q_0, q_1], b) = [q_2]$$

- $[q_2]$  を起点とする遷移。  $q_3$  から  $\epsilon$ -遷移があることに留意。

$$\delta'([q_2], a) \epsilon\text{-CL}(q_3) = [q_1, q_3, q_4]$$

- $[q_1, q_3, q_4]$  を起点とする遷移

$$\delta'([q_1, q_3, q_4], b) = [q_2, q_4]$$

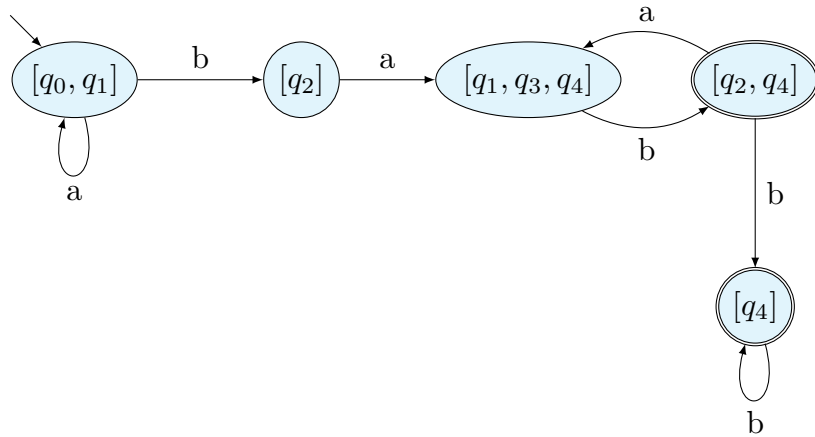
- $[q_2, q_4]$  を起点とする遷移

$$\delta'([q_2, q_4], a) = [q_1, q_3, q_4]$$

$$\delta'([q_2, q_4], b) = [q_4]$$

- $[q_4]$  を起点とする遷移

$$\delta'([q_4], b) = [q_4]$$



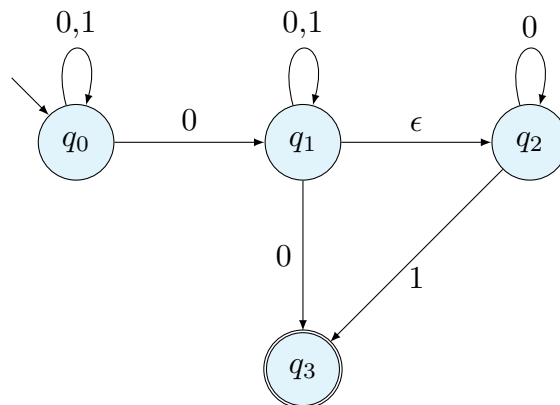
課題 4  $\epsilon$  動作のある非決定性有限オートマトン  $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$  を考える。ここで

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$F = \{q_3\}$$

である。遷移関数は図に示す。このとき、同じ文字列を受理する決定性有限オートマトンを構成しなさい。



解答例

- $[q_0]$  から

$$\delta([q_0], 0) = \{q_0, q_1\} \cup \epsilon\text{-CL}(q_1) = \{q_0, q_1\} \cup \{q_1, q_2\} = [q_0, q_1, q_2]$$

$$\delta([q_0], 1) = [q_0]$$

- $[q_0, q_1, q_2]$  から

$$\delta([q_0, q_1, q_2], 0) = \delta([q_0], 0) \cup \delta(q_1, 0) \cup \delta(q_2, 0) = [q_0, q_1, q_2] \cup \{q_3\} = [q_0, q_1, q_2, q_3]$$

$$\delta([q_0, q_1, q_2], 1) = \delta([q_0], 1) \cup \epsilon\text{-CL}(q_1) \cup \delta(q_2, 1) = \{q_0\} \cup \{q_1, q_2\} \cup \{q_3\} = [q_0, q_1, q_2, q_3]$$

- $[q_0, q_1, q_2, q_3]$  から

$$\delta([q_0, q_1, q_2, q_3], 0) = \delta([q_0, q_1, q_2], 0) = [q_0, q_1, q_2, q_3]$$

$$\delta([q_0, q_1, q_2, q_3], 1) = \delta([q_0, q_1, q_2], 1) = [q_0, q_1, q_2, q_3]$$

