

学籍番号									氏名	
------	--	--	--	--	--	--	--	--	----	--

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

## 「離散数学・オートマトン」確認テスト

2024/10/21

問 1  $n \in N$  に対する以下の公式を数学的帰納法を用いて証明しなさい。

$$\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2 \quad (1)$$

解答例

1.  $n = 1$  の場合、左辺は  $\sum_{k=1}^1 (2k-1) = 2 \times 1 - 1 = 1$ 、右辺は  $1^2 = 1$  となり、式 (1) が成り立つ。
2. ある  $n$  で式 (1) が成り立つと仮定し、 $n+1$  についても成り立つことを示す。

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n+1} (2k-1) &= \sum_{k=1}^n (2k-1) + (2(n+1)-1) \\ &= n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2 \end{aligned}$$

これは、式 (1) の  $n+1$  の場合である。

問 2 以下の関数または述語を再帰的に定義しなさい。

1.  $S(n) = \sum_{k=0}^n k^2 \quad \forall n \in N$
2.  $F(n) = \prod_{k=1}^n k \quad \forall n \in N$
3.  $P(n) : \exists m \in N, n = 3 \times m$  ( $n$  が 3 の倍数の時、述語  $P(n)$  は真となる)

解答例

1.  $S(1) = 1$ 、 $S(n) = S(n-1) + n^2$  for  $n > 1$
2.  $F(1) = 1$ 、 $F(n) = n \times F(n-1)$  for  $n > 1$
3.  $P(1) = F$ 、 $P(2) = F$ 、 $P(3) = T$ 、 $P(n) = P(n-3)$  for  $n > 3$