

| | | | | | | | | | | |
|------|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|
| 学籍番号 | | | | | | | | | 氏名 | |
|------|--|--|--|--|--|--|--|--|----|--|

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「離散数学・オートマトン」確認テスト

2023/10/23

問 1 $n \in N$ に対する以下の公式を数学的帰納法を用いて証明しなさい。

$$\sum_{k=1}^n k \times k! = (n+1)! - 1 \quad (1)$$

解答例

1. $n = 1$ の場合、左辺は $\sum_{k=1}^1 k \times k! = 1 \times 1 = 1$ 、右辺は

$$(1+1)! - 1 = 1$$

となり、式 (1) が成り立つ。

2. ある n で式 (1) が成り立つと仮定し、 $n+1$ についても成り立つことを示す。

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n+1} k \times k! &= \sum_{k=1}^n k \times k! + (n+1)(n+1)! \\ &= (n+1)! - 1 + (n+1)(n+1)! \\ &= (n+2)! - 1 \end{aligned}$$

これは、式 (1) の $n+1$ の場合である。

問 2 以下の関数または述語を再帰的に定義しなさい。

1. $S(n) = \sum_{k=0}^n k^2 \quad \forall n \in N$

2. $F(n) = \prod_{k=1}^n k \quad \forall n \in N$

3. $P(n) : \exists m \in N, n = 3 \times m$ (n が 3 の倍数の時、述語 $P(n)$ は真となる)

解答例

1. $S(1) = 1$ 、 $S(n) = S(n-1) + n^2$ for $n > 1$

2. $F(1) = 1$, $F(n) = n \times F(n - 1)$ for $n > 1$

3. $P(1) = \text{F}$, $P(2) = \text{F}$, $P(3) = \text{T}$, $P(n) = P(n - 3)$ for $n > 3$