

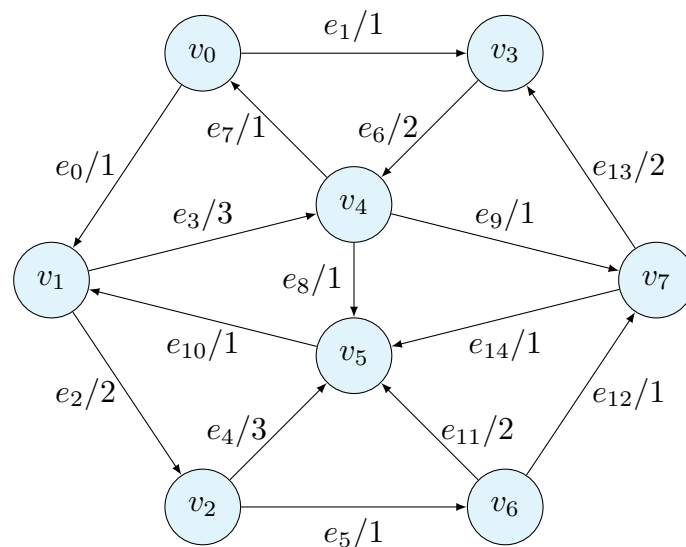
# 「離散数学・オートマトン」 演習問題 08 (解答例)

2024/11/25

## 1 最短経路: The Shortest Path Problem

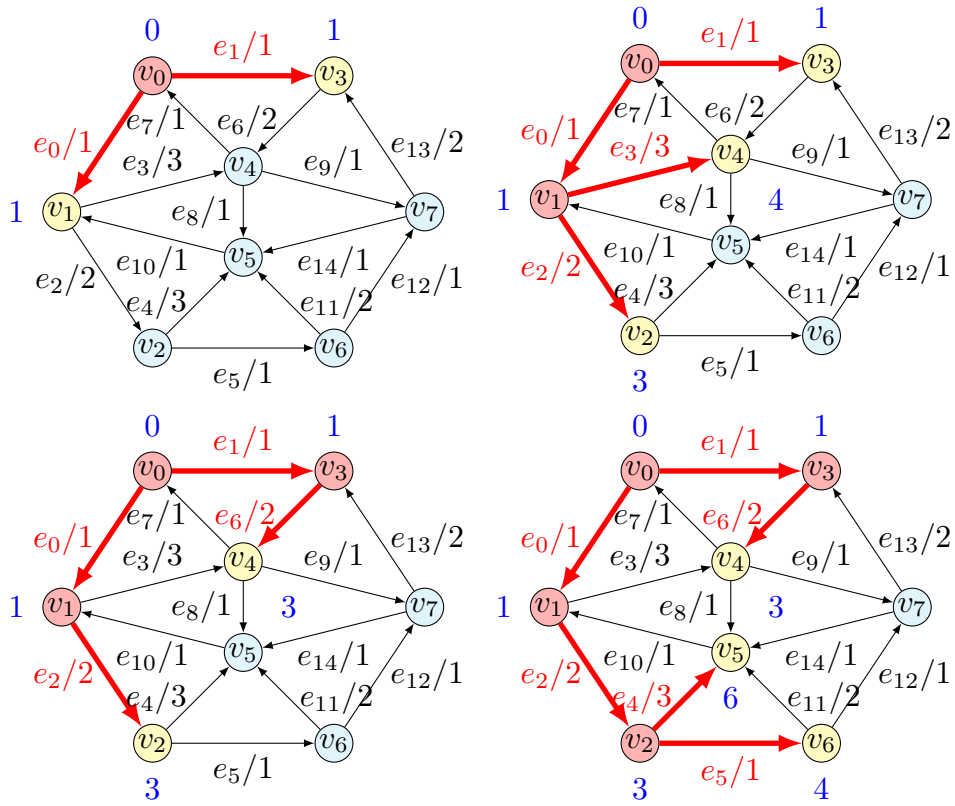
**課題 1** 以下のグラフに対して、始点を  $v_0$  として、Dijkstra 法を用いて、各頂点への最短経路を求めなさい。各辺のラベルは、"辺の名前/距離"となっている。距離が同じ辺が複数ある場合には、番号の小さい辺を先に選びなさい。解答は講義資料と同様に、以下の表を埋めなさい。一番左の列は、手順の番号、二番目の列は注目している頂点を表す。

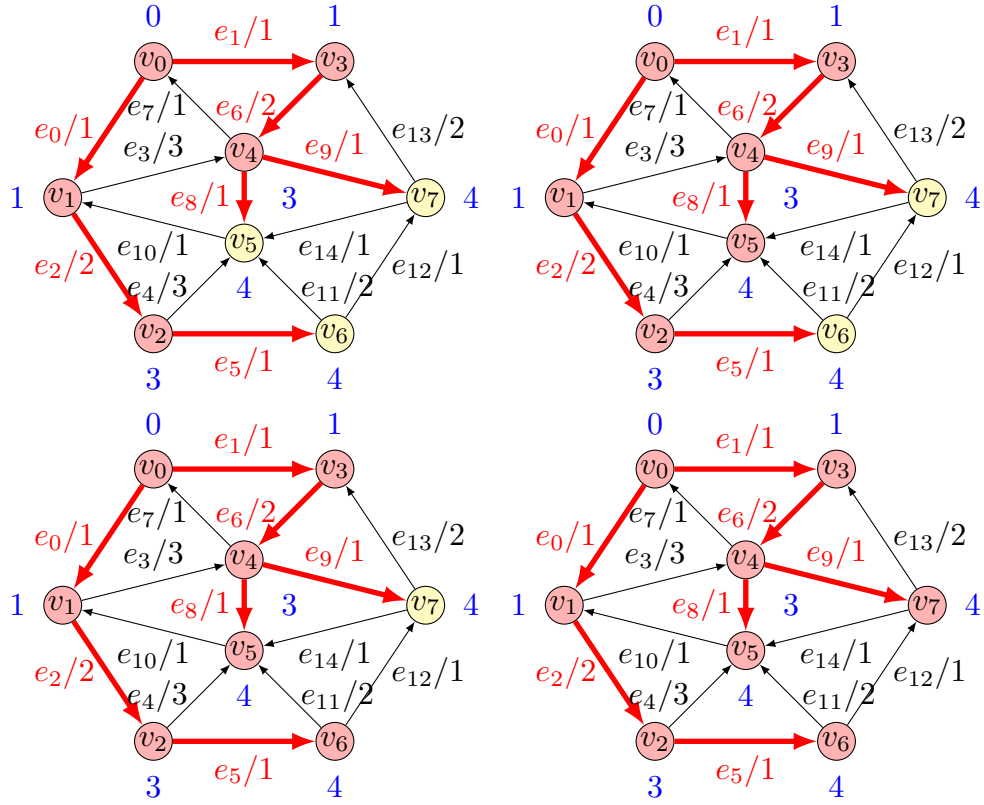
Obtain the shortest path tree for the following graph using Dijkstra's algorithm with the starting point  $v_0$ . The labels of the edges are in the form of "edge name/length". If there are multiple edges with the same length, choose the edge with the smaller number first. Fill in the following table as in the lecture notes. The leftmost column is the step number, and the second column indicates the vertex being considered.



解答例

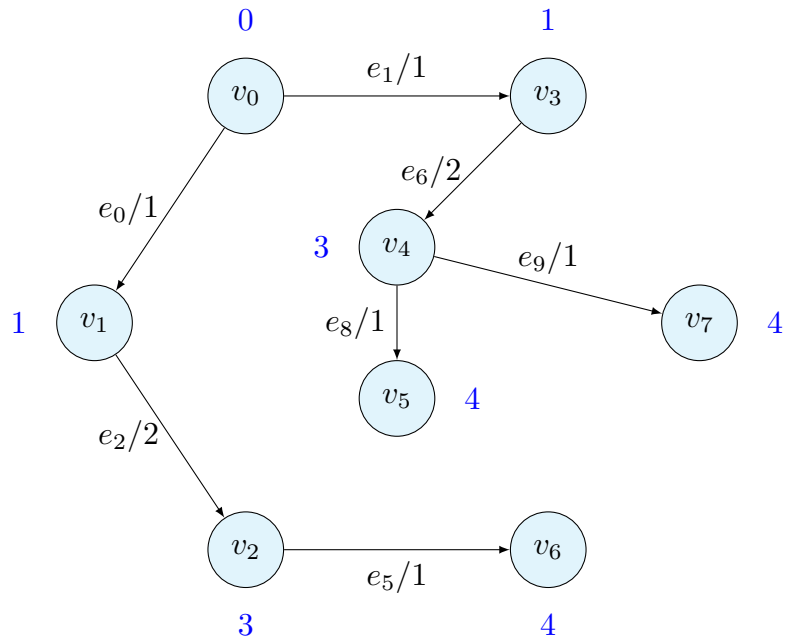
		$W$	$U$	$p$	$q$
0		$\emptyset$	$\{v_0\}$	$p(v_0) = 0$	
1	$v_0$	$\{v_0\}$	$\{v_1, v_3\}$	$p(v_1) = 1$ $p(v_3) = 1$	$q(v_1) = v_0$ $q(v_3) = v_0$
2	$v_1$	$\{v_0, v_1\}$	$\{v_2, v_3, v_4\}$	$p(v_2) = 3$ $p(v_4) = 4$	$q(v_2) = v_1$ $q(v_4) = v_1$
3	$v_3$	$\{v_0, v_1, v_3\}$	$\{v_2, v_4\}$	$p(v_4) = 3$	$q(v_4) = v_3$
4	$v_2$	$\{v_0, v_1, v_2, v_3\}$	$\{v_4, v_5, v_6\}$	$p(v_5) = 6$ $p(v_6) = 4$	$q(v_2) = v_2$ $q(v_6) = v_2$
5	$v_2$	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4\}$	$\{v_5, v_6, v_7\}$	$p(v_5) = 3$ $p(v_7) = 4$	$q(v_2) = v_4$ $q(v_7) = v_4$
6	$v_5$	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$	$\{v_6, v_7\}$		
7	$v_6$	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$	$\{v_7\}$		
8	$v_7$	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$	$\emptyset$		





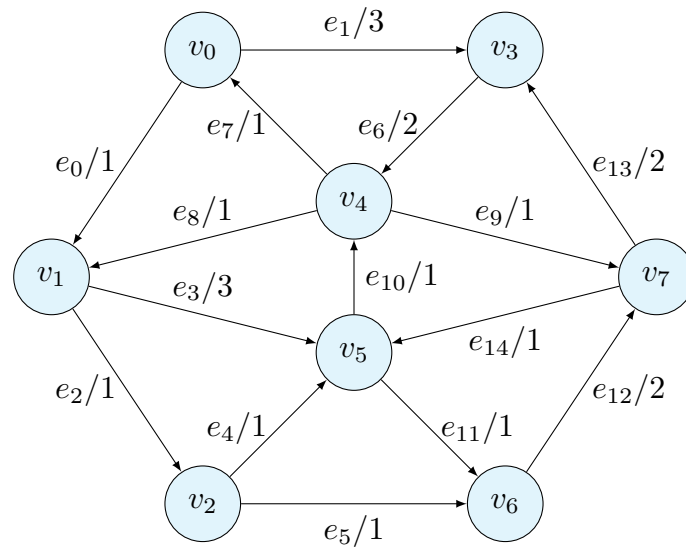
得られた探索木を、得られた距離とともに示す。

The obtained search tree is shown with the obtained distances.



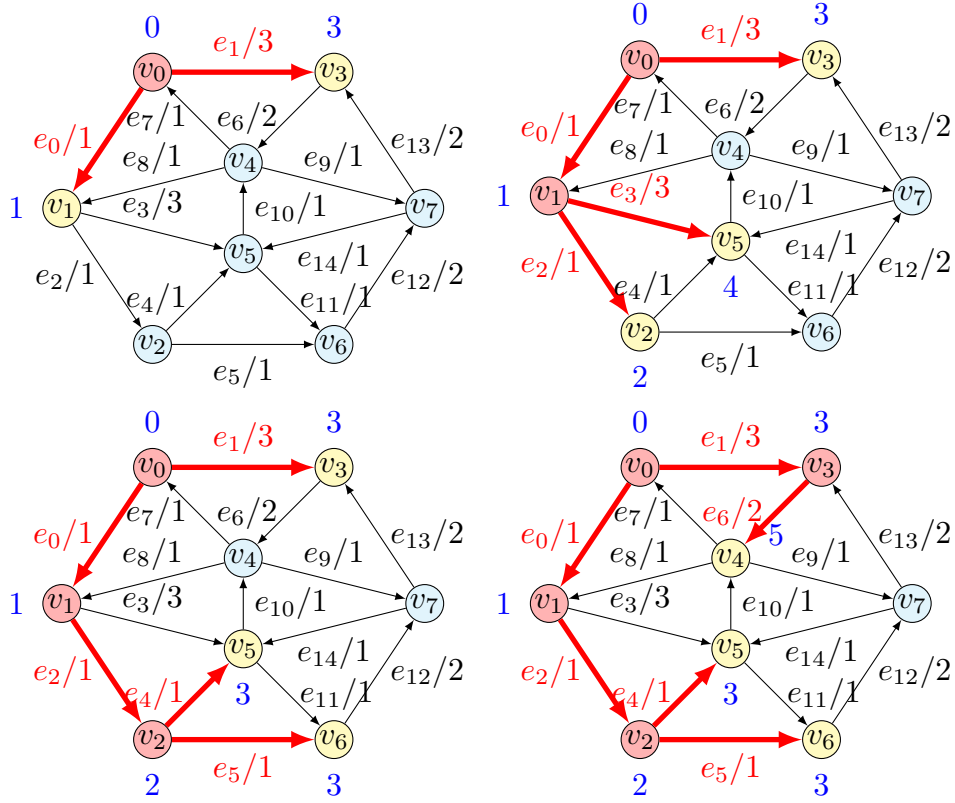
**課題 2** 以下のグラフに対して、始点を  $v_0$  として、Dijkstra 法を用いて、各頂点への最短経路を求めなさい。各辺のラベルは、"辺の名前/距離"となっている。距離が同じ辺が複数ある場合には、番号の小さい辺を先に選べなさい。解答は講義資料と同様に、以下の表を埋めなさい。一番左の列は、手順の番号、二番目の列は注目している頂点を表す。

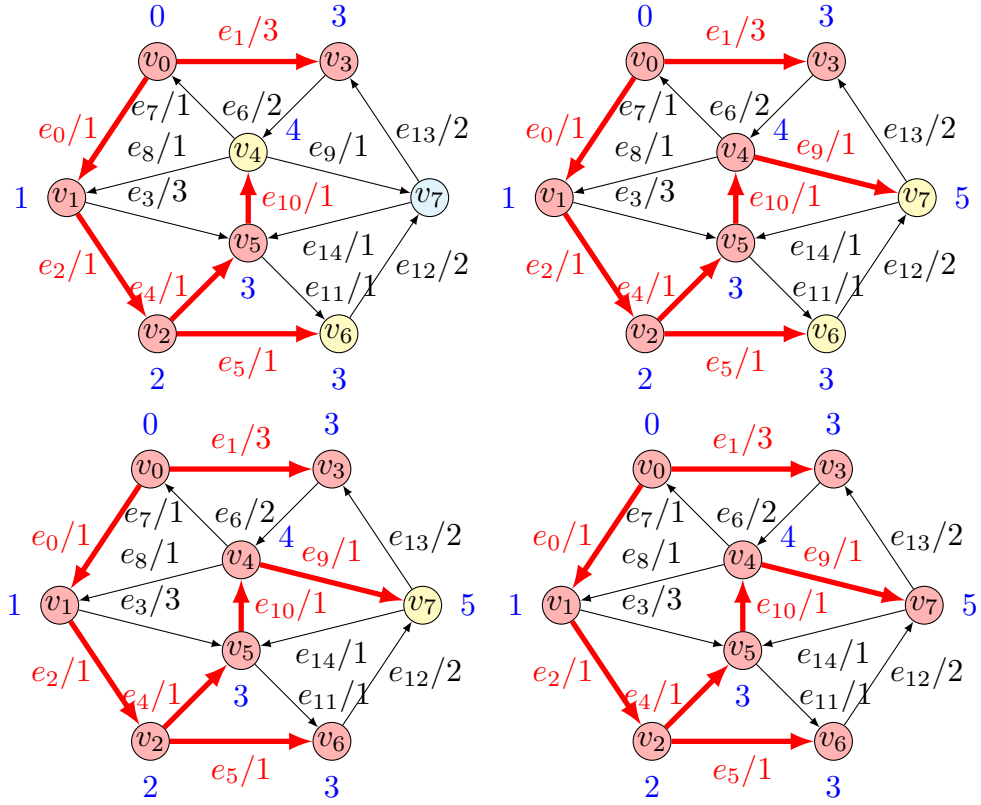
Obtain the shortest path tree for the following graph using Dijkstra's algorithm with the starting point  $v_0$ . The labels of the edges are in the form of "edge name/length". If there are multiple edges with the same length, choose the edge with the smaller number first. Fill in the following table as in the lecture notes. The leftmost column is the step number, and the second column indicates the vertex being considered.



解答例

		$W$	$U$	$p$	$q$
1	$v_0$	$\{v_0\}$	$\{v_1, v_3\}$	$p(v_1) = 1$ $p(v_3) = 3$	$q(v_1) = v_0$ $q(v_3) = v_0$
2	$v_1$	$\{v_0, v_1\}$	$\{v_2, v_3, v_5\}$	$p(v_2) = 2$ $p(v_5) = 4$	$q(v_2) = v_1$ $q(v_5) = v_1$
3	$v_2$	$\{v_0, v_1, v_2\}$	$\{v_3, v_5, v_6\}$	$p(v_5) = 3$ $p(v_6) = 3$	$q(v_5) = v_2$ $q(v_6) = v_2$
4	$v_3$	$\{v_0, v_1, v_2, v_3\}$	$\{v_4, v_5, v_6\}$	$p(v_4) = 5$	$q(v_4) = v_3$
5	$v_5$	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_5\}$	$\{v_4, v_6\}$	$p(v_4) = 4$	$q(v_4) = v_5$
6	$v_4$	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_5, v_6\}$	$\{v_6, v_7\}$	$p(v_7) = 4$	$q(v_7) = v_4$
7	$v_6$	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$	$\{v_7\}$		
8	$v_7$	$\{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$	$\emptyset$		





得られた探索木を、得られた距離とともに示す。

The obtained search tree is shown with the obtained distances.

