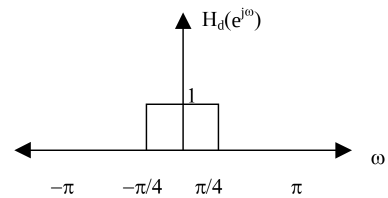
DPS- UNI 2014/2015

Navodila - laboratorijske vaje 8

Nekatere funkcije za realizacijo:

1 magplot[1], xtitle
1 window('hm',N,[0 0]); window('hn',N,[0 0]); window('kr',N,[5.44 0]);



$$H_d(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_d[n] e^{-j\omega n}$$

$$h_d[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega$$

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\theta}) W(e^{j(\omega-\theta)}) d\theta$$

NAČRTOVANJE KEO FILTROV Z LINEARNO FAZO I

1. *Načrtovanje KEO filtrov s pomočjo okenskih funkcij*

Iz danega idealnega poteka frekvenčnega odziva nizkoprepustnega filtra ($\omega_c=\pi/4$) smo s pomočjo definicije Inverzne Fourierove Transformacije izpeljali izraz za idealni, neskončno dolg odziv na enotin impulz filtra:

$$h_d(n) = \begin{cases} \dfrac{\omega_c}{\pi}, & n = 0 \\ \dfrac{\sin(n\omega_c)}{\pi\, n}, & sicer \end{cases}$$

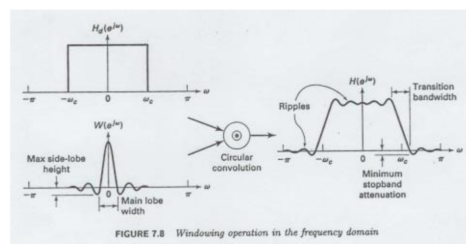


FIGURE 7.8 Windowing operation in the frequency domain

Filter lahko realiziramo tako, da vzamemo le končni, simetrični (linearnost faznega odziva!) in kavzalni odsek *h(n)*. Pri tem lahko dobljeno pomnožimo še z različnimi okni in na ta način dobimo različne filtre:

- določite odziv na enotin impulz filtra dožine 129 vzorcev (n=-64 .. 64).
- prikažite amplitudni odziv tako dobljenega filtra.
- na koeficientih filtra oziroma odzivu na enotin impulz uporabite še nekaj okenskih zaporedij (glejte tudi 2. nalogo v nadaljevanju). Prikažite amplitudne odzive in opazujte, kako se širina glavnega vala in višina stranskih valov oken odraža v amplitudnem odzivu dobljenih filtrov.
- povečajte število koeficientov in primerjajte rezultate.

2. *Primerjava okenskih funkcij (amplitudnih odzivov)*

Izračunajte amplitudne odzive spodaj navedenih oken in na tej osnovi:

- primerjajte amplitudne odzive pravokotnega, Hammingovega, Hannovega in Kaiserjevega okna (Beta=5.44).
- primerjajte amplitudne odzive Kaiserjevih oken pri različnih vrednosti parametra Beta (1, 5.44, 9).
- dobljene rezultate primerjajte s tistimi v tabeli.
- dopolnite manjkajoče podatke v tabeli.
- preizkusite vpliv lastnosti okna na amplitudnem odzivu tona 250Hz (Fs=1000Hz). Odsek signala (tona) pomnožite z enako dolgim oknom in dobljene amplitudne odzive primerjate med seboj.

Okno	Rel. širina glavnega vala1 (relativno glede na Pravokotno okno)	Višina stranskih valov [dB]
Pravokotno	1	-13
Hamming		-43.2
Hann		-31.5
Kaiser (1)		
Kaiser (5.44)		
Kaiser (9)		

[1] Funkcija za izračun in prikaz amplitudnega odziva, ki ste jo naredili na enih od prejšnjih vaj.

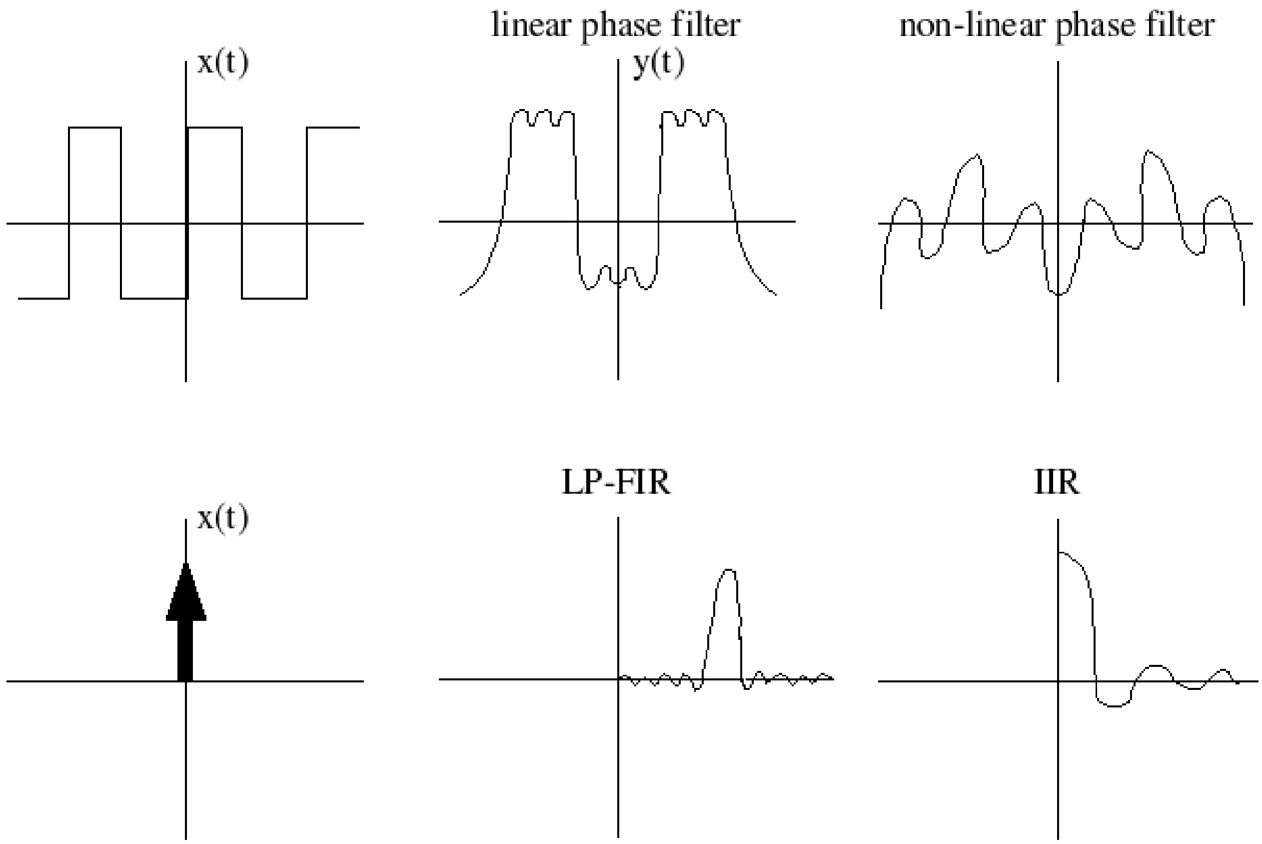
---

3. Praktični primer: Uporaba KEO filtra iz 1. naloge v praksi.

Keo filter, ki smo ga načrtovali v 1. nalogi preizkusite na praktičnih primerih. Najprej na testnem signalu, ki ga sestavite iz 2 tonov, od katerih se eden nahaja v prepustnem in drugi v zapornem pasu. Nato preizkusite delovanje filtra še na kakšnem realnem posnetku. Na e-učilnici je objavljen poseben signal s spremenljivo frekvenco – t.i. »chirp« signal.

Dodatki:

1. Linearna faza – »enaka časovna zakasnitev za vse frekvenčne komponente«



Slika: Prikaz pomena linearnosti faze
(vir: http://cnx.org/content/m12802/latest/?collection=col10285/latest
prikaz tudi na: http://ptolemy.eecs.berkeley.edu/eecs20/berkeley/scale/demo/phase.html)

2. Openheim, Schafer:

The simplest method of FIR filter design is called the *window method.* This method generally begins with an ideal desired frequency response that can be represented as

$$H_d(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_d[n]e^{-j\omega n}, \tag{7.40}$$

where $h_d[n]$ is the corresponding impulse response sequence, which can be expressed in terms of $H_d(e^{j\omega})$ as

$$h_d[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega. \tag{7.41}$$

The simplest way to obtain a causal FIR filter from $h_d[n]$ is to define a new system with impulse response $h[n]$ given by[5]

$$h[n] = \begin{cases} h_d[n], & 0 \le n \le M, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{7.42}$$

More generally, we can represent $h[n]$ as the product of the desired impulse response and a finite-duration "window" $w[n]$; i.e.,

$$h[n] = h_d[n]w[n], \tag{7.43}$$

It follows from the modulation, or windowing, theorem (Section 2.9.7) that

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\theta})W(e^{j(\omega-\theta)})d\theta. \tag{7.45}$$

That is, $H(e^{j\omega})$ is the periodic convolution of the desired ideal frequency response with the Fourier transform of the window. Thus, the frequency response $H(e^{j\omega})$ will be a "smeared" version of the desired response $H_d(e^{j\omega})$. Figure 7.19(a) depicts typical functions $H_d(e^{j\theta})$ and $W(e^{j(\omega-\theta)})$, as required in Eq. (7.45).

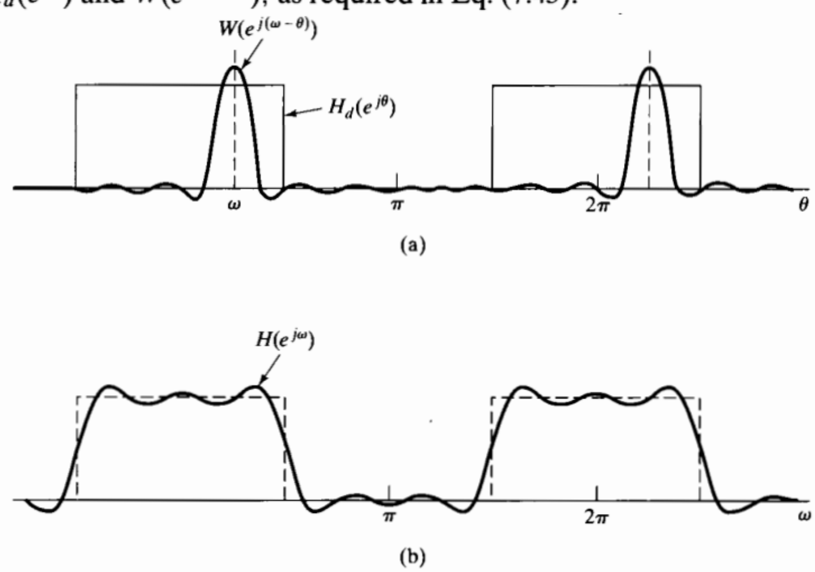


Figure 7.19 (a) Convolution process implied by truncation of the ideal impulse response. (b) Typical approximation resulting from windowing the ideal impulse response.

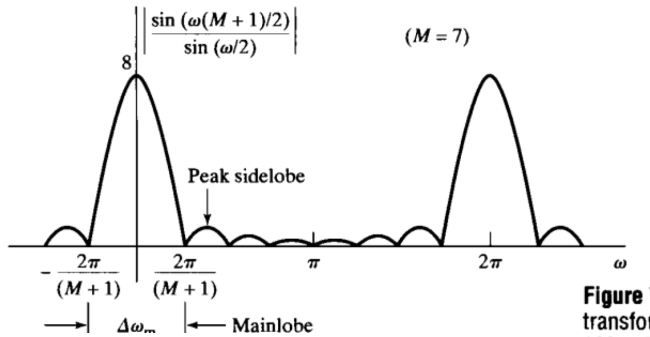


Figure 7.20 Magnitude of the Fourier transform of a rectangular window ($M = 7$).

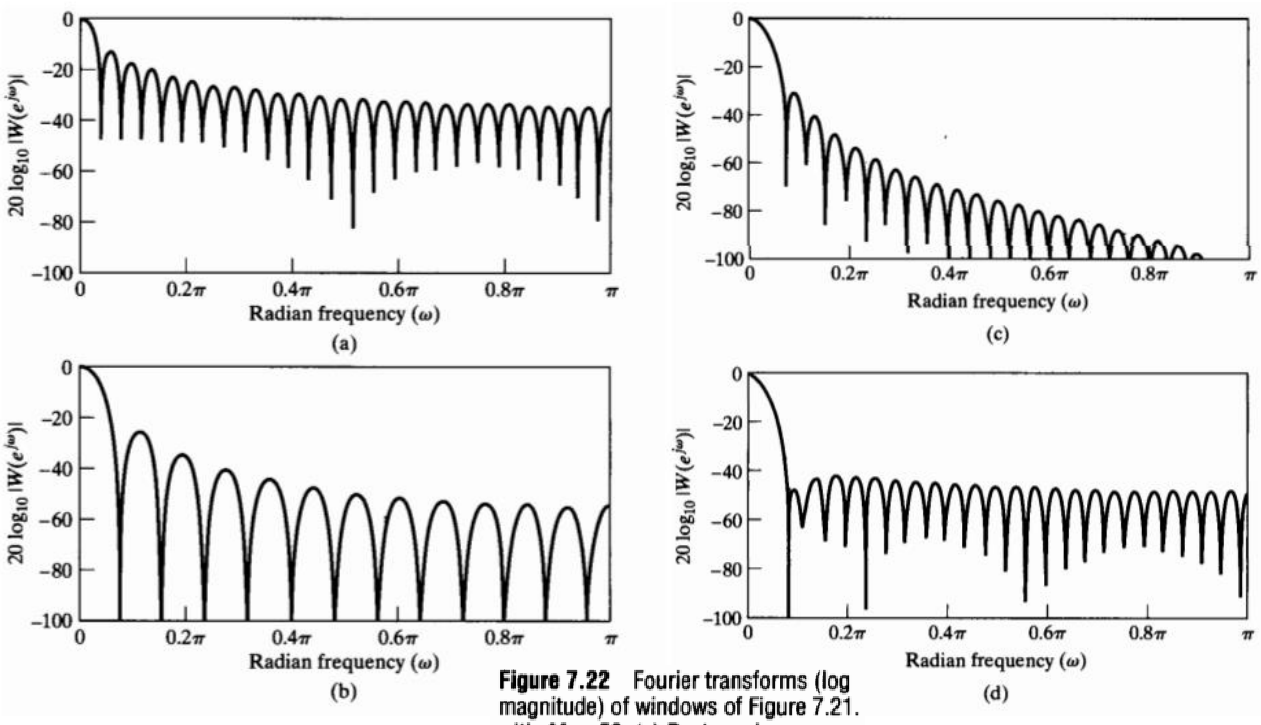


Figure 7.22 Fourier transforms (log magnitude) of windows of Figure 7.21. with $M = 50$. (a) Rectangular. (b) Bartlett. (c) Hanning. (d) Hamming.

3. L'Hôpitalovo pravilo

If

$$\lim_{x\to c} f(x) = \lim_{x\to c} g(x) = 0 \text{ or } \pm\infty,$$ and

$$\lim_{x\to c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$ exists, and

$g'(x) \neq 0$ for all x in I with $x \neq c$,

then

$$\lim_{x\to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to c} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

vir: http://en.wikipedia.org/wiki/L%27H%C3%B4pital%27s_rule