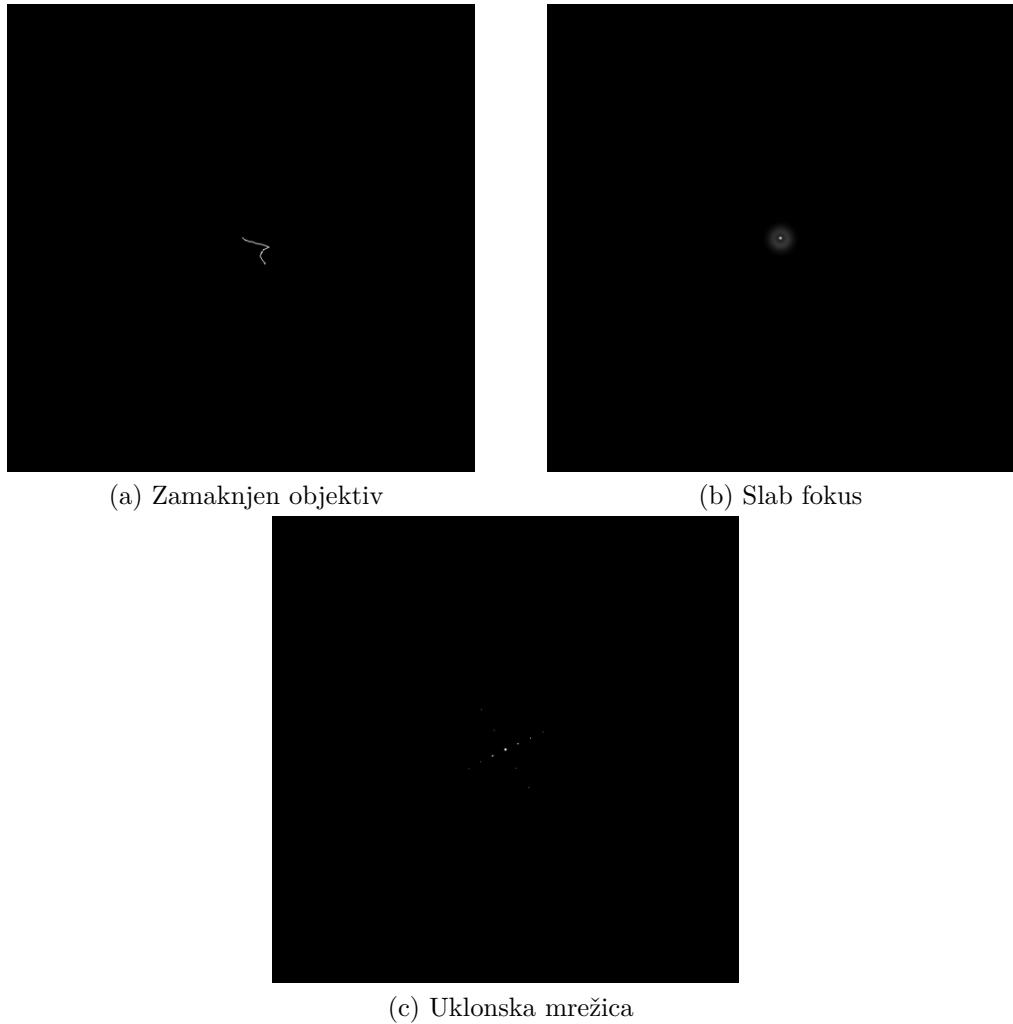


Nalogu 3:

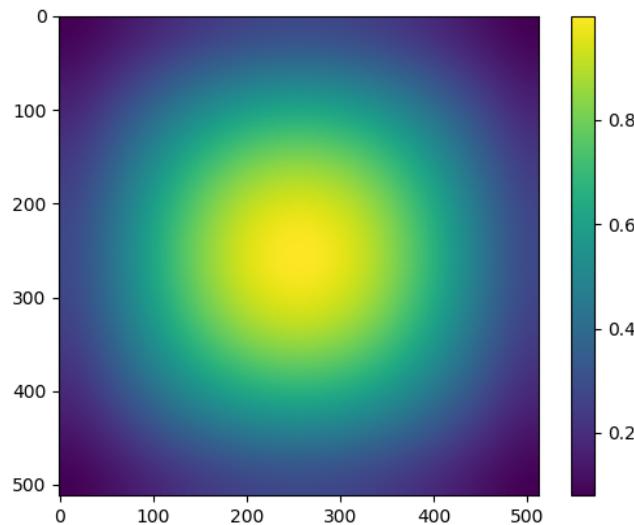
- rekonstrukcija Lemme.
- Prendice implementacija konvergencijalnih jednačina
- Uporaba Wienerijevog filtera
- Vozneči zera podeljiva!
- Uporaba očenskih funkcija

Blitz Levnědoh



Slika 16: Na grafih so prikazan konvolucijska jedra.

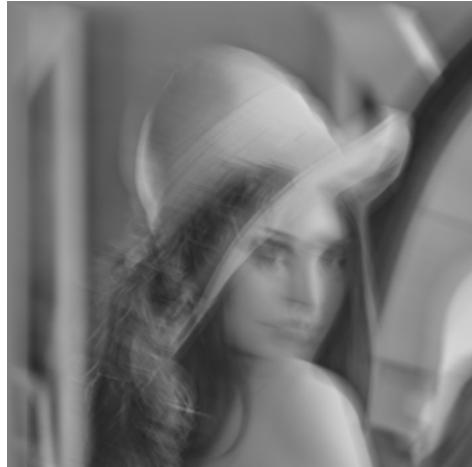
Najprej sem na slike Lene dodal dvodimenzionalno Hammingovo okensko funkcijo, prikazano na sliki 17.



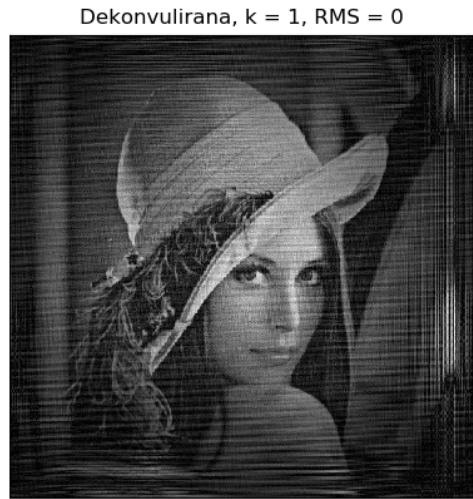
Slika 17: 2D Hammingova okenska funkcija.

Ko sem slike dekonvuliral in pofiltriral sem jih nazaj renormiral na interval $[0, 255]$.

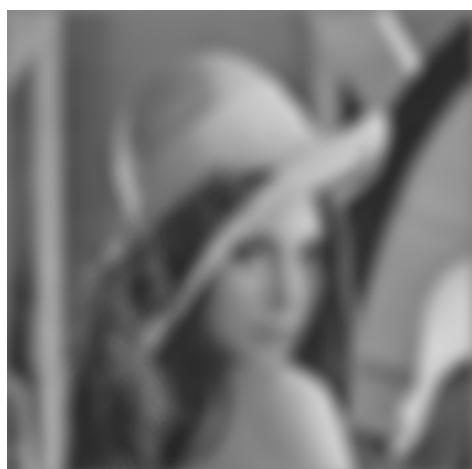
Na sliki 18 so prikazane originalne in dekonvulirane slike Lene brez šuma. Na njih nisem uporabil Wienerjevega filtra.



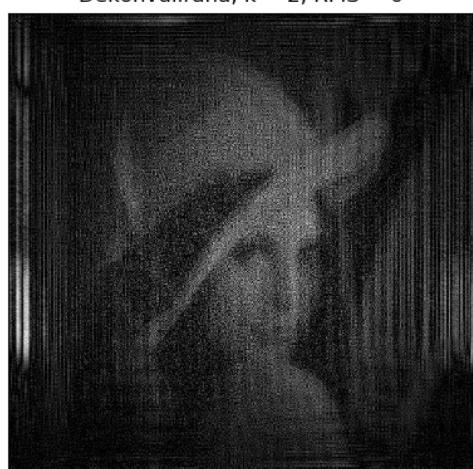
(a) Tresenje, original



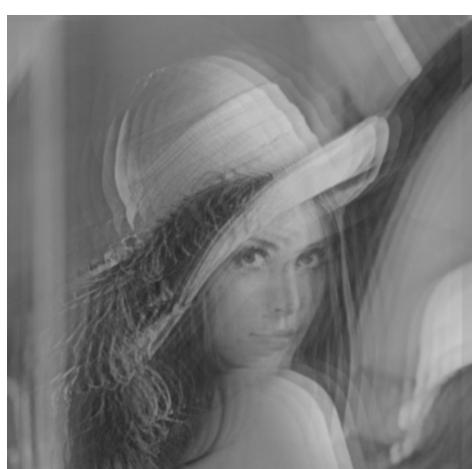
(b) Tresenje, dekonvulirana



(c) Fokus, original



(d) Fokus, dekonvulirana



(e) Uklonska mrežica, original



(f) Uklonska mrežica, dekonvulirana

Slika 18: Na grafih so prikazane originalne in dekonvoluirane slike.

Vidimo, da je obraz Lene bolj razpoznaven na dekonvuliranih slikar. Najslabše izgleda slika, kjer je originalna slika nefokusirana. Z njo sem imel največ težav. Ko sem uporabil jedro za fokus sem ga prej dal na potenco $a = 0, 7$, saj sem le tako dobil sliko, na kateri se kaj vidi. Poglejmo si, kako izgledajo slike, če na njih uporabimo še Wienerjev filter. Tokrat sem imel težave z določanjem kaj je signal in kaj šum v frekvenčnem prostoru, zato sem za filter uporabil

$$F = \frac{|S|^2}{|S|^2 + K},$$

kjer sem za K izbral neko konstanto (kar $K = 1$), za S pa sem general nek naključen Gausov šum. Na sliki 19 vidimo, kako nam ta filter izboljša kakovost slik. Rezultati filtriranih slik so zelo boljš od nefiltriranih sploh na slikah, ki so imele večji šum ($\text{RMS} > 0$), zato bom v nadaljevanju v poročilo vključeval samo filtrirane slike.

Dekonvulirana, $k = 1$, RMS = 0



(a) Tresenje, dekonvulirana

Filter, $k = 1$, RMS = 0



(b) Tresenje, filtrirana

Dekonvulirana, $k = 2$, RMS = 0



(c) Fokus, dekonvulirana

Filter, $k = 2$, RMS = 0



(d) Fokus, filtrirana

Dekonvulirana, $k = 3$, RMS = 0



(e) Uklonska mrežica, dekonvulirana

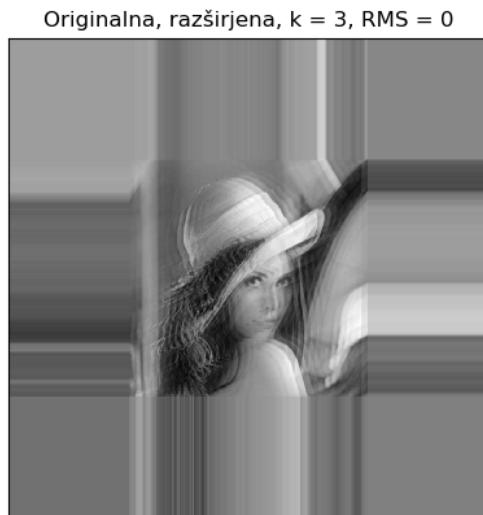
Filter, $k = 3$, RMS = 0



(f) Uklonska mrežica, filtrirana

Slika 19: Na grafih so prikazane dekonvulirane in filtrirane slike.

Slike so sedaj boljše, ampak sploh na robu vidimo, da so slike zelo črtaste (sploh za $k = 1$). Da bi se tega rešil sem originalno sliko najprej razširil v vse 4 strani tako, da sem vrednost robnega piksla razmazal do novega roba slike. Primer takšne razširitve je prikazan na sliki 20.



Slika 20: Razširjena originalna slika

S takšno razširitvijo slike sem se rešil zelo ostrega robnega pogoja. Vse slike sem iz 512x512 razširil na 1024x1024. Na sliki 21 vidimo razliko med filtriranimi ter filtriranimi in razširjenimi slikami. Razširitev slike je občutno izboljšala kakovost slike. Izginile so črte ob robu slike, prav tako robovi slik niso več tako temni.

Filter, k = 1, RMS = 0



(a) Tresenje, filtrirana

Razširjena, k = 1, RMS = 0



(b) Tresenje, razširjena

Filter, k = 2, RMS = 0



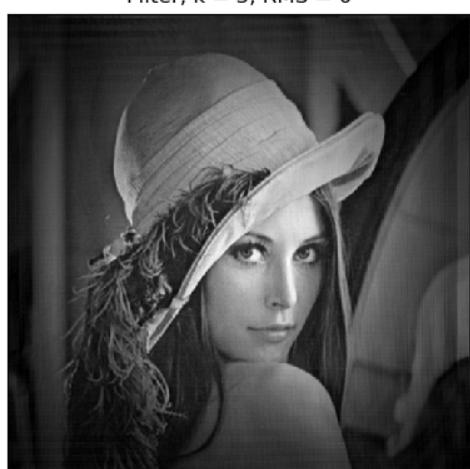
(c) Fokus, filtrirana

Razširjena, k = 2, RMS = 0



(d) Fokus, razširjena

Filter, k = 3, RMS = 0



(e) Uklonska mrežica, filtrirana

Razširjena, k = 3, RMS = 0



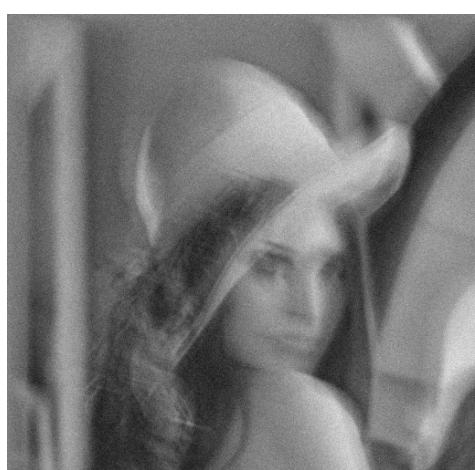
(f) Uklonska mrežica, razširjena

Slika 21: Na grafih so prikazane filtrirane in razširjene slike.

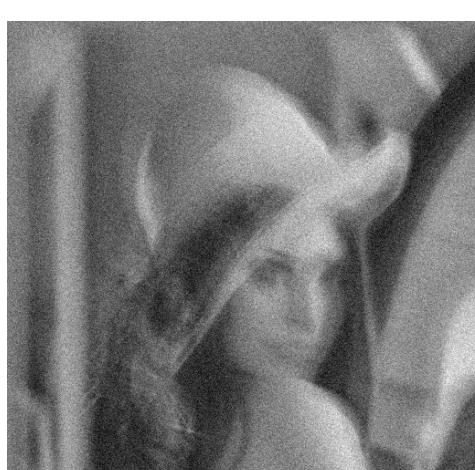
Poglejmo si sedaj še ostale popravljene slik, kjer je na originalnih slikah več šuma.



(a) Tresenje, originalna, RMS = 4



(c) Tresenje, originalna, RMS = 8



(e) Tresenje, originalna, RMS = 16



Razširjena, k = 1, RMS = 4

(b) Tresenje, popravljeni, RMS = 4



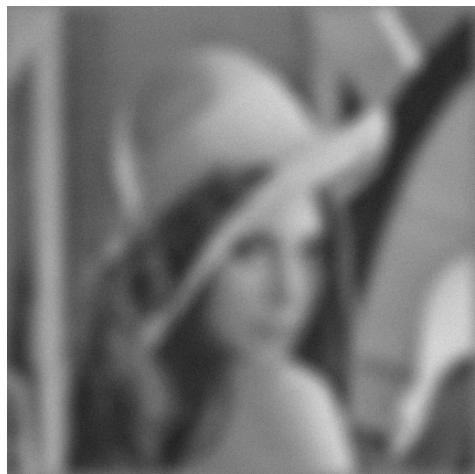
(d) Tresenje, popravljeni, RMS = 8



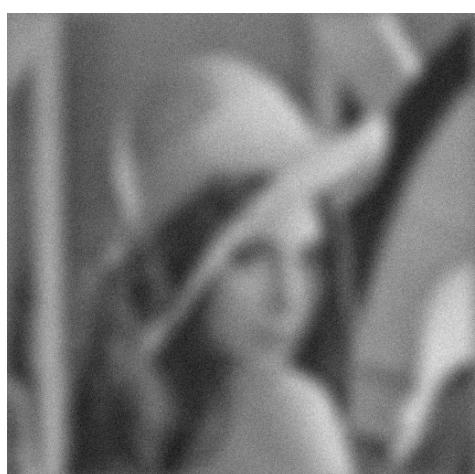
Razširjena, k = 1, RMS = 16

(f) Tresenje, popravljeni, RMS = 16

Slika 22: Na grafih so prikazane filtrirane in popravljene slike za tresoče jedro.



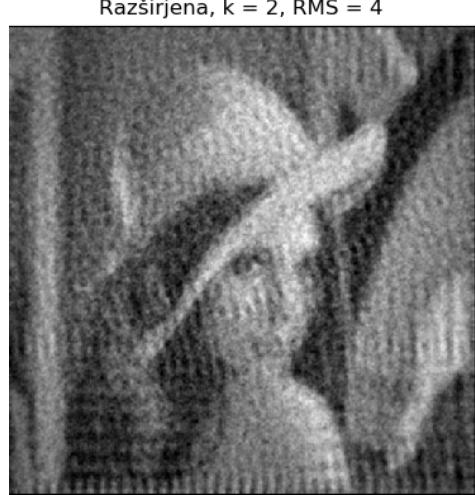
(a) Fokus, originalna, RMS = 4



(c) Fokus, originalna, RMS = 8



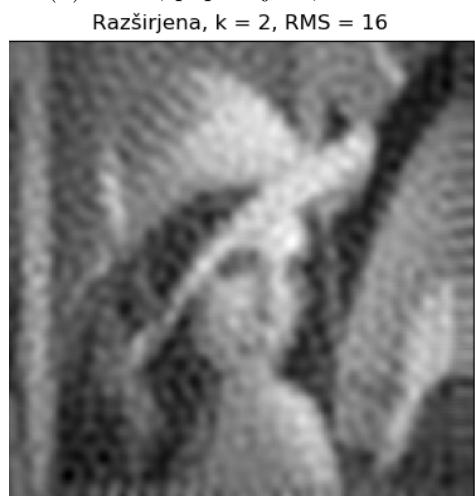
(e) Fokus, originalna, RMS = 16



(b) Fokus, popravljena, RMS = 4



(d) Fokus, popravljena, RMS = 8



(f) Fokus, popravljena, RMS = 16

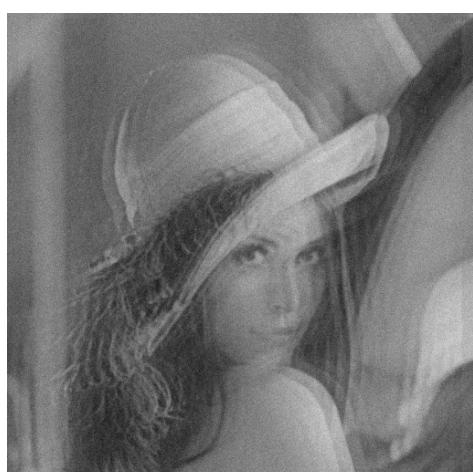
Slika 23: Na grafih so prikazane filtrirane in popravljene slike za nefokusirano jedro.



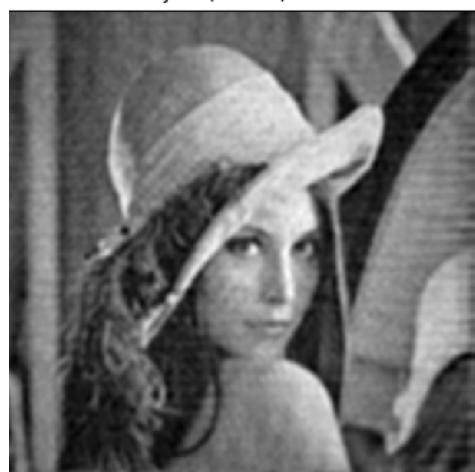
(a) Uklonska mrežica, originalna, RMS = 4



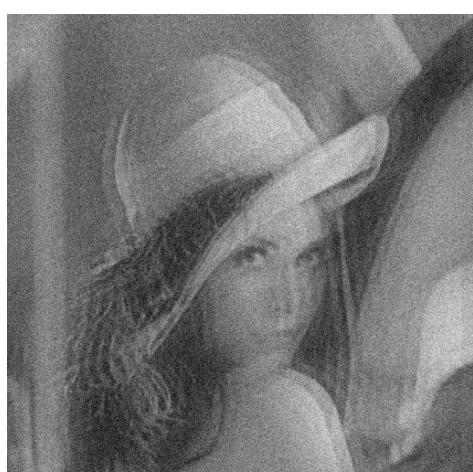
(b) Uklonska mrežica, popravljena, RMS = 4



(c) Uklonska mrežica, originalna, RMS = 8



(d) Uklonska mrežica, popravljena, RMS = 8

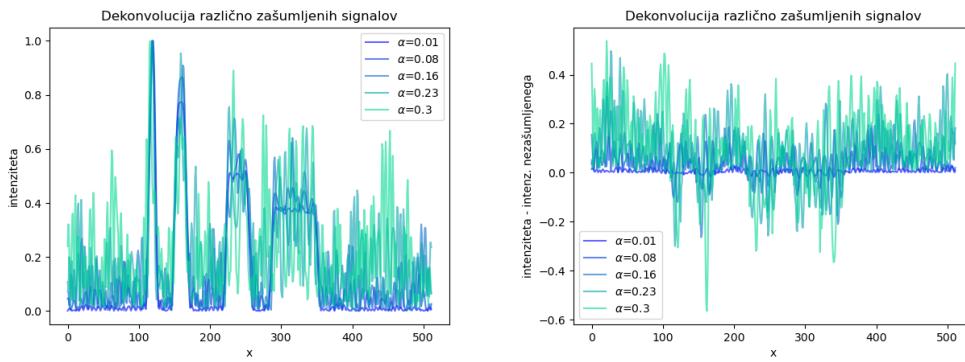


(e) Uklonska mrežica, originalna, RMS = 16

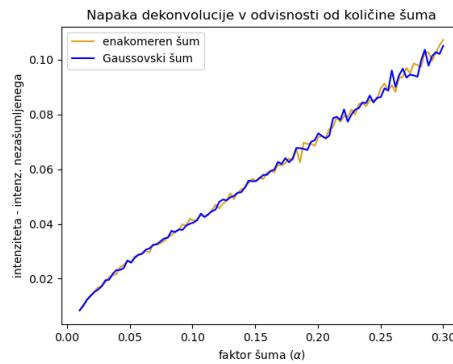


(f) Uklonska mrežica, popravljena, RMS = 16

Slika 24: Na grafih so prikazane filtrirane in popravljene slike za uklonsko mrežico.



Slika 18: Nekaj dodatnih primerov z umetno dodanim šumom. Na desni sliki je prikazana razlika med vrhovi brez šuma in tistimi s šumom.



Slika 19: Napaka v odvisnosti od vrednosti parametra α . Za vrednost napake je vzeta standardna deviacija razlik med dekonvolucijo ter dekonvolucijo nezašumljenega modela. Posamezna točka na grafu je povprečje 100 zagonov programa. Prikazana je krivulja za model z umetno dodanim gaussovskim šumom ter umetno dodanim šumom enakomerne porazdelitve med dvema vrednostima (razmagnjenima za standardno deviacijo ekvivalentne gaussove porazdelitve).

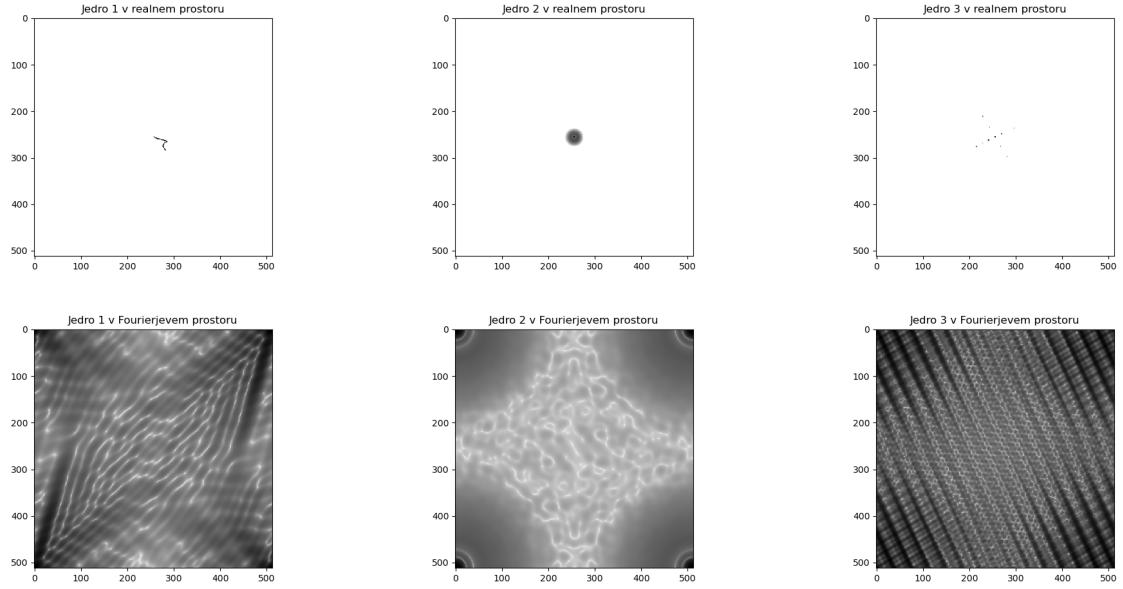
Na sliki 19 je prikazana tudi primerjava med gaussovskim in enakomernim šumom. V prvem primeru smo dodali gaussovsko porazdeljen naključni šum s standardno deviacijo enako α , v drugem primeru pa enakomerno porazdelitev naključnih vrednosti med $-\alpha$ in α . Vidimo, da dobimo zelo podobno za obe vrsti šuma.

3 Slike Lene

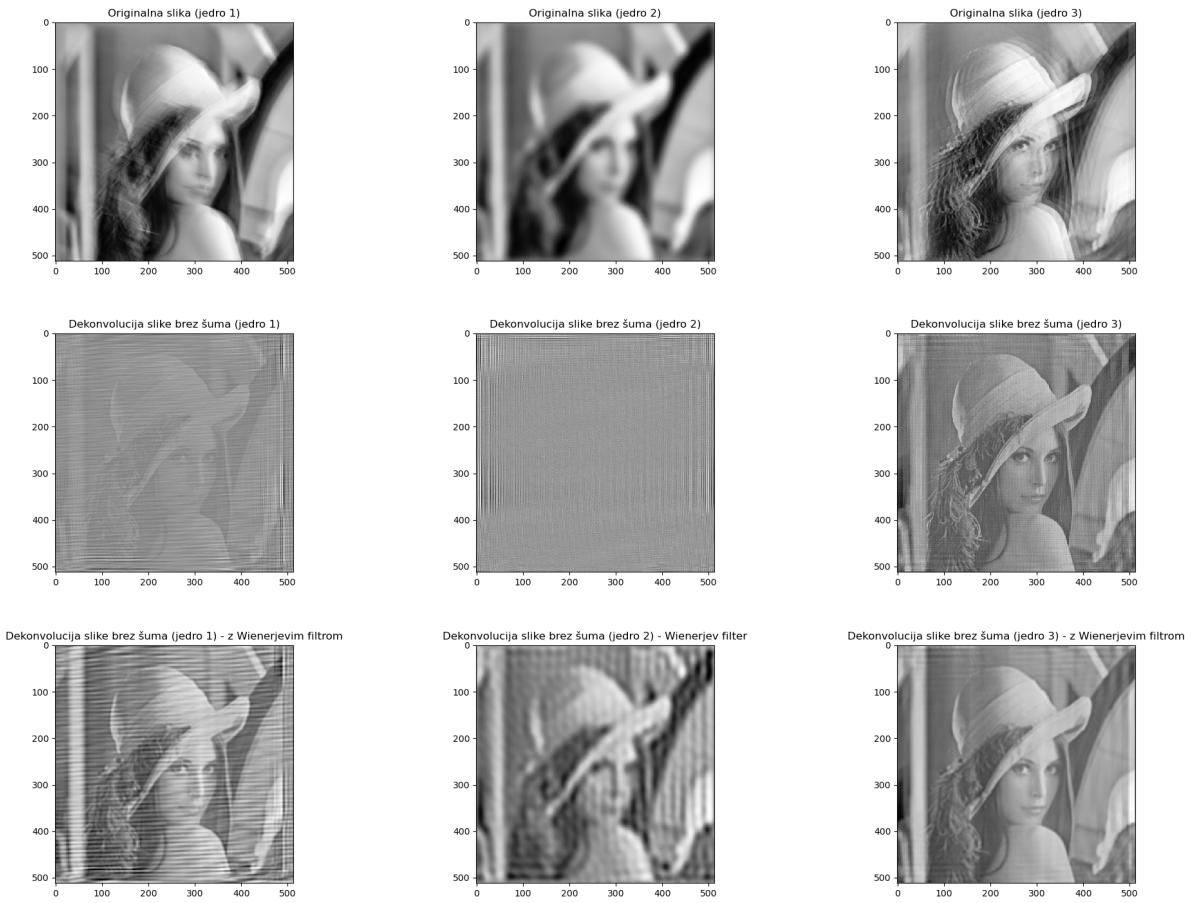
Sedaj pa bomo preizkusili dekonvolucijo signala še v 2D, poskušali bomo popraviti napake na slikah Lene. Pri tem bomo za jedra uporabili 3 napake, ki so prikazane na sliki 20.

Ta jedra najprej uporabimo za dekonvolucijo nezašumljene slike, dobimo rekonstrukcije prikazane na sliki 21

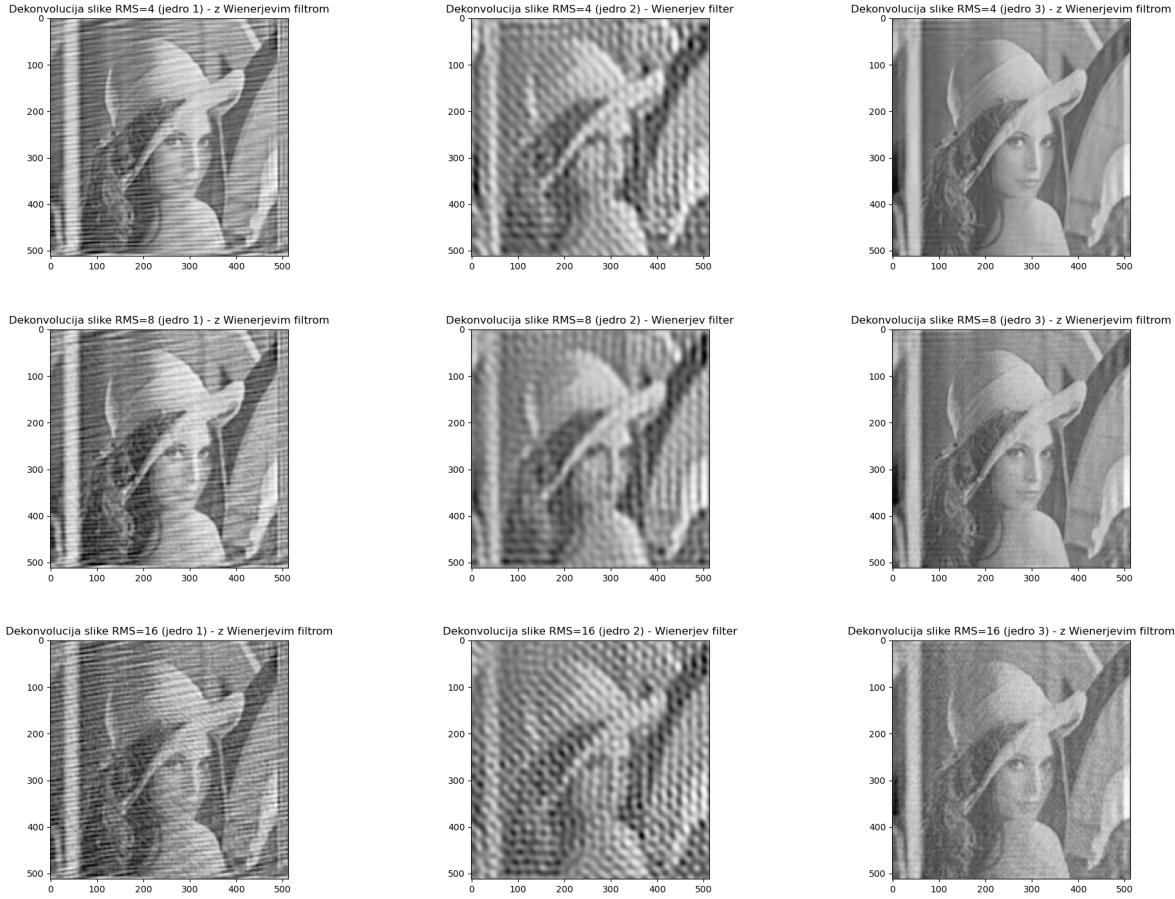
Vidimo, da Wienerjev filter bistveno pripomore k kvaliteti slike. V primeru jeder 1 in 3 sta dekonvoluciji precej uspešni, malo manj pa je uspešno pri jedru 2. Poglejmo, kaj dobimo, če dodamo še šum, glej sliko 22



Slika 20: Različna jedra, ki jih bomo uporabili za tri različne napake slike: tresoč objektiv, slab fokus in uklonska mrežica. Jedro je narisano v realnem in frekvenčnem (Fourierjevem) prostoru.



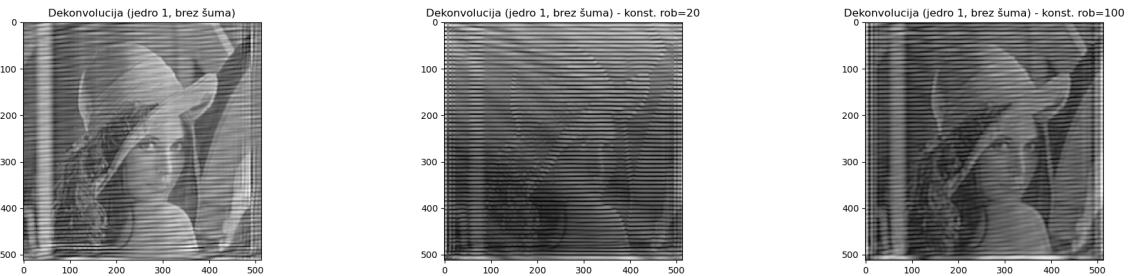
Slika 21: Originalna slika (zgornja vrstica), dekonvolucija slike (srednja vrstica) ter dekonvolucija s pomočjo Wienerjevega filtra (spodnja vrstica).



Slika 22: Dekonvolucija z različno količino šuma (RMS=4,8,16) za različna jedra.

3.1 Okvir okoli slike

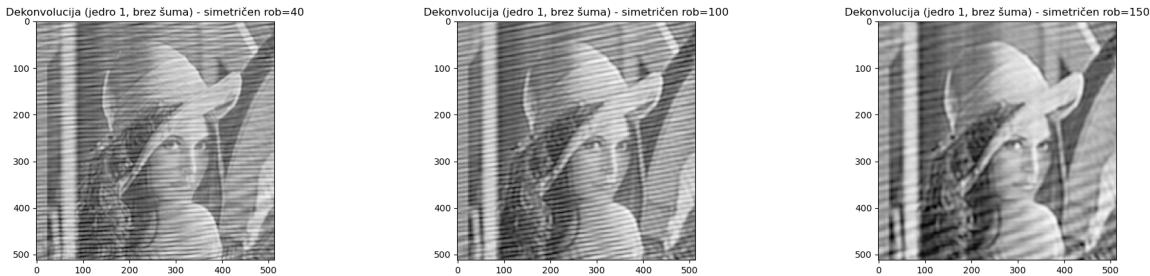
Poskusimo sedaj izboljšati sliko z različnimi metodami, najprej bomo poskusili dodati vrednosti okoli slike, da bi zmanjšali vpliv artefaktov na robovih. Uporabimo lahko različne načine za dodajanje okvirja: lahko dodamo konstantne vrednosti (ponavadi kar ničle), lahko dodamo sliko zrcaljeno čez robove osnovne slike (pri tem lahko ponovimo robno vrednost ali pa je ne). Na sliki 23 lahko vidimo vpliv dodatka konstantnih vrednosti na robovih. Za konstantne vrednosti sem uporabila ničle, potem sem preverila še za druge konstantne vrednosti ter nedefinirane vrednosti in je vedno prišlo isto. Uporabila sem sliko z jedrom 1 brez šuma. To sliko sem izbrala, ker je na njej videti največ artefaktov. Za ostale slike dobimo zelo podobno.



Slika 23: Uporaba različno debelega okvirja konstantnih vrednosti okoli naše slike. Skrajno leva slika pa prikazuje verzijo brez dodatka okvirja za primerjavo.

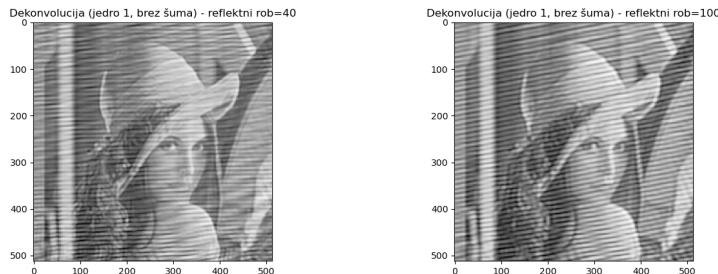
Vidimo, da smo se z dodatkom konstantnih vrednosti znebili "odseva" na spodnjem robu, vendar pa je slika precej izgubila na kvaliteti. Če še povečamo rob, dobimo bolj razpoznavno sliko, vendar se je tudi ločljivost malo zmanjšala.

Na sliki 24 je prikazana rekonstrukcija slik, če naredimo okvir iz vrednosti v sami sliki. Okvir je namreč simetrični par osnovni sliki.



Slika 24: Uporaba različno debelega okvirja okoli naše slike. Vrednosti v okvirju so slika zrcaljena preko roba slike (torej s podvojeno robno vrednostjo).

Vidimo, da smo se tudi tu zelo uspešno znebili odseva na spodnjem robu. Hkrati pa ne zasenčimo slike kot pri dodatku konstantnih vrednosti. Poleg tega pri večjih robovih uspemo tudi deloma odstraniti diagonalne črte. Tudi tukaj pa vidimo, da se ločljivost slike nekoliko zmanjša z dodajanjem vedno debelejših robov.



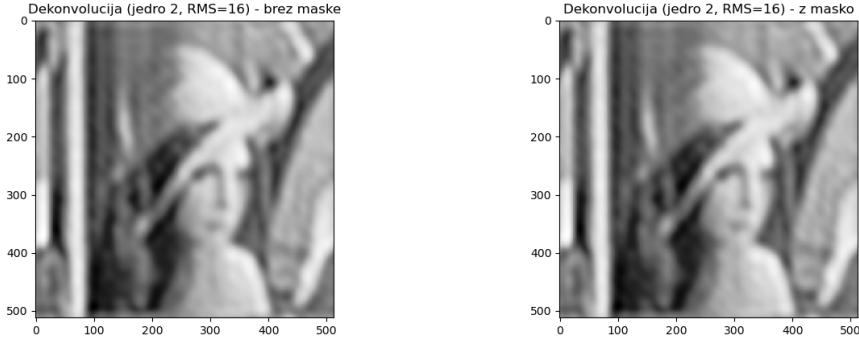
Slika 25: Uporaba različno debelega okvirja okoli naše slike. Vrednosti v okvirju so slika zrcaljena preko roba slike, vendar sedaj brez ponovitve robne vrednosti, kar ustvari večjo zveznost na skrajnem robu.

Poglejmo si še eno za odtenek drugega različico simetričnega roba, namreč reflektivni rob. Razlika od simetričnega roba je ta, da tu ne ponovimo robne vrednosti, kar ustvari bolj zvezen prehod na skrajnem robu. Na sliki 25 je prikazana rekonstrukcija še s tem robom, a vidimo, da se ne razlikuje kaj dosti od simetrične verzije.

3.2 Maskiranje singularnosti

Če si ogledamo transformirana jedra na sliki 20 bolj natančno ugotovimo, da do potencialnih singularnosti v prenosni funkciji lahko pride le v primeru jedra 2. Ideja maske je sledeča: ker v frekvenčnem prostoru pri konvoluciji delimo s transformiranko prenosne funkcije, bi se zaradi potencialno zelo nizkih vrednosti prenosne funkcije lahko zelo okreplila napaka. Zato najnižjih vrednosti ne delimo direktno, ampak jim najprej prištejemo neko konstantno vrednost. Torej smo vzeli od jedra 2 najbolj zašumljeno sliko ($RMS=16$) in poskusili z maskiranjem, glej sliko 26.

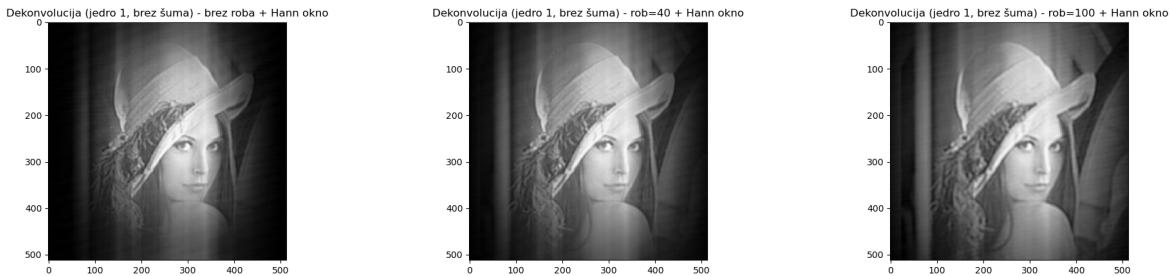
Vidimo, da se sliki praktično ne razlikujeta. Iz tega sklepamo, da nizke vrednosti ne ovirajo naše rekonstrukcije slike.



Slika 26: Slika brez maskiranja vrednosti blizu 0 in z maskiranjem.

3.3 Uporaba okna

Kot smo videli v prvi nalogi te domače naloge, lahko za filtriranje uporabimo tudi okna. Tukaj različna okna naredijo zelo podobne slike, zato bom vzela le eno okno (Hann okno). Posebej dobro rekonstrukcijo slike dobimo, če kombiniramo uporabo okna in okvirja (ki smo ga obravnavali v enem od prejšnjih podpoglavljev). Ugotovili smo, da je v našem primeru najboljši simetrični okvir, zato bomo tega uporabili tudi tukaj. Kot smo videli prej, je najpomembnejša značilnost okna njegova efektivna širina. Tukaj pa se bomo zadeve lotili malce drugače, vzeli bomo sicer enako širino okna, vendar pa bomo z dodajanjem debelejšega in debelejšega okvirja efektivno povečevali širino okna, ki pride čez našo osnovno sliko. Za različno širino okvirja dobimo različno dobre rekonstrukcije, glej sliko 27.



Slika 27: Rekonstrukcija za različne debeline simetričnega okvirja, prva slika pa prikazuje rekonstrukcijo brez okvirja.

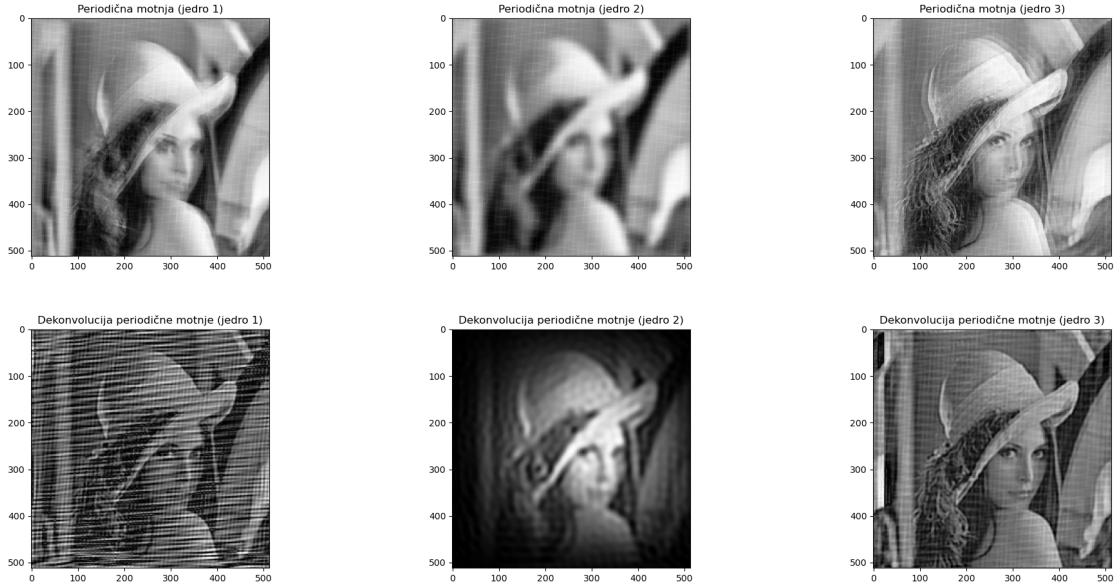
Vidimo, da okno precej izboljša kvaliteto slike, vendar pa ji zatemni robe. Te robe bi sicer lahko posvetlili nazaj z uporabo inverza prvotnega okna, a bi dobili ogromne napake zaradi šuma na robovih. Zato raje vzamemo večji okvir okoli slike, ki efektivno razširi okno. S kombiniranjem okna in okvirja zato dosežemo že zelo lepo rekonstrukcijo slike.

3.4 Slike s periodično motnjo

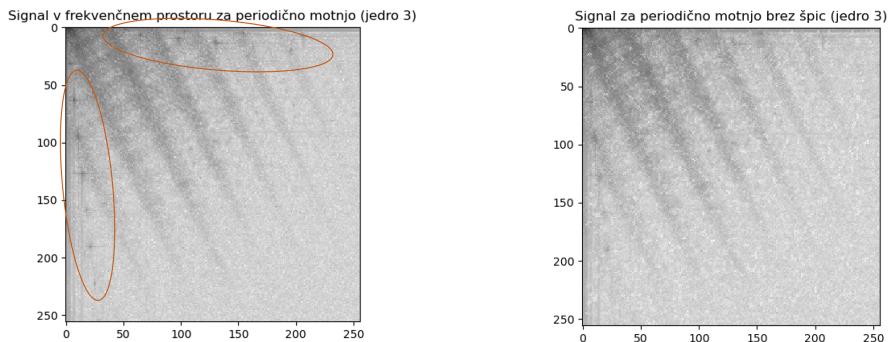
Za konec pa obravnavajmo še slike z dodano periodično motnjo. Na sliki 28 je prikazana osnovna slika s tremi prej omenjenimi jedri ter njihova dekonvolucija.

Pri drugem jedru dobimo podobno kvalitetno slike kot brez periodične motnje, začetna periodična motnja praktično ni opazna. Je pa ta motnja precej prisotna pri prvem in tretjem jedru. To nepotrebno motnjo želimo karseda iztrebiti iz naše slike. Najprej si ogledamo sliko v frekvenčnem prostoru in ugotovimo, da tej periodični motnji pripadajo štirikrake zvezde označene na sliki 29.

Periodična motnja je v frekvenčnem prostoru (po definiciji) točkasta, saj ima konstantno frekvenco. Ker pa nimamo najbolj enostavne motnje, pa dobimo v frekvenčnem prostoru več kot eno piko. Ker



Slika 28: Dekonvolucija periodične motnje. Zgornja vrstica prikazuje slike pred dekonvolucijo, spodnja pa po njej. (Pri drugem jedru je bilo uporabljeno okno.)



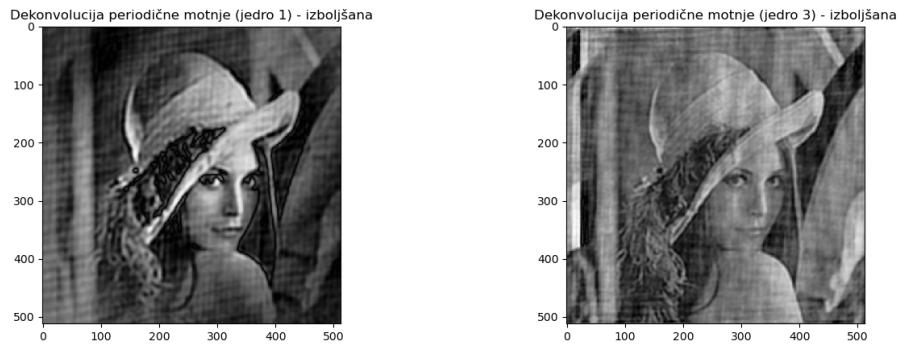
Slika 29: Špice oz. zvezde na levi sliki (jedro 3, brez šuma) predstavljajo periodično motnjo, ki se je želimo znebiti. Desna slika prikazuje uspešno odstranjene špice.

so vrhovi točkasti s kraki v smeri osi, ki so široki le en piksel, je za odstranitev vrhov dovolj, da pogledamo nek bližnji piksel (ki ni v smeri koordinatnih osi) in če je razlika s tem bližnjim pikslom zadostni velika, dobi naš piksel vrednost tega bližnjeg. Ker spremenimo le nekaj pikslov to ne vpliva dosti na celotno sliko. Špice smo tako uspeli uspešno odstraniti (glej sliko 29) in smo dobili sliko 30. Vidimo, da smo pri obeh jedrih precej efektivno uspeli izbrisati tanke črte.

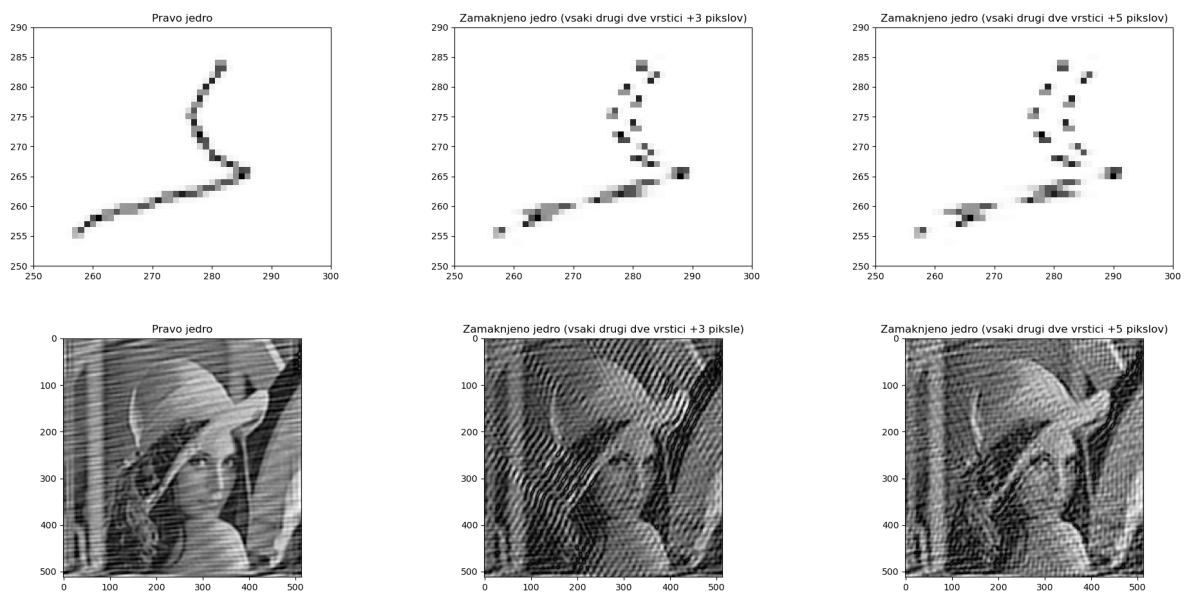
3.5 Občutljivost na pravo jedro?

Za konec poglejmo še, kaj se zgodi, če vzamemo napačno prenosno funkcijo. Naredimo zelo preprosto transformacijo: v vsakih drugih dveh vrsticah (torej vsaki 1. in 2. od štirih) zamaknimo motnjo za nekaj pikslov, glej sliko 31.

Vidimo lahko, da dobimo dokaj dobro rekonstrukcijo tudi ob deformaciji jedra. Torej je naš postopek uporaben tudi, če ne znamo točno določiti jedra, ampak le približno.



Slika 30: Izboljšani sliki jeder 1 in 3 s periodično motnjo.



Slika 31: Prikaz dekonvolucije z napačnim jedrom.

Res nas krasijo enačbe, grafi, formule in kode, a v decembru tudi snežinke.

Lepe praznike in srečno novo leto 2023!

