

Kotna korelacija anihilacijskih žarkov γ

Tadej Strah

21. december 2022

Izvedeno 1. december

1 Uvod

1.1 Anihilacija pozitrona in elektrona

Pozitron e^+ se pri srečanju s svojim antidelcem elektronom e^- po določenem času anihilira.

Izkaže se, da obstaja vezano stanje pozitrona in elektrona (imenovano pozitronij), podobno vodikovemu atomu. V osnovnem stanju pozitronij nima orbitalne vrtilne količine; zaradi neničelnih spinov pa se energija stanj razcepi. Singletno stanje ($|\uparrow\downarrow\rangle$) ima vezavno energijo 6.8 eV, tripletno ($|\uparrow\uparrow\rangle$) pa je cca. 10^{-3} manj vezano.

Singletno stanje se anihilira z nastankom dveh kolinearnih fotonov z energijo 511 keV (polovica mirovne mase elektrona), ki odletita vsak v svojo smer (ohranitev gibalne k.) in sta nasprotno cirkularno polarizirana (ohranitev vrtilne k.). Pri tripletnem stanju pa zaradi ohranitve gibalne in vrtilne količine morajo nastati najmanj 3-je fotoni. Je pa razpadni čas tripletnega stanja bistveno daljši od singletnega in tako po večini ob trkih z atomi preide v singletno stanje, ki pa se potem anihilira.

Pri vaji uporabljamo radioaktivni vir ^{22}Na , ki prek razpada β^+ služi kot vir pozitronov. Pri anihilaciji nsataneta dva γ žarka, ki sta kotno in časovno korelirana.

2 Priprava meritve

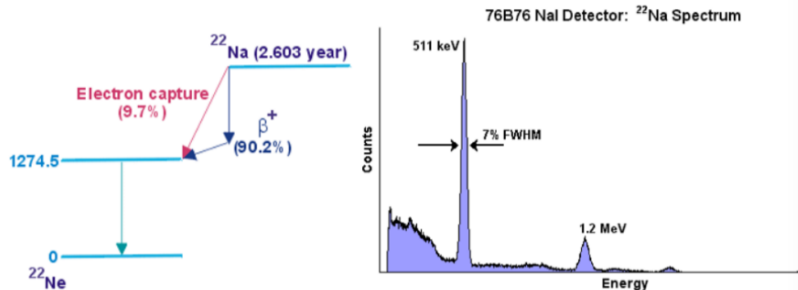
Vse meritve bomo opravili s sunki iz enega oz. dveh scintilacijskih detektorjev. Jedra ^{22}Na razpadajo v 90.2% primerov z β^+ razpadom (nastane pozitron), v preostanku primerov pa z ujetjem elektrona v vznujeno jedro ^{22}Ne , ki z izsevanjem 1.2 MeV fotona preide v osnovno stanje.

Od začetka imamo scintilatorja postavljena zelo blizu izvora, da pomerimo veliko število dogodkov.

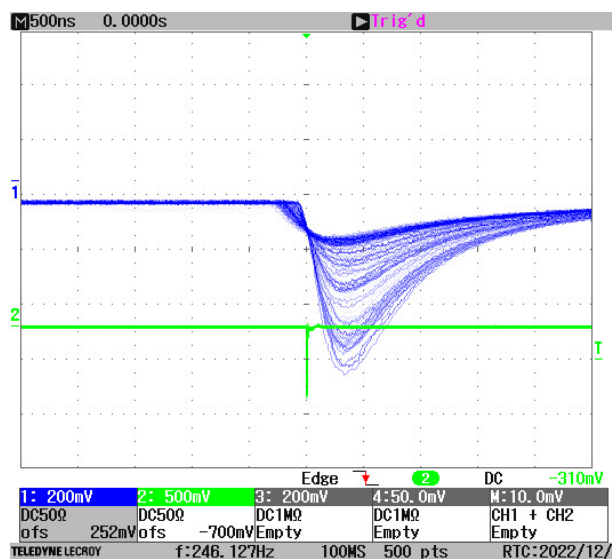
Ostale (nižje energijske) sunke izfiltriramo s pomočjo diskriminatorja (ta prepušča le signale nad določeno amplitudo.) Nastavimo s pomočjo osciloskopa.

Diskriminiran signal vidimo na sliki 2

Izhod iz diskriminatorja je prekratek za nadaljnjo obravnavo, zato ga peljemo najprej preko oblikovalnika sunkov, kjer nastavimo dolžino izhodnega škatlastega pulza na cca 100ns. Signal peljemo še



Slika 1: Radioaktivni razpad izotopa ^{22}Na in ustrezen energijski spekter, ki ga izmerimo z NaI scintilatorjem.



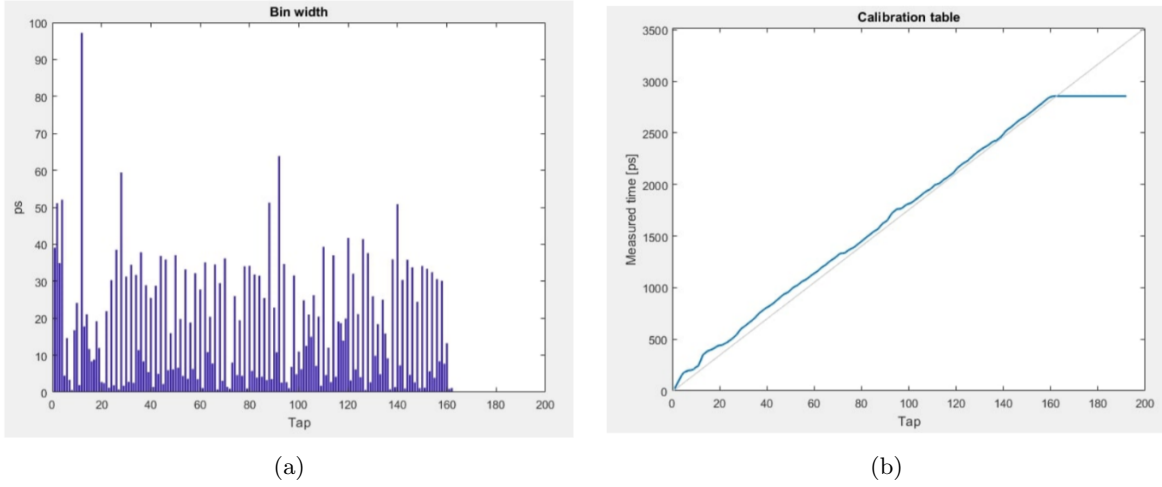
Slika 2: Časovni potek diskriminiranih sunkov. Brez uporabe diskriminatorja bi dodatno opazili sunke podobne oblike z višino nižjo od 150mV.

na pretvornik nivojev, ki negativne sunke (po standardu NIM) pretvori v pozitivne ($> 2\text{V}$), kar lahko uporabimo kot vhodne signale na FPGA vezju.

2.1 Kalibracija zakasnilne linije

Nadaljujemo s kalibracijo časovno-digitalnega pretvornika (Time2digital converter - TDC) implementiranega na FPGA vezju. TDC je naprava za natančno merjenje intervalov med dogodki. Grobo lahko čas štejemo kar s štejem urinih ciklov, ki naj bi bili bolj ali manj konstantno časovno razmaknjeni. V čipih FPGA je ta čas tipično nekaj nanosekund. Za bolj fine meritve pa se uporablja t.i. zakasnilna linija. Delovanje temelji na principu časovne interpolacije. Zakasnilna linija je sestavljena iz 192 diskretnih elementov. Ko na vhod TDC-ja pripeljemo sunek, se ta s končno hitrostjo propagira po zakasnilni liniji, stanje pa se vzorči ob naslednjem urinem pulzu. Iz prepotovane razdalje in znane hitrosti propagacije lahko natančno določimo čas med START in STOP pulzom.

Zveza med prepotovano razdaljo in časom v realnem vezju ni čisto linearna, zato jo moramo najprej kalibrirati. Nekateri zakasnilni elementi linije so "širši", zato je verjetnost, da v njih izmerimo



Slika 3: Kalibracija zakasnilne linije.

izbrani sunek večja. Kalibracijo izvedemo tako, da na vhod pripeljemo množico časovno nekoreliranih naključnih sunkov in merimo, do kje v zakasnilni liniji pridejo. Več prešteti sunkov na določenem elementu pomeni večjo širino, zveza pa se glasi

$$W_i = \frac{N_i}{N} T,$$

kjer je N število vseh nabranih sunkov, N_i število sunkov v elementu i in T perioda ure. Pretekli čas potovanja od začetka zakasnilne linije do nekega elementa i je potem samo vsota vseh prejšnjih;

$$T_i = \sum_{k=1}^{i-1} W_k + \frac{W_i}{2}.$$

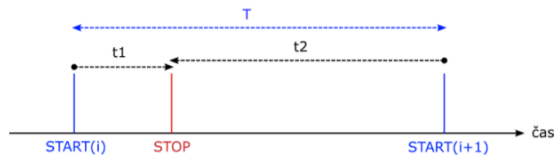
Primer meritve razdalje propagacije sunka po zakasnilni liniji in potem preračunane korekcijske LUT tabele vidimo na grafu 3

2.2 Časovne meritve

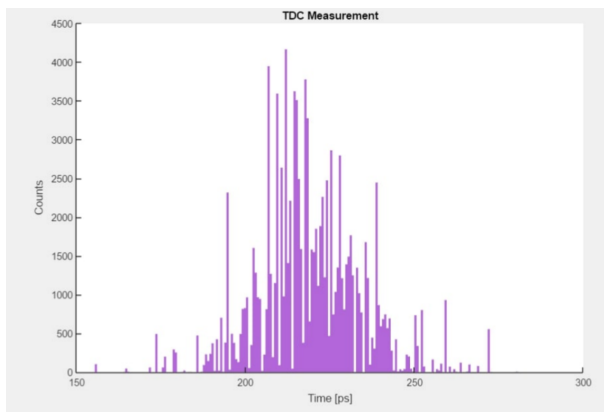
Zdaj lahko začnemo opravljati časovne meritve. V vseh primerih merimo časovni razmik med dvema signaloma, prvi pomeni START signal, drugi pa STOP. Z našim dvokanalnim TDC-jem lahko opravljamo enokanalne ali pa medkanalne meritve.

Enokanalna meritev pomeni, da START in STOP signale pobiramo iz istega kanala. Po definiciji so izmerjeni intervali pozitivni. Izmerjeni sunek predstavlja STOP signal meritve trenutnega intervala in hkrati START signal meritve naslednjega intervala.

Pri medkanalni meritvi pa START in STOP signale beremo iz dveh različnih kanalov. Izmerjeni intervali lahko sedaj zavzamejo tudi negativne meritve, ko signal STOP prehiti signal START (shema 4). Ob privzetem neomejenem merilnem območju je število izmerjenih točk tako enako dvokratniku dejanskih dogodkov, (skoraj) vsak izmerek pa ima "dvojčka" nekje daleč stran na nasprotni osi. Naloga uporabnika je omejiti merilno območje na fizikalno smiseln interval. To bo prišlo do izraza pri meritvi koincidenč, ko bomo omejili merilni interval.



Slika 4: Medkanalna meritev. Vsak dogodek generira dva časovna intervala; pozitivnega in negativnega. Treba je izbrati fizikalno smiselni interval.



Slika 5: Meritev časovne ločljivosti TDC-ja. Določimo standardno deviacijo dobljene "Gaussovske" 16ps. Avtor grafa: Michel Adamič

3 Meritve

3.1 Časovna ločljivost TDC-ja

Z enako vezavo kot pri kalibraciji zakasnilne linije lahko izmerimo tudi časovno ločljivost TDC-ja. Izvedemo dvokanalno meritev, pri čemer na oba kanala pripeljemo identičen signal (signal iz iste zakasnilne enote). V teoriji bi morali izmeriti same ničelne časovne intervale; v praksi pa so izmerki raztreseni okoli povprečja. Standardno deviacijo tega raztresja vzamemo za ločljivost TDC-ja.

Rezultat vidimo na grafu 5. Določimo časovno ločljivost 16ps.

3.2 Meritev radioaktivnega razpada

Pomerimo čase med zaporednimi radioaktivnimi razpadi. Meritev izvedemo s preprosto enokanalno meritvijo sunkov iz radioaktivnega vira. Rezultat meritve vidimo na grafu 6.

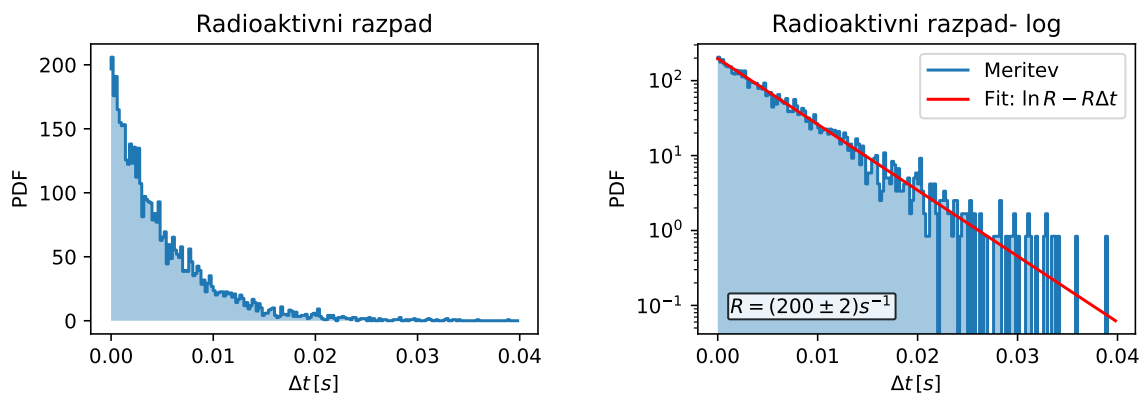
Z meritvijo smo preučevali naključno naravo radioaktivnega razpada, ki velja za Poissonov proces. Poissonova porazdelitev je definirana kot

$$P_N^{\bar{N}} = \frac{\bar{N}^N}{N!} e^{-\bar{N}},$$

kjer je P verjetnost, da se v nekem časovnem intervalu zgodi N dogodkov, medtem ko jih v povprečju pričakujemo \bar{N} .

Zanima nas, kakšna je verjetnostna gostota za porazdelitev časa med razpadi (to merimo z našim setup-om). Verjetnost, da v času t izmerimo več kot nič sunkov izračunamo iz poissona:

$$p = 1 - P_0^{\bar{N}} = 1 - e^{-Rt},$$



Slika 6: Meritev časovnega intervala med zaporednimi radioaktivnimi razpadi. Narisana je verjetnostna gostota (Probability Density Function). Dobimo pričakovano eksponentno krivuljo; kar lepo vidimo kot linearno odvisnost v logaritemski skali. Čas zajema 30s.

verjetnostna gostota pa je potem po definiciji enaka

$$\frac{dp}{dt} = Re^{-Rt}.$$

V logaritemski skali torej dobimo linearno odvisnost, kateri prilagodimo premico in določimo aktivnost

$$R = (200 \pm 2)s^{-1}.$$

Ekvivalentno lahko aktivnost izračunamo tudi iz števila preštetih razpadov v času zajema (5971 razpadov v 30s). Dobimo

$$\tilde{R} \approx 199,$$

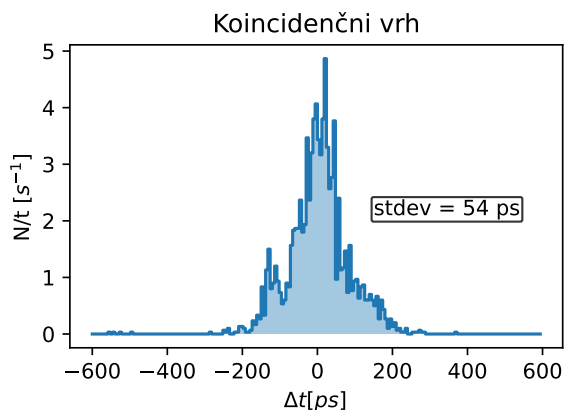
kar se zelo dobro ujema.

3.3 Kotna korelacija anihilacijskih žarkov

Za začetek nas zanima koincidenca nastalih žarkov γ (ko sta detektorja kolinearna). Scintilatorja postavimo čisto blizu izvora, da pokrijemo praktično ves prostorski kot, na obeh zakasnilnih enotah pa nastavimo DELAY na minimum. Signal iz obeh zakasnilnih enot peljemo na osciloskop, kar vidimo na sliki 9.

Najprej izvedemo medkalano meritev s polnim merilnim območjem, da določimo širino koincidenčnega vrha, potem pa merilno območje nastavimo samo na vrh. Tako pustimo do konca. Število preštetih sunkov je torej število koincidenč. Vsakokrat merimo po 30s.

Primer take meritve vidimo na grafu 7.



Slika 7: Primer meritve koincidenčnih sunkov. V tem primeru pri kotu 0 in majhni razdalji scintilatorja od izvora.

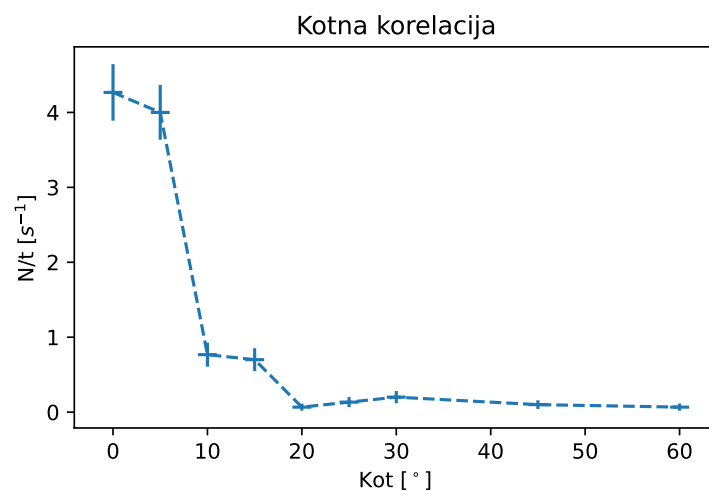
Nekaj izmerjenih koincidenč v izbranem oknu je tudi naključnih. Če hitrost sunkov na prvem kanalu R_1 in na drugem R_2 , potem je pri širini merilnega okna τ hitrost naključnih koincidenč enaka

$$R_{12} = R_1 R_2 \tau.$$

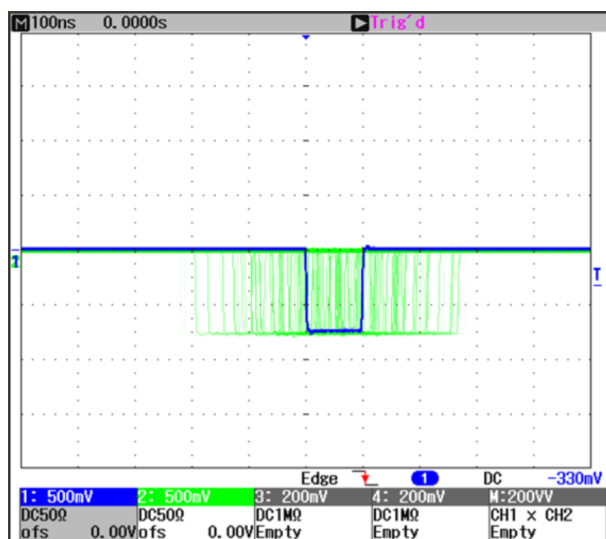
Z izvičajem nastavimo zamik med kanaloma na maksimum ($\approx 2\mu s$), tako da se koincidenčni vrh odpelje izven merilnega območja, tako merimo le še naključne koincidence. Izmerimo 11 naključnih koincidenčnih. Po napovedi iz zgornje formule pa bi morali izmeriti 2. Izmerimo torej za faktor cca. 5 več naključnih koincidenč. Zakaj do tega pride? Who knows.

Scintilatorja zdaj razmaknemo na razdaljo 16 cm od izvora in DELAY med kanaloma nazaj spremenimo na nič. Pri tem vsak scintilator pokrije cca. 1.5% prostorskega kota, oz. v ravnini cca. 10° .

Rezultat meritve vidimo na grafu 8. Dobimo pričakovan rezultat z močnim vrhom pri kotu 0, ter tudi še pri kotu 5° , kar pade znotraj kotne ločljivosti. Nekaj sunkov zaznamo tudi pri večjih kotih, večinoma zaradi sipanja žarkov γ .



Slika 8: Kotna odvisnost anihilaicjskih žarkov γ . Višina vrha se prej dobro ujema s pričakovano - torej z upoštevanjem aktivnosti izvora in deležem prostorskega kota, ki ga pokriva scintilator. Napaka je ocenjena statistično za Poissonski proces kot koren števila meritev.



Slika 9: Koincidenčni signalni iz obeh scintilatorjev.