

Določanje Boltzmannove konstante k_B

Tadej Strah

3. maj 2022

Izvedeno 12. april

1 Uvod

Boltzmannovo konstanto k_B lahko merimo posredno preko tokov znotraj bipolarnega tranzistorja tipa n-p-n.

Bipolarni tranzistor ima tri kontakte imenovane kolektor, emitor in baza. Kolektor in bazo v vaji kratko sklenemo in merimo odvisnost toka skozi kolektor I_C od napetosti med bazo in emitorjem U_{BE} .

Teoretična napoved je podana z Ebers-Mollovo enačbo

$$I_C = I_S(T) \left[\exp \left(\frac{e_0 U_{BE}}{k_b T} \right) - 1 \right], \quad (1)$$

kjer je e_0 osnovni naboj, T absolutna temperatura, U_{BE} pozitivna napetost med bazo in emitorjem ter $I_S(T)$ velikost nasičenega toka v zaporni smeri. Že za majhne pozitivne napetosti U_{BE} je eksponentni člen v zgornji enačbi mnogo večji od 1, zato lahko enko v oklepaju zanemarimo.

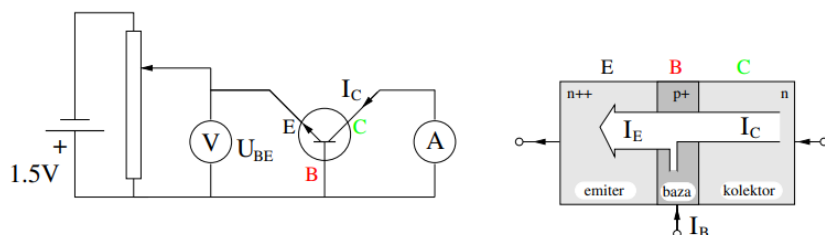
V praksi pogosto o tranzistorju razmišljamo kot o ojačevalcu toka skozi bazo I_B ; s kolektorskim tokom I_C ga povezuje zveza

$$I_C = \beta I_B.$$

Električno prevodnost p-n stika pri napetosti v prevodni smeri določa več mehanizmov, med drugim so to

- difuzija nosilcev naboja preko zaporne plasti
- generacija in rekombinacija nosilcev naboja znotraj zaporne
- tuneliranje nosilcev naboja med nivoji v vrzeli
- površinski efekti

Vsak od teh mehanizmov na različen način zavisi od napetosti in prispeva svoj delež toka preko stika. Difuzija nabojev oz. difuzijski tok je za nizke gostote toka dobro opisan z enačbo 1. Tok zaradi generacije in rekombinacije nosilcev naboja, t.i. rekombinacijski tok I_{rec} se pojavi pri večjih gostotah tokov in je sorazmeren z nekoliko drugačnim eksponent $J_{rec} \approx \exp(e_0 U_{BE}/(2k_B T))$. Drugi prispevki



Slika 1: Shema meritve tokovno-napetostne karakteristike n-p-n tranzistorja. Z baterijo preko nastavljivega upora določimo napetost med bazo in emitorjem npn tranzistorja in merimo kolektorski tok. Barvne oznake priključkov tranzistorja so: E - črna, B - rdeča in C - zelena.

imajo bolj komplicirane odvisnosti od napetosti. Pri diodah, ki vsebujejo le en p-n stik, prispevajo k prevodnosti vsi prej naštetih mehanizmi, zato diode niso primerne za določanje razmerja e_0/k_B .

Na našem bipolarnem tranzistorju pa lahko kratko sklenemo bazo in kolektor in s tem dosežemo, da z napetostjo med bazo in emitorjem v prevodni smeri kolektorski tok določa le difuzija elektronov preko zaporne plasti od baze na kolektor (oz. nosilcev naboja v drugo smer) in zato njegovo karakteristiko dobro opiše enačba 1.

2 Potrebščine

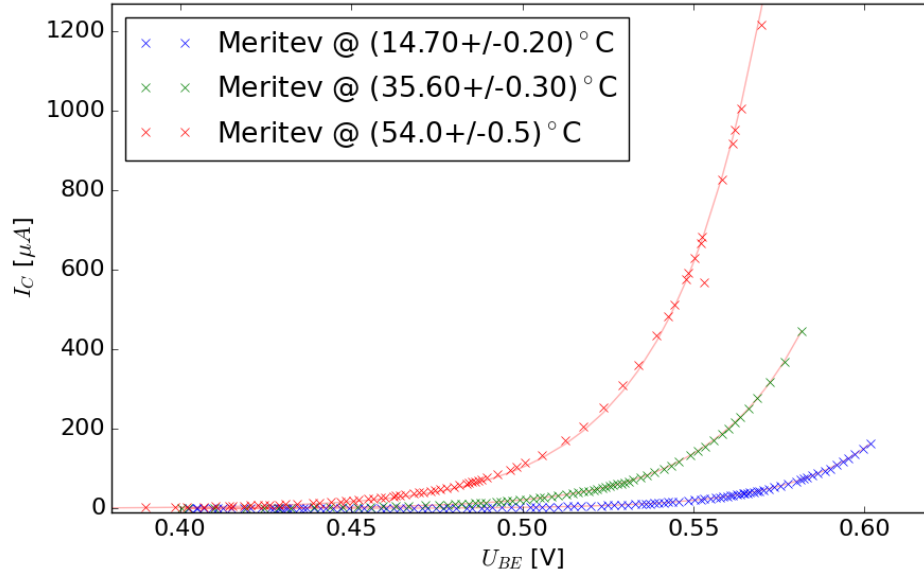
- bipolarni n-p-n tranzistor tipa BC182B
- potenciometer in baterija
- voltmeter, amperimeter
- termometer, Dewarjeva posoda
- ledomat, grelnik za vodo
- laptop

3 Naloga

1. Izmerite kolektorski tok tranzistorja $I - C$ v odvisnosti od U_{BE} pri treh temperaturah: približno 15°C , 35°C in 55°C .
2. Določite razmerje e_0/k_B
3. Izmerite temperaturno odvisnost kolektorskega tok tranzistorja pri dveh napetostih U_{BE} približno 0.5V in 0.58V .

4 Izvedba meritev, obdelava podatkov in rezultati

V prvem delu merimo $I - U$ karakteristiko tranzistorja pri različnih temperaturah. Po enačbi 1 (oz. njeni poenostavljeni verziji) lahko potem izračunamo razmerje e_0/k_B . Merimo pri treh temperaturah ($T_1 = (14.7 \pm 0.1)^\circ\text{C}$, $T_2 = (35.6 \pm 0.3)^\circ\text{C}$, $T_3 = (54.0 \pm 0.5)^\circ\text{C}$). Ocena napake izvira iz dejstva, da se je še posebej pri temperaturi T_3 voda med izvedbo poskusa znatno ohladila (cca. pol stopinje.)



Slika 2: $I - U$ karakteristika tranzistorja pri različnih temperaturah. Polna rdeča črta prikazuje prilagojeno eksponentno modelno krivuljo.

Za samo meritev imamo že zvezan tranzistor, baterijo in potenciometer, tako da lahko s potenciometrom nastavljamo napetost med bazo in emitorjem U_{BE} , pri tem pa merimo tok skozi kolektor.

Meritve nam program zapiše .csv format, obdelamo jih s programskim jezikom python in nekaterimi priročnimi knjižnicami:

- *matplotlib* - risanje grafov
- *numpy* - hramba in obdelava večje količine podatkov
- *uncertainties* - pravilno propagiranje napak (oz. negotovosti). Knjižnica nam ponudi razred spremenljivke z negotovostjo, nato pa ob množenju, seštevanju, logaritmiranju... pravilno propagira napake. Knjižnica spremenljivke obravnava kot (Gaussove) distribucije, napake (pri propagiranju skozi funkcije) pa računa v prvem (linearnem) približku. Več o tem v dokumentaciji dostopni na: https://pythonhosted.org/uncertainties/tech_guide.html#linear-propagation-of-uncertainties

Rezultate prikazujeta grafa 2 in 3. Skozi meritve pri vseh temperaturah prilagodimo modelno eksponentno krivuljo, kjer potem iz koeficienta v eksponentu preberemo razmerje e_0/k_B . Lahko pa podatke prikažemo v log skali in potem nanje prilagodimo premico

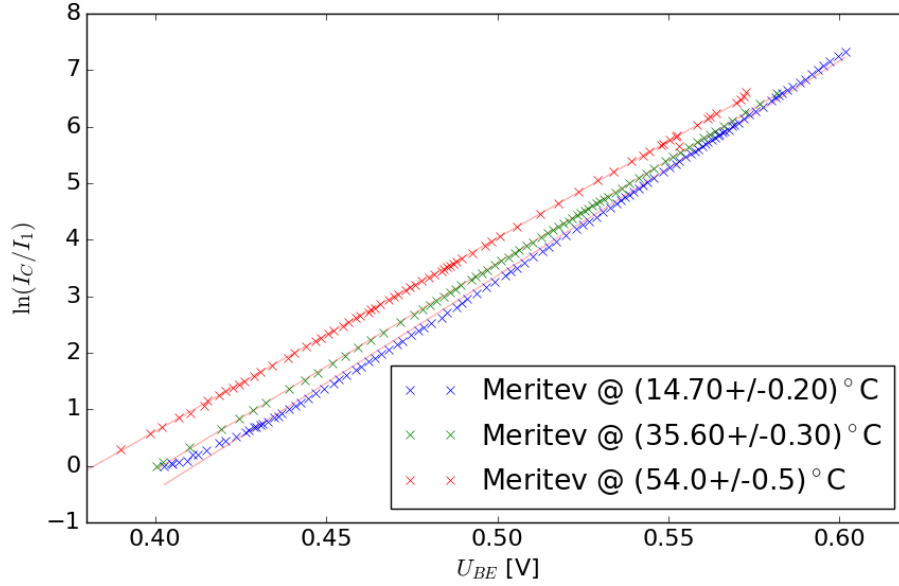
Za razmerje e_0/k_B dobimo:

$$\frac{e_0}{k_B} = (1.155 \pm 0.01) \cdot 10^4 \text{ s}^3 \text{ K A m}^{-2} \text{ kg}^{-1}$$

Vrednost osnovnega naboja lahko poiščemo v literaturi in nato izračunamo vrednost Boltzmannove konstante;

$$k_B = (1.38 \pm 0.01) \cdot 10^{-23} \text{ s}^{-2} \text{ K}^{-1} \text{ A m}^2 \text{ kg}^2,$$

ki se zelo dobro ujema z vrednostjo iz literature.



Slika 3: $I - U$ karakteristika tranzistorja pri različnih temperaturah v log skali. Polna rdeča črta prikazuje prilagojeno eksponentno modelno krivuljo.

V drugem delu vaje merimo $I - T$ karakteristiko pri dveh različnih napetostih U_{BE} ($U_1 = 5V$, $U_2 = 5.8V$). Temperaturo vode prilagajamo z mešanjem ledene in vrele vode, ob spreminjanju temperature pa s potenciometrom vzdržujemo konstantno napetost na tranzistorju.

Ker sedaj poznamo razmerje e_0/k_B lahko z meritvijo kolektorskega toka I_C v odvisnosti od temperature T pri konstantni napetosti U_{BE} posredno merimo saturacijski tok I_S v odvisnosti od temperature. Obrnemo enačbo 1 in dobimo

$$I_S(T) = I_C \exp\left(-\frac{e_0 U_{BE}}{k_B T}\right) \quad (2)$$

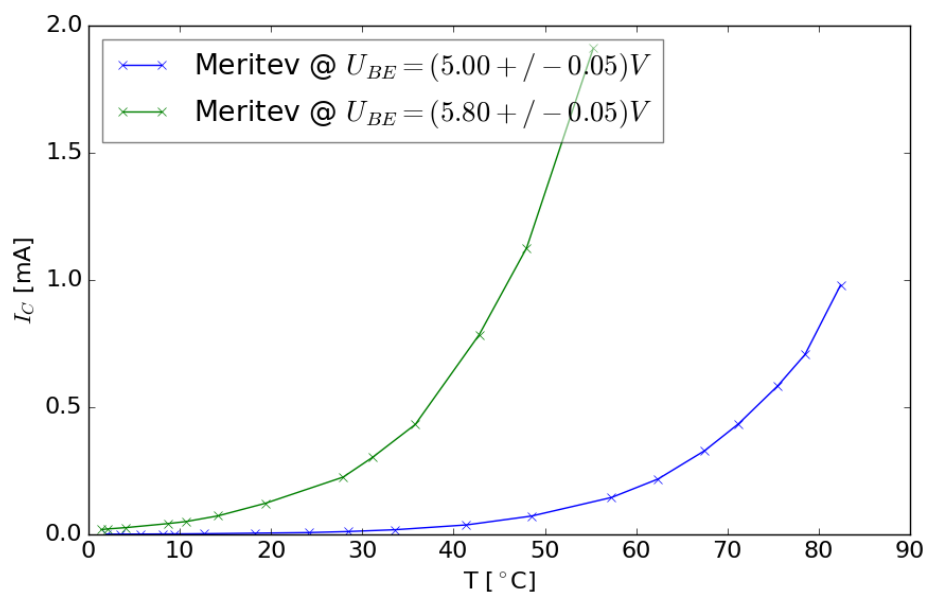
Tako lahko iz meritev določimo saturacijski tok, lahko pa ga tudi napovemo z fizikalnim modelom, in sicer:

$$I_S(T) \approx \alpha T^n \exp\left(\frac{-E_g(T)}{k_B T}\right), \quad (3)$$

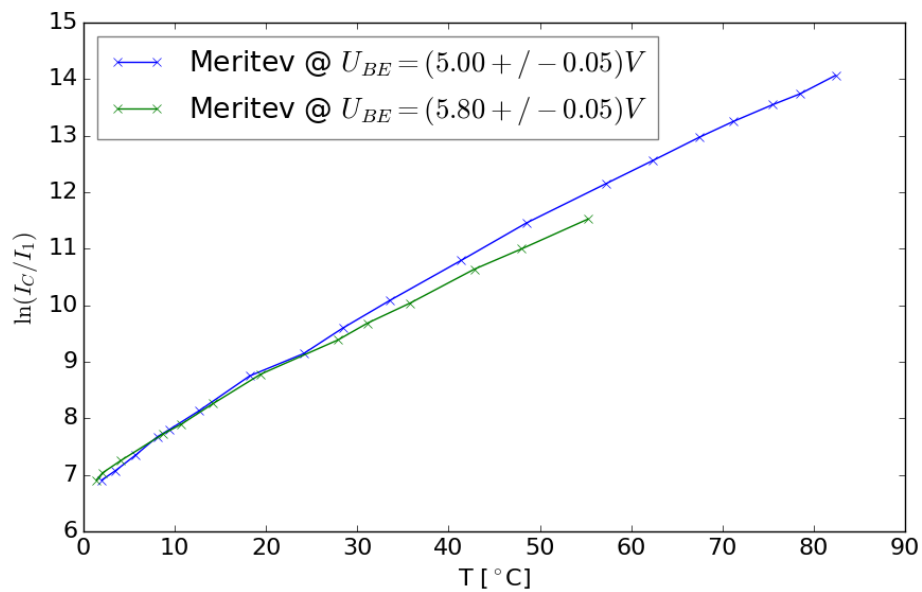
kjer sta α in n odvisna večinoma od načina izdelave tranzistorja.

Pri dejanski obdelavi podatkov pa se izkaže, da ta način ne deluje dobro; eksponent v enačbi 2 je namreč velikostnega razreda -10^2 , kar privede do res velikih vrednosti eksponenta in tako numerično nezanesljivih izračunov.

Meritev odvisnosti $I - T$ prikazujeta v linearni in logaritemski skali grafa 4 in 5



Slika 4: $I - T$ karakteristika tranzistorja pri različnih napetostih U_{BE} .



Slika 5: $I - T$ karakteristika tranzistorja pri različnih napetostih U_{BE} v log skali.