FMF, Ljubljana
FP4, 2.semester 2021/22

Uklon svetlobe

Tadej Strah

2. april 2022

Izvedeno .... 22. marec

1 Uvod

Valovna narava svetlobe se dobro pokaže pri razširjanju svetlobe za ovirami ali odprtinami v neprozornih zaslonih, ki imajo tipične dimenzije primerljive z valovno dolžino svetlobe. Geometrijska optika, v kateri pričakujemo premo razširjanje svetlobe ne velja več; svetloba se širi tudi v geometrijsko senco. Pojavu pravimo uklon; pomagamo pa si lahko z *Huygensovim načelom*, ki pravi, da lahko vsako točko, do katere je svetloba že prišla, obravnavamo kot izvor novega krogelnega valovanja. Pri obravnavi uklona izberemo točke (izvore) znotraj odprtine v zaslonu in izračunamo svetlobno polje za zaslonom z integriranjem prispevkov vseh krogelnih valov. Pri tem moramo seveda upoštevati amplitude in faze, saj posamezni krogelni valovi interagirajo med seboj.

V približku velike oddaljenosti zaslona in izvora v primerjavi z velikostjo odprtine se nam izraz za amplitudo valovanja v točki O poenostavi v

$$u_O = \frac{k}{2\pi i}\int_{odprtina} dS u_A \frac{e^{ikr_O}}{r_O}, \tag{1}$$

kjer je u_A amplituda valovanja na delu odprtine, ki ga določa vektor $\vec{r_O}$. V primeru točkastega izvora je amplituda enaka

$$u_A = A\frac{e^{ikr_P}}{r_P}, \tag{2}$$

v primeru ravnega vala, ki vpada pravokotno na odprtino, pa je u_A konstantna.

Pri tej vaji se bomo ukvarjali najprej z enodimenzionalnim Fraunhoferjevim uklonom. Opazujmo ravni val (kolimiran laserski snop), ki vpada na tanko režo s širino D vzdolž osi x_0. Uklonska slika je odvisna le od kota Φ in sicer je jakost svetlobnega toka v opazovalni ravnini enaka

$$I(\Phi) = |u(x', z')|^2 = I_O\left(\frac{\sin(k\Phi D/2)}{k\Phi D/2}\right)^2, \tag{3}$$

kjer je I_O konstanta, ki je odvisna od intenzitete laserskega žarka, od širine reže in od oddaljenosti zaslona.

Uklonska slika N enako širokih rež kot prej, katerih simetrale so razmaknjene za d, je podana z izrazom

$$I(\Phi) = |u(x', z')|^2 = I_O \left(\frac{\sin(k\Phi D/2)}{k\Phi D/2} \right)^2 \left(\frac{\sin(Nk\Phi d/2)}{\sin(k\Phi d/2)} \right)^2 . \tag{4}$$

Uklonska slika je produkt dveh neodvisnih faktorjev - prvega, ki je enako kot pri izrazu za eno režo, lahko tolmačimo kot ovojnico, drugi pa oscilira hitreje. Z večanjem števila rež se maksimumi uklonske slike ožajo in višajo (s kvadratom števila rež).

V drugem delu vaje bomo obravnavali uklon na okrogli odprtini v Fresnelovem približku. Imejmo točkast izvor, ki ga bomo simulirali s fokusiranim laserskim snopom z zbiralno lečo ($f = 6$cm).

Na zaslonu bomo opazili interferenčni vzorec - koncentrične svetle in temne kolobarje. Njihovi radiji so odvisni od velikosti zaslonke in razdalj med izvorom, zaslonko in zaslonom.

Vpeljemo količine: z_P - oddaljenost zaslonke od gorišča leče, z_O - oddaljenost zaslonke od zaslona, ter $\zeta^{-1} = z_P^{-1} + z_O^{-1}$.

Svetlobni tok na osi uklonjenega valovanja je potem podan kot:

$$I_O = C \sin^2 \left(\frac{kR^2}{4\zeta} \right) . \tag{5}$$

Odvisnost od polmera zaslonke R lahko pojasnimo s konceptom Fresnelovih con.

2 Potrebščine

- *HeNe* laser z valovno dolžino 663 nm, nosilna plošča za laser in translator za zaslone,
- par prizem v nosilcu za razširitev žarka,
- zasloni z odprtinami, leča z nosilcem, ravno ogledalo z nosilcem,
- x translator z montiranim foto-detektorjem in pretvornik signalov,
- prenosnik

3 Naloga

1. Izmeri uklonsko sliko svetlobe za zasloni z režami. Uporabi zaslone z 1, 2, 3 in 5 režami. Določi relativne intenzitete uklonskih slik. Določi širino rež D in razdalje med njimi d.
2. Opazuj uklon na okrogli odprtini. Določi premer odprtine $2R$.

4 Izvedba meritev, obdelava podatkov in rezultati

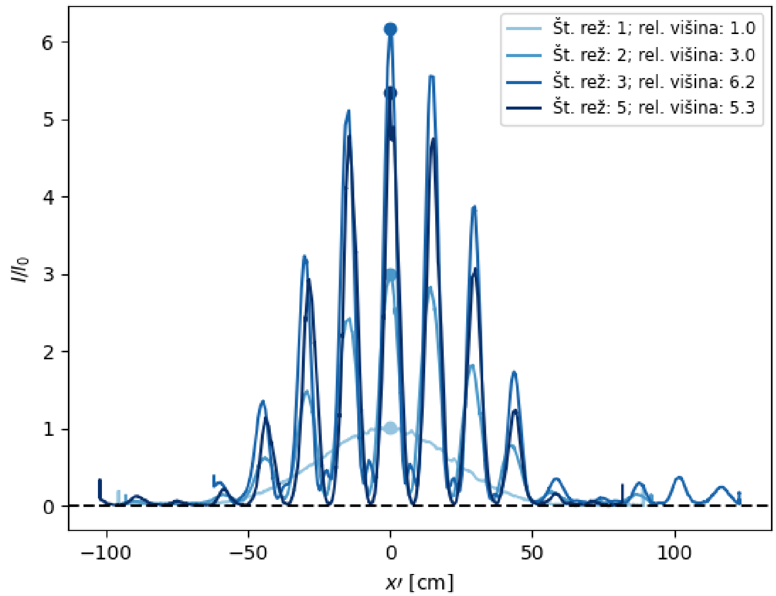
4.1 Uklonska slika zaslona z režami

Meritve izvajamo z laserjem, ki na površini rež predstavlja ravni val; na režah se svetloba ukloni, rezultat pa gledamo na $L = (214 \pm 1)$cm oddaljenem zaslonu, kjer s fotodiodo merimo jakost svetlobnega toka, s potenciometrom in žico, ki translacijo preslikava v rotacijo, pa merimo $x-$kooridnato; vse skupaj merimo z računalnikom.

Merimo uklonsko sliko z zasloni s 5, 3, 2 in 1 režo.

Iz programa dobimo meritve intenzitete svetlobe v odvisnosti od pozicije, katere obdelamo s programskim jezikom python in nekaterimi priročnimi knjižnicami:

- *matplotlib* - risanje grafov



Slika 1: Meritve uklonske slike zaslonov z različnim številom rež. V legendi so zapisane še relativne intenzitete centralnih vrhov v primerjavi z vrhom ene reže.

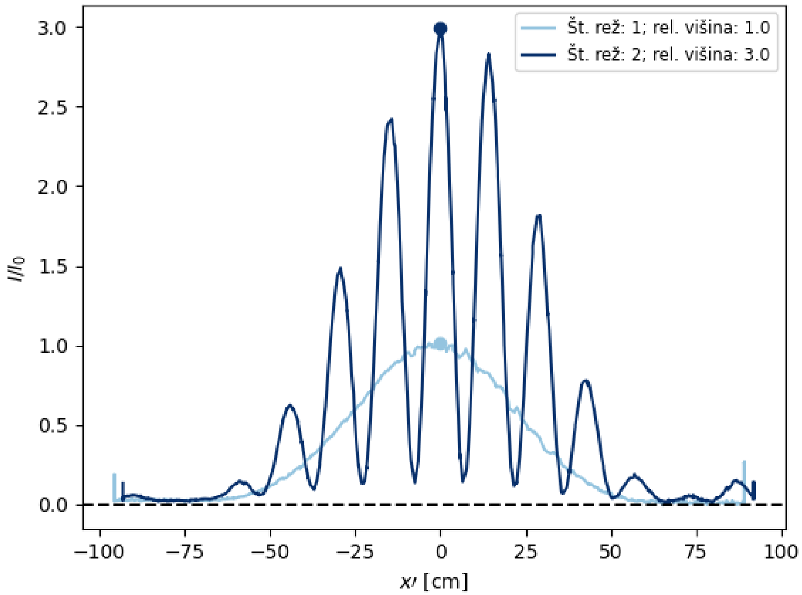
- *numpy* - hramba in obdelava večje količine podatkov
- *uncertainties* - pravilno propagiranje napak (oz. negotovosti). Knjižnica nam ponudi razred spremenljivke z negotovostjo, nato pa ob množenju, seštevanju, logaritmiranju... pravilno propagira napake. Knjižnica spremenljivke obravnava kot (Gaussove) distibucije, napake (pri propagiranju skozi funkcije) pa računa v prvem (linearnem) približku. Več o tem v dokumentaciji dostopni na: `https://pythonhosted.org/uncertainties/tech_guide.html#linear-propagation-of-uncertainties`

Pri vseh meritvah poiščemo sredinski (najvišji) vrh, in celoten graf transliramo po x-osi, da centralni vrh prestavimo v izhodišče. Do tega zamika pride zaradi prestavljanja laserja pri nastavljanju meritve. Zaradi (kot kaže) slabe kalibracije fotodiode ponekod izmerimo negativno osvetljenost; celoten graf transliramo v vertikalni smeri, da se ničla osvetlitve ujema z ničlo grafa.

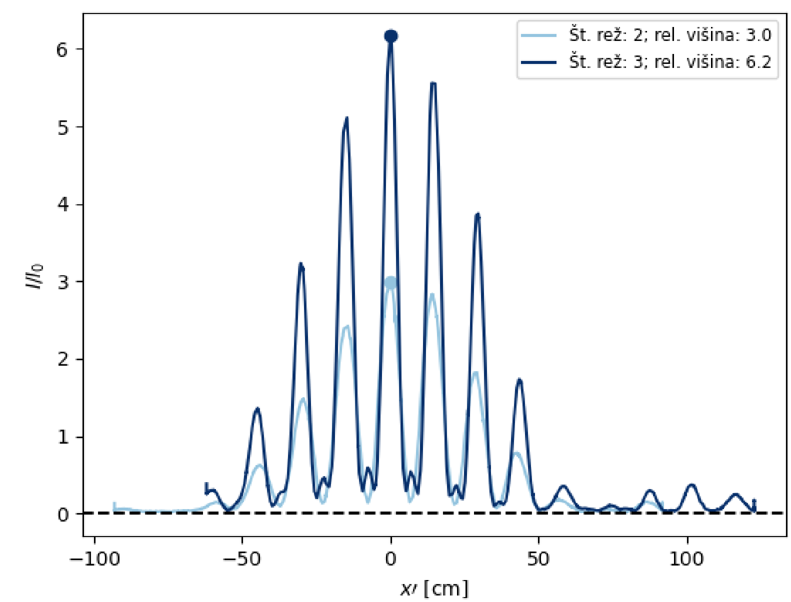
Na ta način obdelane meritve na enem grafu prikazuje slika 1. Vidimo pričakovane vzorce z nekaj odstopanji. Pri 1,2 in 3 režah dobimo po obliki identičen vzorec, kot ga napovejo računi (torej položaji in oblika maksimumov); z malo domišljije opazimo tudi kvadratično naraščanje višine centralnega vrha. Pri 5 režah pa dobimo precejšnje odstopanje - višina vrhov je precej nižja od pričakovane, v obliki pa tudi ne vidimo vseh pričakovanih 'mini' vrhov. Možnih razlag za to je veliko; že sam račun je narejen v približku, fotodioda je verjetno že enakega velikostnega razreda kot mini vrhovi, fotodioda mogoče ni bila dobro osvetljena (malo verjetno, saj je bila ta meritev 3-krat ponovljena z različno dobro nastavitvijo sistema), lahko da vseh 5 rež ni bilo enakomerno osvetljenih in zato dobimo vzorec zelo podoben tistemu za 2 ali 3 reže.

Grafe z kombinacijami meritev različnih številk rež, kot jih zahtevajo navodila, prikazujejo grafi 2 do 4

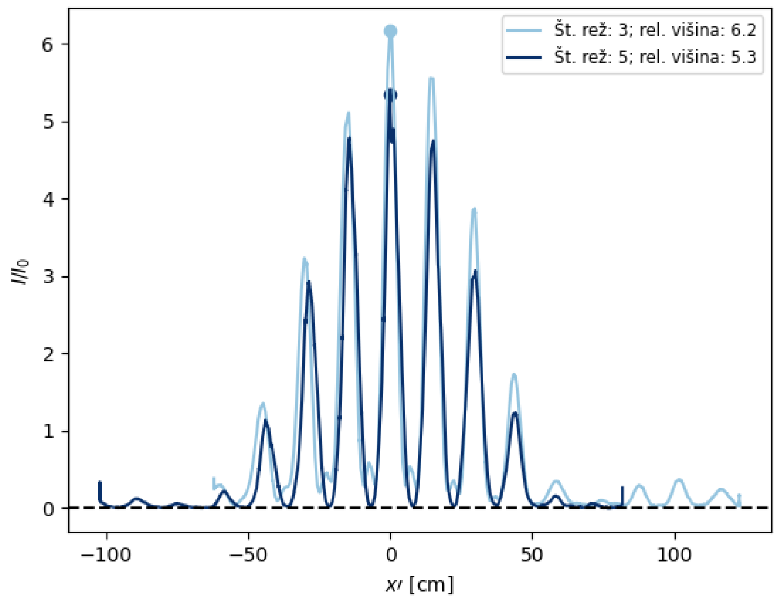
Določimo še širino rež D in razdaljo d med njimi. Predpostavimo, da sta ta dva podatka enaka za vse zaslone.



Slika 2: Meritve uklonske slike zaslonov s 2 in 1 režo.



Slika 3: Meritve uklonske slike zaslonov s 3 in 2 režami.



Slika 4: Meritve uklonske slike zaslonov s 5 in 3 režami.

Za določitev širine reže pogledamo meritev z eno samo režo, iz katere lahko ocenimo, kje se pojavi prvi minimum, potem pa po enačbi 3 izračunamo, da mora v tem minimumu veljati

$$D = \lambda/\phi$$

Ocenimo lokacijo minimuma (oceni pripišemo veliko napako, ker zaradi fizičnih omejitev meritve nismo mogli izmeriti naslednjega maksimuma) na $x_{min} = (65 \pm 5)$ mm. Razdalja med režo in fotodiodo je pri vseh meritvah enaka in sicer $z = (214 \pm 1)$ cm.

Iz teh dveh podatkov in podatka o valovni dolžini laserja ($\lambda = 633$ nm) lahko izračunamo debelino reže:

$$D = (21 \pm 2)\,\mu\text{m}.$$

Za določitev razdalje med režami analiziramo meritev z 2 režama. Pri tej meritvi najbolje vidimo lokacijo prvega minimuma.

Določimo $x_{min} = (7 \pm 0.2)$ mm. Po enačbi 4 vidimo, da mora v tem minimumu veljati $d = \lambda/2\phi$. Izračunamo

$$d = (97 \pm 3)\,\mu\text{m}.$$

4.2 Uklon na okrogli zaslonki

Zaslonke z vzporednimi pravokotnimi režami zamenjano z okroglo režo in na steni opazujemo uklonski vzorec. Dolžina optične poti od reže do stene je cca. 1.5m. S premikanjem zaslona z režo spreminjamo razdaljo z_P od gorišča leče (našega točkastega izvora) do reže in razdaljo z_O od reže do stene.

Vpeljali smo količino $\zeta^{-1} = z_P^{-1} + z_O^{-1}$. Po enačbi 5 vidimo, da mora v minimumih/maksimumih na osi veljati pogoj:

$$\frac{kR_n^2}{4\zeta} = n\frac{\pi}{2},$$

kjer n označuje n-to Fresnelovo cono.

Enačbo lahko prepišemo v obliko

$$n = \frac{R_n^2}{\lambda} \frac{1}{\zeta}. \tag{6}$$

Meritev nam da vrednost n, nedoločen za neko začetno konstanto n_0. Narišemo graf $n - n_0$ kot funkcijo ζ in določimo R_n in n_O.

Začetna razdalja od leče do reže je $z'_{P0} = (10.7 \pm 0.2)$cm, odšteti pa moramo še goriščno razdaljo leče, ki znaša $f = (6 \pm 0.2)$cm. Začetna razdalja od reže do stene (optična pot, preko ogledala) pa je $z_{O0} = (162 \pm 3)$cm. Pri meritvi oddaljujemo režo od gorišča, tako da velja

$$z_P = z_{P0} + x$$

in

$$z_O = z_{O0} - x,$$

kjer je x premik reže.

Podatke meritev prikazuje tabela 1. Pri večjih odmikih reže je bilo praktično nemogoče natančno določiti kje točno je min/max osvetljenosti; temu primerno so ocenjene napake velike.

x[mm]	center	$n - n_0$
(7 ± 1)	svetel	1
(14 ± 2)	temen	2
(31 ± 4)	svetel	3
(55 ± 6)	temen	4
(80 ± 10)	svetel	5

Tabela 1: Meritve svetlosti centra uklonske slike v odvisnosti od odmika reže.

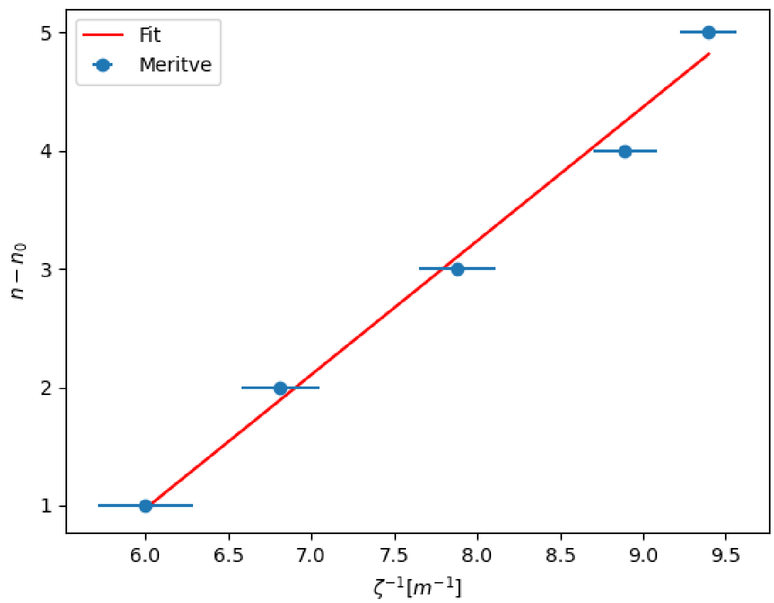
Narišemo graf $n - n_0$ kot funkcijo ζ; n-ji so zdaj za n_0 prestavljeni indeksi Fresnelovih con - slika 5. Na graf prilagodimo premico in iz koeficienta k določimo polmer odprtine

$$R_n = \sqrt{k\lambda} = (0.8 \pm 0.03)\text{mm}$$

in

$$n_0 = (5.8 \pm 0.7),$$

ker so indeksi cela števila gre najverjetneje za zamik $n_0 = 6$.



Slika 5: n-ta Fresnelova cona v odvisnosti od ζ.