

Določitev osnovnega naboja po Millikanu

Tadej Strah

7. maj 2022

Izvedeno 5. april

1 Uvod

Pri Millikanovem poskusu opazujemo gibanje naelektrenih kapljic v gravitacijskem in električnem polju. Predpostavimo okrogle kapljice z radijem r in gostoto ρ , ki prosto padajo v zraku. Nanje deluje sila teže $mg = \frac{4\pi}{3}r^3\rho g$, v nasprotni smeri pa delujeta sila vzgona $F_{vzg} = \frac{4\pi}{3}r^3\rho_{zr}g$ in Stokesova sila viskoznosti $F_\eta = 6\pi r\eta v$. Pri 23°C je viskoznost zraka $18.3 \mu\text{Pas}$.

Kapljica doseže terminalno hitrost, ko je doseženo ravnovesje sil, torej

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho - \rho_{zr})g = 6\pi r\eta v$$

Z meritvijo hitrosti padanja kapljice in znanimi gostotami količin lahko torej izračunamo radij kapljic

$$r^2 = \frac{9\eta v}{2(\rho - \rho_{zr})g}$$

Če je ploščica naelektrena in nosi celoštevilski mnogokratnik osnovnega naboja ne_0 deluje nanjo v električnem polju ploščatega kondenzatorja z jakostjo polja E dodatna električna sila ne_0E . S spreminjanjem smeri in velikosti električnega polja lahko dosežemo ravnovesje med mehanskimi silami in električno silo, ter posledično lahko določimo naboj kapljice ne_0 .

V ravnovesju velja enakost

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho - \rho_{zr})g = 6\pi r\eta v \quad (1)$$

Naboj lahko določamo tudi drugače, in sicer z meritvijo terminalne hitrosti, ko je električno polje v smeri ali pa nasproti težnostnemu pospešku. Ko se hitrost kapljice ustali velja enakost sil

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho - \rho_{zr})g \pm |n|e_0E = \pm 6\pi r\eta v_\pm, \quad (2)$$

kjer je v_+ (v_-) hitrost premikanja v smeri (v nasprotni smeri) težnostnega pospeška. Hitrosti v_+ in v_- sta pozitivni količini, ki ju lahko izmerimo.

Enačbo 2 zapišemo za obe smeri polja in ju seštejemo, dobimo lahko zvezo za radij:

$$r^2 = \frac{9\eta(v_+ - v_-)}{4g(\rho - \rho_{zr})}. \quad (3)$$

Nato pa enačbi še odštejemo in dobimo zvezo za absolutno vrednost večkratnika naboja

$$|n|e_0 = \frac{3\pi r \eta}{E}(v_+ + v_-). \quad (4)$$

2 Potrebščine

- Milikanov aparat; kondenzator z razmikom $d = 5(1 \pm 0.02)\text{mm}$, razpršilec z oljem ($\rho = 0.973 \text{ g cm}^{-3}$, LED za osvetlitev)
- mikroskop s kamero, ki je priključena na računalnik
- usmernik a 300V
- preklopnik smeri napetosti
- voltmeter

3 Naloga

1. Izmeri hitrosti gibanja kapljic v gravitacijskem in električnem polju.
2. Iz meritev izračunaj velikosti kapljic in njihov naboj ter določi osnovni naboj.

4 Izvedba meritev

V prvem delu najprej izmerimo hitrost padanja kapljice v (viskozem) zraku in iz te hitrosti določimo radij. Potem izmerimo napetost, ki je potrebna, da se ustvari dovolj močno električno polje, da bo električna sila nabite kapljice skupaj z vzgonom ravno nasprotovala gravitacijski sili. Iz te meritve dobimo naboj kapljice.

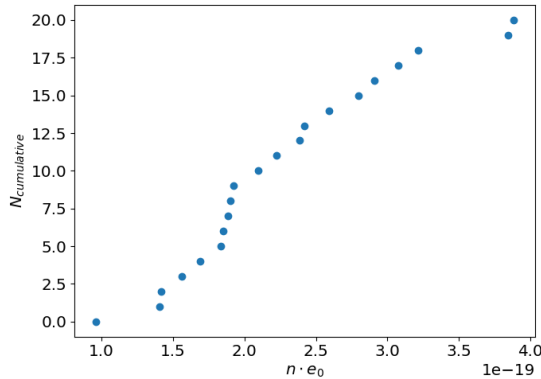
V drugem delu pa merimo hitrost padanja kapljice v gravitacijskem in električnem polju; hitrost merimo pri obeh smereh električnega polja. Iz meritve obeh hitrosti določimo radij in nato naboj. Po absolutni vrednosti je napetost pri teh meritvah vseskozi enaka $U = 178$

5 Obdelava podatkov in rezultati

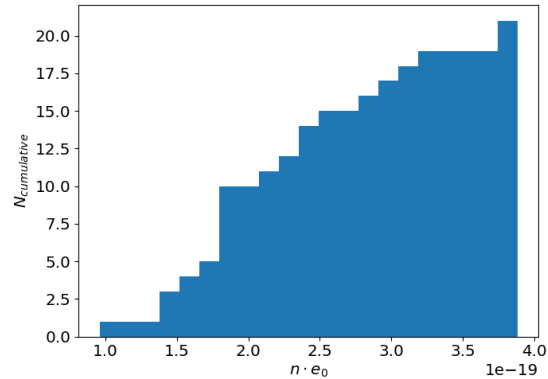
Meritve digitaliziramo v .csv format, obdelamo jih s programskim jezikom python in nekaterimi priročnimi knjižnicami:

- *matplotlib* - risanje grafov
- *numpy* - hramba in obdelava večje količine podatkov
- *uncertainties* - pravilno propagiranje napak (oz. negotovosti). Knjižnica nam ponudi razred spremenljivke z negotovostjo, nato pa ob množenju, seštevanju, logaritmiranju... pravilno propagira napake. Knjižnica spremenljivke obravnava kot (Gaussove) distribucije, napake (pri propagiranju skozi funkcije) pa računa v prvem (linearnem) približku. Več o tem v dokumentaciji dostopni na: https://pythonhosted.org/uncertainties/tech_guide.html#linear-propagation-of-uncertainties

5.1 Meritev s hitrostjo padanja in električnim poljem potrebnim za stacionarno stanje



Slika 1: Scatter plot



Slika 2: Histogram

Rezultate prikazujeta grafa 1 in 2. Prikazujeta identične podatke, le da jih levi kot točke, desni pa kot pobarva histogram. Ordinarna os predstavlja kumulativno število meritev oz. število kaplic z nabojem manjšim od izbranega. Grafa bi načeloma morala imeti jasno določene stopnice pri celoštevilskih večkratnikih osnovnega naboja, vendar tega ne vidimo jasno. Vidi se sicer stopnica pri cca. $1.8 \cdot 10^{-19} \text{ As}$, kar se približno ujema z dejansko vrednostjo 'eno-kratnika' osnovnega naboja. Meritev osnovnega naboja bomo raje izluščili iz naslednje meritve.

5.2 Merjenje z razliko hitrosti

Meritve prikazuje graf 3. Na oko določimo stopnice, ki predstavljajo skok naboja za vrednost enega osnovnega naboja. Pri določanju stopnic si pomagamo s poznavanjem dejanske vrednosti osnovnega naboja, kar je sicer goljufanje, a meritve ne zadoščajo zares za kvalitetno in zanesljivo analizo. Mnogokratniki so na grafu označeni s številkami poleg točk.

Iz meritev in določenih mnogokratnikov nato izračunamo vrednost osnovnega naboja in dobimo:

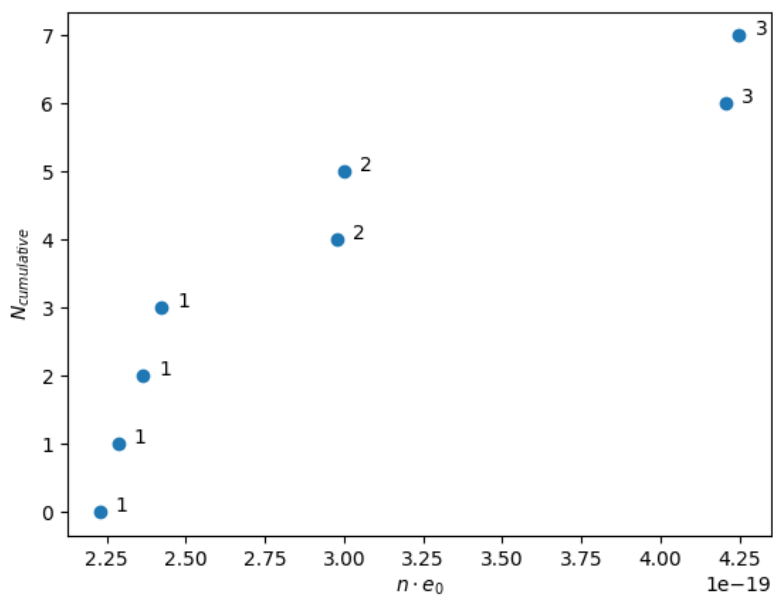
$$e_0 = (1.9 \pm 0.1) \cdot 10^{-19} \text{ As},$$

kar za cca. 15% odstopa od dejanske vrednosti. Velikostni razred pa je definitivno pravilen.

Tabelarično meritve prikazuje tabela 1.

$r [10^{-7} \text{ m}]$	$n \cdot e_0 [10^{-19} \text{ As}]$	n	$e_0 [10^{-19} \text{ As}]$
3.53	2.22	1	2.22
3.65	2.28	1	2.28
3.71	2.36	1	2.36
6.72	2.42	1	2.42
7.14	2.97	2	1.48
4.93	3.00	2	1.50
5.32	4.20	3	1.40
4.35	4.24	3	1.41

Tabela 1: Meritve z metodo nasprotnih hitrosti in izračuni.



Slika 3: Meritev osnovnega naboja z razliko hitrosti. Ordinarna os predstavlja število kapljic z nabojem manjšim od izbranega. Številke poleg točk pa predstavljajo 'na oko' določen mnogokratnik osnovnega naboja; vsaka stopnica predstavlja povečanje osnovnega naboja za enkrat e_0 .