

TESIS CARRERA DE LICENCIATURA EN FÍSICA

DESCRIPCIÓN TEÓRICO-EXPERIMENTAL DEL PROCESO DE INDUCCIÓN CROMÁTICA

T. Segovia
Maestrando

I. Samengo
Directora

Miembros del Jurado
M. Onetto (Instituto Balseiro)
G. Rozas (Instituto Balseiro)
E. Kropff (Instituto Leloir)

1 de Diciembre de 2023

Física médica – Centro Atómico Bariloche

Instituto Balseiro
Universidad Nacional de Cuyo
Comisión Nacional de Energía Atómica
Argentina

A mi familia
A mis amigos
A Latte

Índice de contenidos

Índice de contenidos	v
Resumen	vii
Abstract	ix
1. Introducción	1
1.1. Inducción cromática	1
1.2. Estructura espacial de los estímulos	2
1.3. Bases fisiológicas de la visión	2
1.4. Campos receptivos en el procesamiento visual	5
1.5. Estructuras <i>center/surround</i>	6
1.6. Espacio de colores y sus coordenadas	7
1.7. Objetivos	9
2. Trabajo previo	11
2.1. Campos receptivos cromáticos	11
2.2. Input de tipo sinusoide 1D	13
2.3. Ejemplos 2D de interés	14
2.4. Caso 2D en general	15
2.4.1. La transformada de Hankel de orden 0 y algunas de sus propiedades	16
2.4.2. Utilizando la J_0 de Bessel como input	17
2.5. Umbrales de discriminación y su relación tamaño característico del campo receptivo	19
2.6. Normalización del estímulo	19
3. Métodos experimentales	21
3.1. Calibración de la pantalla	21
3.2. Experimentos de discriminación	24
3.3. Estimación del umbral de discriminación con <i>Maximum Likelihood</i> . .	26
3.4. Muestreo óptimo	28
3.5. Determinación del tamaño del estímulo	30

3.6. Protocolo experimental	31
4. Resultados	33
4.1. Resultados	33
5. Conclusiones	39
Bibliografía	43
Agradecimientos	47

Resumen

La inducción cromática es el efecto en el que el color percibido de un estímulo cambia en función de la cromaticidad de su entorno. Este cambio es repulsivo, es decir, aumenta el contraste entre el estímulo y su entorno. En este trabajo desarrollamos una descripción teórica del proceso de inducción cromática, basada en un formalismo lineal que contiene un campo receptivo cuyo tamaño característico σ está asociado a propiedades anatómicas y fisiológicas de las redes neuronales subyacentes. En el marco de esta teoría, la capacidad de discriminar colores es óptima cuando la frecuencia espacial del estímulo es igual a $\frac{1}{\sigma}$. Diseñamos y llevamos a cabo experimentos perceptuales que nos permitieron acceder a parámetros de este campo receptivo a través de la determinación de umbrales de discriminación. Siete voluntarios tricrómatas participaron en los experimentos donde se presentaron estímulos cromáticos con una modulación en tres direcciones diferentes del espacio de colores: **S**, **L - M** y **L + M**, las primeras dos direcciones relacionadas a propiedades cromáticas del estímulo y la tercera, relacionada con su luminosidad. Para todos los voluntarios y en las tres direcciones observamos una frecuencia espacial óptima, a partir de la cual obtuvimos el σ del campo receptivo. Observamos que el valor de σ es menor cuando el estímulo está modulado en la dirección **L + M** en comparación con las otras dos direcciones, siendo aproximadamente 0.8° en la dirección lumínica y 2° en las direcciones cromáticas, para todos los voluntarios. Además, el umbral normalizado es más pequeño en esta dirección. En conclusión, el canal lumínico es más preciso que los canales cromáticos, tanto por tener umbrales más pequeños, como por una mayor resolución espacial. La diferencia de frecuencia óptima del canal lumínico respecto a la de los canales cromáticos constituye un desafío a la hipótesis del modelo lineal válido para todo el espacio de colores. Los datos indican dos canales de procesamiento paralelos, con tamaños característicos distintos. Si interpretamos los campos receptivos como una medida efectiva de las conexiones laterales en el campo visual, este trabajo sugiere que las conexiones que procesan información sobre luminosidad tienen una extensión lateral menor que las que procesan información cromática.

Palabras clave: CAMPO RECEPTIVO, COORDENADAS PERCEPTUALES, RETINA, ESPACIO DE COLORES

Abstract

Chromatic induction is the phenomenon by which the perceived color of a stimulus changes depending on the chromaticity of its surround. This change is repulsive, meaning it increases the contrast between the stimulus and its surround.

In this study, we developed a theoretical description of chromatic induction based on a linear formalism that includes a receptive field with a characteristic size σ associated with anatomical and physiological properties of the underlying neural networks. According to this theory, the ability to discriminate colors is optimal when the spatial frequency of the stimulus is $\frac{1}{\sigma}$.

We designed and conducted perceptual experiments that allowed us to access parameters of this receptive field by determining discrimination thresholds. Seven trichromatic volunteers participated in experiments where chromatic stimuli were presented with modulation in three different directions in color space: **S**, **L - M**, and **L + M**, the first two directions related to chromatic properties of the stimulus and the third related to its luminosity.

For all volunteers and in all three directions, we observed an optimal spatial frequency, from which we obtained the σ of the receptive field. We found that the value of σ is smaller when the stimulus is modulated along the **L + M** direction compared to the other two directions, with a size of approximately 0.8° in the luminance direction and 2° in the chromatic directions for all volunteers.

In addition, the normalized threshold was smaller in this direction. In conclusion, the luminance channel is more precise than the chromatic channels, both due to smaller thresholds and higher spatial resolution. The difference in optimal frequency between the luminance channel and the chromatic channels challenges the hypothesis of a linear model valid for the entire color space. The data indicate two parallel processing channels with different characteristic sizes. If we interpret receptive fields as an effective measure of lateral connections in the visual field, this work suggests that connections processing luminance information have a smaller lateral extent than those processing chromatic information.

Keywords: RECEPTIVE FIELD, RETINA, COLOR SPACE

Capítulo 1

Introducción

1.1. Inducción cromática

Se denomina *inducción cromática* al cambio en la percepción del color de un estímulo en función de la cromaticidad de su entorno. En la Fig. (1.1) [1] se observan ejemplos de inducción cromática. Por lo general el efecto del fondo es repulsivo, en el sentido de que la percepción del estímulo cambia de manera tal de aumentar el contraste cromático entre este y el entorno [2].

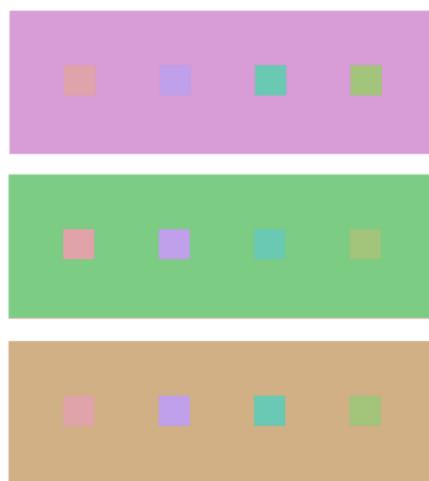


Figura 1.1: Cada cuadrado de la misma columna tiene la misma cromaticidad, sin embargo, al ser presentados en entornos distintos, el color percibido cambia [1].

Esto implica que el color percibido no está determinado únicamente por las propiedades físicas del estímulo, sino también del entorno. En general, la inducción cromática aparece cada vez que la escena visual contiene gradiente cromáticos, o bordes.

1.2. Estructura espacial de los estímulos

En estímulos acromáticos (es decir, grises) la percepción de contrastes lumínicos también se ve afectada por la presencia de bordes. Al igual que sucede con la inducción cromática, el efecto del entorno es repulsivo, es decir, el estímulo se percibe como más o menos luminoso, de modo de acrecentar la diferencia con el entorno. Este efecto se explica como consecuencia de las interacciones laterales entre neuronas que representan la información proveniente de distintas regiones del campo visual [3–5]. Estas interacciones surgen de conexiones sinápticas horizontales en una misma etapa de procesamiento, o por convergencia de la información a medida que viaja río abajo por las diversas etapas de procesamiento [6].

La estructura del conexionado entre las distintas neuronas que intervienen en el procesamiento de información visual determina la manera en la que los bordes y los entornos modifican la luminosidad con que se percibe cada estímulo. Es decir, dependiendo de cuán extensas sean las conexiones laterales, o cuánta convergencia haya en las conexiones feedforward, es de esperar que la luminosidad percibida dependa de la forma de los estímulos, su tamaño, y los gradientes de luminosidad.

En la Fig. (1.2) se pueden ver diferentes disposiciones geométricas utilizadas para estudiar la magnitud del efecto de inducción cromática [1, 7–9].

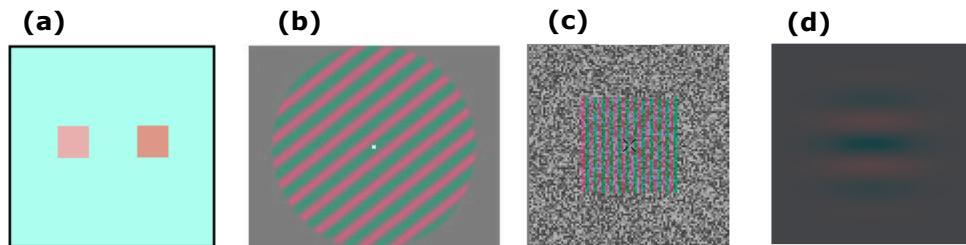


Figura 1.2: Estímulos posibles utilizados para observar a través de experimentos psicofísicos el efecto de inducción cromática (a-d) [1, 7–9].

Ante la gran variedad de posibles estímulos para estudiar la inducción cromática nace la pregunta: ¿es posible diseñar un experimento de discriminación o detección de colores que permita deducir algún parámetro fisiológico relevante de las interacciones laterales que dan a lugar a la inducción cromática? Antes de comenzar a hablar sobre posibles modelos ya propuestos, mencionaremos brevemente las bases fisiológicas que les dan lugar.

1.3. Bases fisiológicas de la visión

En la Fig. (1.3) se observa un esquema del recorrido que atraviesa un estímulo visual. El recorrido inicia en la retina, donde una capa de fotorreceptores cambia su

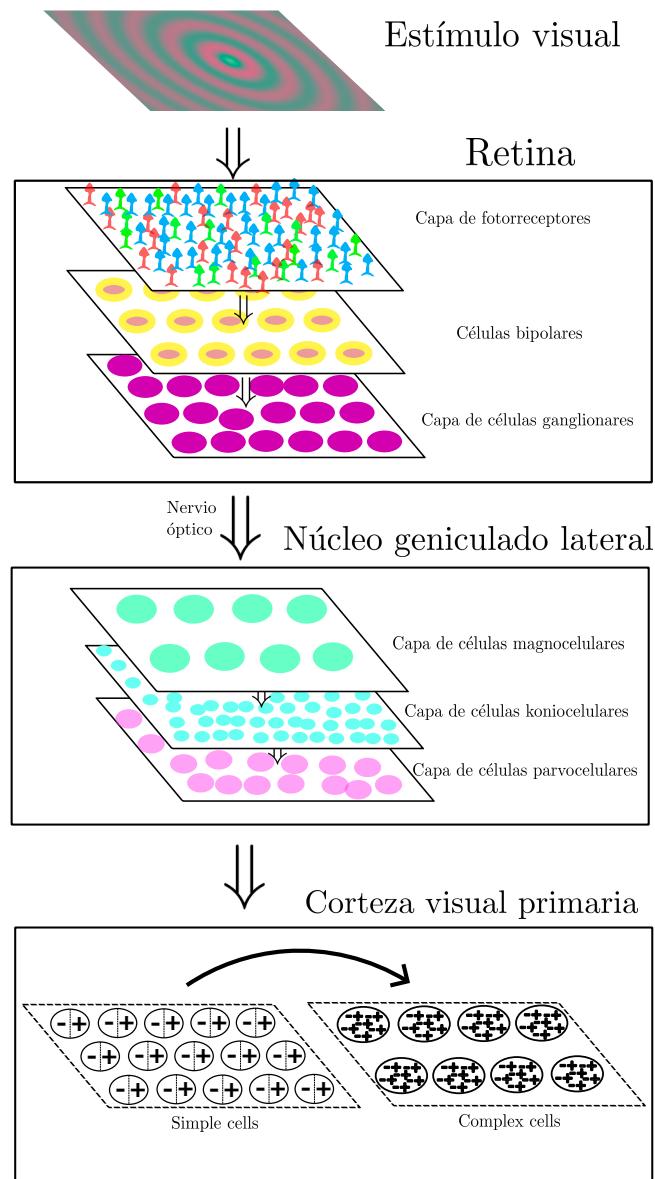


Figura 1.3: Esquema simplificado del sistema visual encargado del procesamiento de estímulos cromáticos. El procesamiento inicia en la retina, donde el estímulo afecta el potencial eléctrico de los conos. Este cambio en el potencial es luego transmitido a una capa de células bipolares, las cuales integran información de varios fotorreceptores cercanos espacialmente y la retransmiten a las células ganglionares, que se encargan de transmitir la información del estímulo a través de disparos de potencial de acción. Estos disparos se conducen a lo largo del nervio óptico y llegan al núcleo geniculado lateral, donde hay capas de diferentes tipos de células: magnocelulares, koniocelulares y parvocelulares. La primera es sensible principalmente a luminosidad, mientras que las otras dos poseen una actividad modulada por la cromatidad. Posteriormente, la información es transmitida a la corteza visual primaria, donde se encuentran principalmente dos tipos de neuronas: *simple cells* y *complex cells*. Estas neuronas, también se pueden separar dependiendo de su selectividad a diferentes cromaticidades y además pueden tener una actividad modulada por la orientación del estímulo. Después de esto la información es transmitida a diversas áreas corticales del cerebro.

diferencia de potencial dependiendo de la intensidad y longitud de onda de luz recibida. Existen dos tipos de fotorreceptores *conos* y *bastones*. En particular, nosotros estamos interesados únicamente en el efecto que tienen los conos sobre la percepción, debido a que son estos los encargados de percibir color. Los conos, a su vez, se diferencian dependiendo de sus curvas de absorción entre tipos: *L*, *M* y *S*. Estos conos tienen su pico de absorción de fotones en longitudes de onda larga (568.2 nm), media (542.8 nm) y corta respectivamente (442.1 nm).

El potencial eléctrico de los conos se modifica dependiendo la intensidad y longitud de onda recibida. Esta variación es captada por las células bipolares, las cuales reciben información de varios fotorreceptores. A su vez, los conos poseen conexiones laterales mediadas por un tipo de neurona llamada *célula horizontal*. Finalmente, la información es modulada por células amácrinas y avanza hasta las células ganglionares, las cuales la retransmiten disparando potenciales de acción. Estos disparos viajan a través del nervio óptico hasta centros más complejos de procesamiento como el *núcleo geniculado lateral* (NGL) [6].

La información transmitida por las células ganglionares codifica la composición lumínica y cromática de un cierto área del campo visual, en lugar de solamente un punto. Es se debe, entre otras cosas, a las conexiones laterales causadas por las células horizontales y amácrinas, y a la convergencia que se observa en la transmisión feedforward fotorreceptores → bipolares → ganglionares. Son estas conexiones las que vuelven a la percepción del estímulo dependiente de su entorno.

En el núcleo geniculado lateral existen capas de tres tipos distintos de neuronas: *magnocelulares*, *koniocelulares* y *parvocelulares*. Las del primer tipo, están encargadas, en su mayor parte, del procesamiento de luminosidad, mientras que las últimas dos se encargan del procesamiento de cromaticidad [10]. Esta separación entre un canal lumínico y dos canales cromáticos de la información visual podría ayudar a reducir las altas correlaciones entre las señales transmitidas por los fotorreceptores (en particular, los de tipo M y L, ya que poseen una gran superposición en sus curvas de absorción) y reducir el número de células requeridas para codificar la información [11, 12].

Después del NGL las señales se transmiten a la *corteza visual primaria* (V1). En esta sección se encuentran principalmente dos tipos de neuronas: *simple cells* y *complex cells*. Estas neuronas, también se pueden separar dependiendo de su selectividad a diferentes cromaticidades y además pueden tener una actividad modulada por la orientación del estímulo. Las *complex cells* suelen recibir señales provenientes de *simple cells*. Las *complex cells* son el primer de tipo de célula en estas etapas de procesamiento donde el comportamiento no puede ser explicado a través de un modelo de campo receptivo [13], el cual detallaremos a continuación.

1.4. Campos receptivos en el procesamiento visual

El concepto de campo receptivo, cuando fue introducido, se lo definió como la región delimitada del espacio donde algún estímulo fisiológico es capaz de producir una respuesta en la neurona bajo estudio. Posteriormente se extendió esta noción para incluir no solo a una región del espacio, sino también al grupo de receptores sensoriales que afecta la actividad de la neurona. Bajo esta noción, el campo receptivo de una célula ganglionar está formado por todos los fotorreceptores cuyas señales llegan a ella a través de las capas sinápticas. Debido a la presencia de las células horizontales y amácrinas, el campo receptivo de una célula ganglionar no consta únicamente de los fotorreceptores ubicados encima de ella, sino que existe cierta extensión espacial sobre la retina [14].

De manera más cuantitativa, se puede pensar a la retina como un procesador de tipo caja negra tal como el que se muestra en la Fig. (1.4) [12]. En experimentos donde

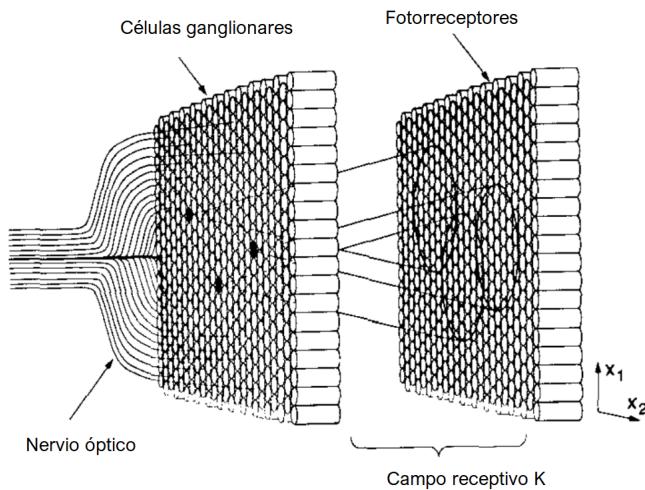


Figura 1.4: Esquematización de la retina de tipo caja negra [12].

se examina una única célula es posible observar que la tasa de disparo de una célula ganglionar cualquiera puede aproximarse en buena medida como una sumatoria pesada de la actividad de los fotorreceptores que forman el campo receptivo de esta célula. Por lo tanto, la tasa de disparo de una célula ganglionar en la posición $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ en un tiempo t puede escribirse como se muestra en libro de Dayan y Abbott [15, Capítulo 2]:

$$O(\mathbf{x}, t) = \int d\mathbf{x}' dt' K(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t, t') L(\mathbf{x}', t'), \quad (1.1)$$

donde $L(\mathbf{x}', t')$ representa la actividad del fotorreceptor ubicado en la posición \mathbf{x}' a tiempo t' y $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t, t')$ indica de qué manera contribuye cada fotorreceptor de la retina a la actividad de la célula en \mathbf{x} . Por definición, el conjunto de posiciones \mathbf{x}' donde $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t, t') \neq 0$ constituye el campo receptivo de célula. Es por esto que,

extendiendo la terminología, en esta tesis nos referimos al operador $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t, t')$ como el campo receptivo de \mathbf{x} . En el caso donde $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t, t') = G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') H(t, t')$ se dice que el campo receptivo es separable.

1.5. Estructuras *center/surround*

La forma de los campos receptivos de distintas neuronas visuales cambia de neurona a neurona. Sin embargo, en la retina y en el NGL dominan los campos receptivos separables con estructura espacial de tipo *center-surround* [14, 16].

En la Fig. (1.5) se muestra un modelo típico para el campo receptivo espacial $G(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|)$ conocido como *diferencia de gaussianas* (DoG) [3, 17]. Este modelo permite definir una distancia característica para el campo receptivo de la célula y una frecuencia espacial característica en la cual la sensibilidad al contraste es máxima [3].

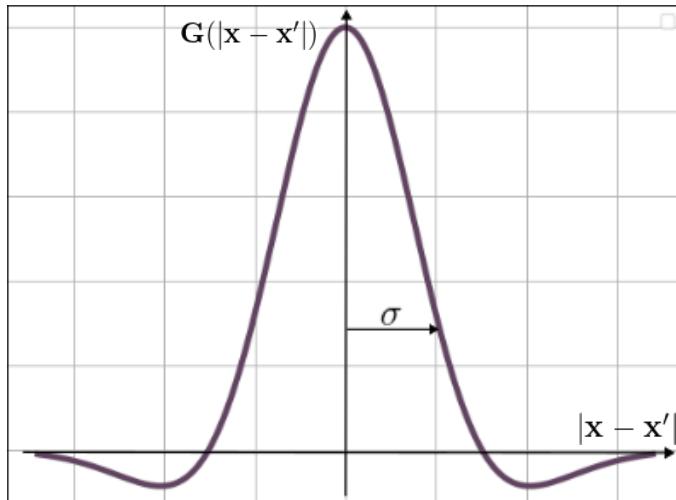


Figura 1.5: Modelo de diferencia de gaussianas de campo receptivo espacial con estructura center-suround.

La estructura espacial de los campos receptivos de las células ganglionares y del NGL generan una manera de detectar contraste, siendo la principal utilidad de esto la detección de bordes. El campo receptivo de cada célula consta de un disco central (*center*) y un anillo concéntrico a este (*surround*), donde cada región reacciona de manera opuesta a la presencia de luz. Por ejemplo, la presencia de luz en la zona *center* podría producir un aumento en la tasa de disparo de potenciales de acción en la neurona mientras que su presencia en la zona *surround* podría producir un decrecimiento en la tasa de disparo.

En la Fig (1.6) [3] se observa un posible modelo cuantitativo en el que cada fotoreceptor contribuye a la tasa de disparo de una célula ganglionar [3].

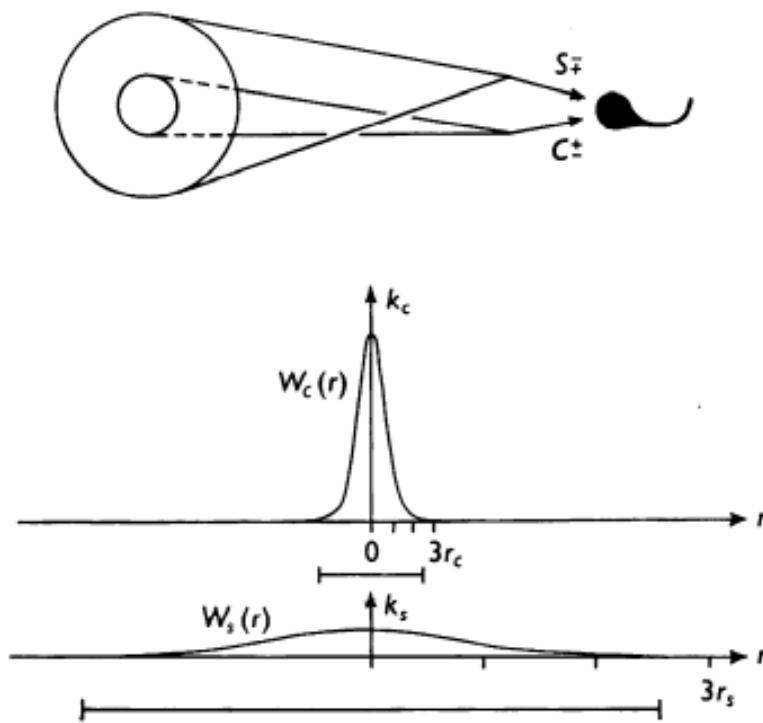


Figura 1.6: Representación esquemática de la integración de una señal sobre el campo receptivo de una célula ganglionar retinal. El diagrama superior muestra que las señales que provienen del centro producen un cambio en la actividad de la neurona post-sináptica que tiene signo opuesto al cambio producido por las señales que provienen del entorno. El diagrama inferior es una modelo de la densidad de conexiones excitatorias e inhibitorias provenientes del centro o el entorno del campo receptivo. El centro es modelado como una gaussiana positiva con tamaño característico r_c mientras que el entorno es modelado como una gaussiana negativa de con un tamaño característico mayor r_s [3].

1.6. Espacio de colores y sus coordenadas

Fue Maxwell quien demostró que la cromaticidad de un estímulo vive en un espacio de tres dimensiones [18]. Basado en teoría de Young-Helmholtz del color, dio pie al nacimiento de las coordenadas **RGB** utilizadas hoy en día para expresar colores en cualquier pantalla. Uno de los problemas prácticos que tiene expresar colores en estas coordenadas es que dependen del dispositivo que utiliza para mostrarlos. Diferentes pantallas pueden emitir diferentes espectros para las mismas coordenadas **RGB**.

Otro problema es que, si bien las longitudes de onda del rojo, verde y azul se acercan a los picos de absorción de los conos tipo L, M y S respectivamente, estas no coinciden precisamente. Utilizando a las curvas de absorción de los conos es posible definir las coordenadas **LMS** del espacio de colores. Prácticamente, expresar cromaticidades en estas coordenadas nos permite variar independientemente la cromaticidad y luminosidad del estímulo, al estar estas cualidades relacionadas con combinaciones lineales de las coordenadas **L**, **M** y **S** [19].

Si bien las coordenadas **LMS** permiten representar ciertas características de estímu-

los cromáticos con facilidad, no significa que sean las coordenadas más convenientes para tratar con la inducción cromática. Siguiendo esta línea de razonamiento en un trabajo anterior se demostró que el espacio de colores puede modelarse como una variedad riemanniana tridimensional de curvatura 0 y que además existen coordenadas en este espacio en las cuales el efecto de inducción cromática puede describirse como un desplazamiento homogéneo e isotrópico en el espacio de colores [20, 21].

Por lo tanto, la cromaticidad de un estímulo \mathbf{x} se percibe como un color diferente $\mathbf{x}' = \Phi_{\mathbf{b}}(\mathbf{x})$ debido al efecto del entorno \mathbf{b} . Además de esto, si expresamos \mathbf{x} y \mathbf{x}' en las coordenadas perceptuales, la forma de $\Phi_{\mathbf{b}}$ se simplifica de manera tal de depender únicamente de la distancia entre las cromaticidades del estímulo y su entorno $d(\mathbf{x}, \mathbf{b})$. En la Fig. (1.7) se muestra esquemáticamente cómo se ve el efecto de inducción cromática en estas coordenadas perceptuales. Geométricamente, esta condición sobre $\Phi_{\mathbf{b}}$ da a luz las propiedades de homogeneidad e isotropía antes mencionadas. Debido a la homogeneidad, el efecto es invariante ante rotaciones en el espacio de colores, por lo tanto el efecto siempre tiene una forma radial. Al ser isotrópico, la magnitud del efecto es independiente de la cromaticidad del fondo.

Aquí hacemos la distinción entre *cromaticidad* y *color*, donde cromaticidad se refiere a las propiedades físicas que definen al estímulo, y como tal, son independientes del observador. Cuando hablamos de color, estamos haciendo referencia a la percepción del sujeto de tal cromaticidad. La inducción cromática produce un cambio en la percepción, es decir, en el color, debido a la interacción entre las cromaticidades del estímulo y su fondo. Cuando la cromaticidad del estímulo \mathbf{x} coincide con la del fondo \mathbf{b} , el efecto de inducción es nulo, por lo tanto, el color percibido del estímulo \mathbf{x}' y cromaticidad asociada \mathbf{x} coinciden.

Las simetrías del espacio que se vuelven evidentes al utilizar estas coordenadas se vuelven de gran ayuda a la hora de tratar con estímulos cromáticos, reduciendo enormemente la familia de transformaciones que nos puedan llevar una cromaticidad \mathbf{x} a un color \mathbf{x}' . Es por esto que utilizaremos estas coordenadas en el desarrollo teórico del siguiente capítulo.

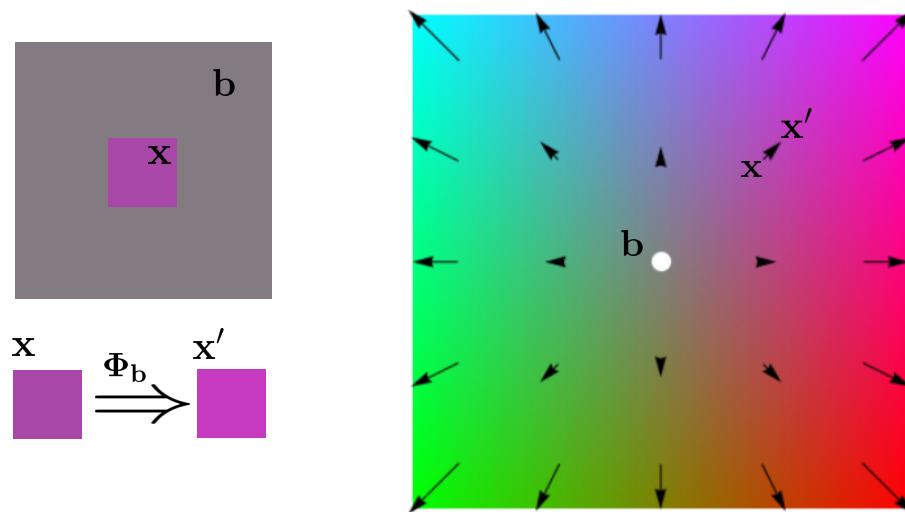


Figura 1.7: Esquema ilustrativo del efecto de inducción cromática en las coordenadas perceptuales. La cromaticidad de un estímulo x se percibe como un color diferente $x' = \Phi_b(x)$ debido al efecto del entorno b . La función que expresa el desplazamiento en la percepción Φ_b , en coordenadas perceptuales depende únicamente de la distancia entre x y b . Geométricamente este efecto se ve en la imagen de la derecha. La cromaticidad del estímulo está representado por la base de la flecha. La cromaticidad del entorno está representada por el punto blanco. El color percibido debido a la interacción entre el estímulo y el fondo está representado por la punta de la flecha. La propiedad de homogeneidad del efecto se muestra como una simetría de rotación debido a la radialidad del efecto. El efecto de isotropía se hace evidente al cambiar de entorno b , donde las flechas se moverían rígidamente con la posición del punto blanco.

1.7. Objetivos

Los objetivos del presente trabajo son:

- Desarrollar una descripción teórica del proceso de inducción cromática que contenga parámetros neuroanatómicos y neurofisiológicos de las redes neuronales subyacentes, cuyos valores puedan ser determinados con experimentos comportamentales.
- Diseñar y llevar a cabo los experimentos comportamentales en una población de voluntarios tricrómatas.

Capítulo 2

Trabajo previo

En la tesis de licenciatura que constituye la primera etapa de este trabajo se desarrolló el formalismo que nos permite relacionar la escala espacial del campo receptivo con los resultados obtenidos de experimentos perceptuales. En este capítulo resumimos este formalismo.

2.1. Campos receptivos cromáticos

Tomando como inspiración los campos receptivos lumínicos discutidos en el Capítulo 1, en esta sección vamos a generalizarlos al caso donde el input es un estímulo cromático. En nuestro trabajo supondremos que el campo receptivo es separable, y nos concentraremos únicamente en su parte espacial.

En nuestro caso, los estímulos presentados serán cromaticidades dependientes de la posición $r(\mathbf{x})$ que pertenecen a un espacio tridimensional, como se muestra en la Fig. (2.1).

En este caso, a diferencia de los campos receptivos discutidos anteriormente, el output producido por el campo receptivo cromático no es una tasa de disparo que codifica el color percibido, sino que directamente hablaremos del perceptor generado por esa codificación.

Es decir, nuestro output también será un objeto tridimensional $\tilde{\mathbf{r}}(\mathbf{x})$ que representa el color en la posición \mathbf{x} del campo visual.

Como fue discutido anteriormente, el espacio perceptual de colores puede ser descripto como una variedad riemanniana con una métrica euclídea. En particular, podemos expresar a las cromaticidades y colores en algún sistema de coordenadas que creamos convenientes. En particular, utilizaremos las coordenadas perceptuales para expresar cromaticidades y colores.

A continuación mostraremos que, suponiendo que el procesamiento visual producido por las diferentes capas de la retina puede describirse como la aplicación de un filtrado

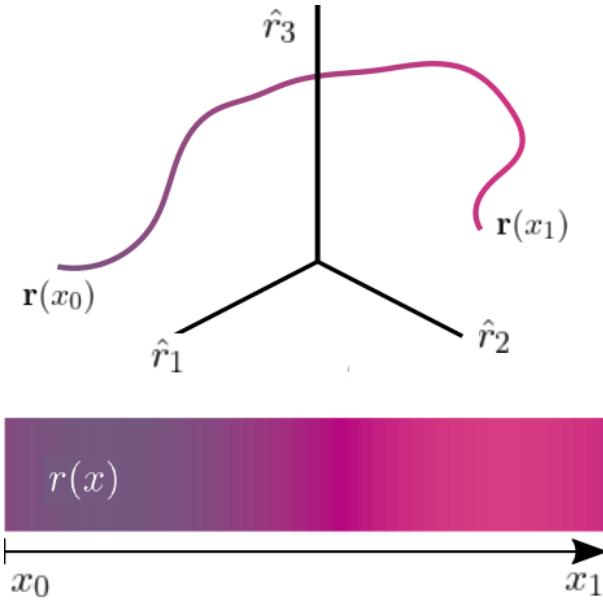


Figura 2.1: Esquema de un estímulo cromático $r(x)$ dependiente de la posición espacial. Este estímulo habita en espacio tridimensional, cuyas coordenadas se pueden expresar en una cierta base $\hat{r}_1, \hat{r}_2, \hat{r}_3$.

lineal sobre el input $\mathbf{r}(\mathbf{x})$, es posible deducir el efecto de inducción cromática.

Se define a $\tilde{\mathbf{r}}(\mathbf{x})$ como las coordenadas perceptuales en el espacio de colores del perceptor obtenido al filtrar el estímulo $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ con el campo receptivo \mathbf{G} . Por lo tanto, el color percibido es

$$\tilde{\mathbf{r}}(\mathbf{x}) = \int d\mathbf{x}' \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \mathbf{r}(\mathbf{x}'). \quad (2.1)$$

En este caso \mathbf{G} es una matriz cuadrada $\in \mathbb{R}_{3 \times 3}$. Suponemos además que $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ es invariante ante traslaciones, propiedad que se corresponde con la manera en la que actúa el procesamiento visual, ya que los humanos somos capaces de reconocer objetos aun si esta imagen se traslada a distintas regiones del campo visual. Matemáticamente, esto significa que

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \mathbf{G}(\mathbf{x} - \mathbf{x}').$$

Otra de las propiedades que se le pide a la matriz es que si el estímulo presentado posee una cromaticidad uniforme entonces el procesamiento visual no realiza ningún cambio sobre este, es decir que el estímulo presentado y el perceptor son iguales. Esta condición implica que el campo receptivo debe estar normalizado, es decir,

$$\int d\mathbf{x}' \mathbf{G}(\mathbf{x}') = 1.$$

Por último, se utiliza la propiedad de homogeneidad que nace de expresar a los colores en las coordenadas perceptuales [1]. Esto significa que si \vec{r} es rotado por una

transformación \mathcal{R} arbitraria, $\tilde{\vec{r}}$ debe rotar de la misma manera. Es decir que

$$\mathcal{R}[\tilde{\mathbf{r}}](\mathbf{x}) = \int d\mathbf{x}' \mathbf{G}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \mathcal{R}[\vec{r}](\mathbf{x}').$$

De esta condición se deduce que la matriz \mathbf{G} evaluada en cualquier punto tiene que conmutar con cualquier matriz de rotación \mathcal{R} . En particular, esto significa que \mathbf{G} comparte autovectores con todas las posibles matrices de rotación \mathcal{R} . A partir de esto se deduce que \mathbf{G} debe ser una matriz escalar.

Utilizando las propiedades anteriormente mencionadas de \mathbf{G} se deduce que el percepto generado por este input tiene la forma

$$\tilde{\mathbf{r}}(\mathbf{x}) = \int d\mathbf{x}' \mathbf{G}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \mathbf{r}(\mathbf{x}') = \int d\mathbf{x}' \mathbf{G}(\mathbf{x}') \mathbf{r}(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), \quad (2.2)$$

con \mathbf{G} matriz escalar.

2.2. Input de tipo sinusoide 1D

A modo de prueba presentaremos al campo receptivo el estímulo unidimensional

$$\mathbf{r} = \frac{\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_1}{2} + \frac{\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1}{2\sqrt{2\pi}} \cos(kx). \quad (2.3)$$

El estímulo varía sinusoidalmente de un color \mathbf{r}_0 a un color \mathbf{r}_1 con una frecuencia espacial k . Si aplicamos la Ec. [2.5] a este estímulo obtenemos el percepto

$$\tilde{\mathbf{r}}(x) = \int dx' \mathbf{G}(x') \frac{\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_1}{2} + \int dx' \mathbf{G}(x') \frac{\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1}{2\sqrt{2\pi}} \cos[k(x - x')].$$

Restando el estímulo original al percepto obtenido y utilizando que $\cos(x - x') = \cos(x)\cos(x') - \sin(x)\sin(x')$ se obtiene

$$\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r} = \frac{\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1}{2} \cos(x) \left(\int \frac{dx'}{\sqrt{2\pi}} \mathbf{G}(x') \cos(kx') - 1 \right),$$

Vemos que al alimentar a la red neuronal con un input modulado con un coseno de frecuencia espacial k , el percepto que se genera está desplazado respecto del estímulo externo en dirección $\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1$ y tiene también una modulación con frecuencia k .

En la Ec. [2.4] podemos observar más explícitamente la forma que toma $\tilde{r}(x)$,

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{r}}(x) &= \frac{\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_1}{2} \int dx' \mathbf{G}(x') + \frac{\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1}{2} \cos(kx) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dx' \mathbf{G}(x') \cos(kx') \\ &= \frac{\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_1}{2} + \frac{\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1}{2} \cos(kx) \mathcal{F}(k)\end{aligned}\quad (2.4)$$

donde además se supuso que \mathbf{G} es una función par, lo cual se corresponde con la hipótesis de que se trata de campo receptivo con estructura de tipo center-surround. Bajo esta suposición, el segundo término de la suma vale $\mathcal{F}[\mathbf{G}](k)$, la transformada de Fourier del campo receptivo evaluada en la frecuencia k .

El efecto del campo receptivo sobre el estímulo se puede observar en la Fig. (2.2), donde, dependiendo del valor de k , la amplitud se encuentra amplificada.



Figura 2.2: Representación esquemática del efecto de un campo receptivo \mathbf{G} unidimensional sobre un estímulo de tipo sinusoidal.

En conclusión, la amplitud del estímulo es amplificada por $\mathcal{F}[\mathbf{G}](k)$. Esto, en principio, nos permitiría encontrar una frecuencia característica, o equivalentemente, una distancia característica del campo receptivo en función de la forma de $\mathcal{F}[\mathbf{G}](k)$.

Es posible generalizar estas ideas a un caso de mayor interés, aquel donde \mathbf{G} es una función bidimensional y radial, condiciones satisfechas por campos receptivos con estructura center-surround.

2.3. Ejemplos 2D de interés

En primer lugar, presentemos al campo receptivo un input dado por un *spot* de cromaticidad \mathbf{r}_1 dentro de una región D del campo visual con un fondo de cromaticidad \mathbf{r}_0 fuera de esta región. En este caso el estímulo está representando por \mathbf{r}_1 y el entorno por \mathbf{r}_0 . El input está dado, entonces, por

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = \mathbf{r}_0 + (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0) \Theta_D(\mathbf{x}), \quad (2.5)$$

donde Θ_D es una función de \mathbf{x} que vale 1 dentro de la región D y 0 fuera de ella.

Se sigue de la Ec. [2.2] que el percepto resultante es

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{r}}(\mathbf{x}) &= \int d\mathbf{x}' \mathbf{G}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') [\mathbf{r}_0 + (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0)\Theta_D(\mathbf{x}')] \\ &= \mathbf{r}_0 \int d\mathbf{x}' \mathbf{G}(\mathbf{x}') + \int d\mathbf{x}' \mathbf{G}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0) \Theta_D(\mathbf{x}') \\ &= \mathbf{r}_0 + (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0) \int_D d\mathbf{x}' \mathbf{G}(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\end{aligned}$$

Si ahora calculamos la diferencia con entrada obtenemos

$$\tilde{\mathbf{r}} - \mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0) \left[\int_D d\mathbf{x}' \mathbf{G}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') - \Theta_D \right]. \quad (2.6)$$

Se observa en la Ec. [2.6] que el desplazamiento del percepto respecto al estímulo original ocurre en dirección $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0$, es decir, en dirección radial. La intensidad con la cual ocurre este desplazamiento está determinada por la forma del spot y por el campo receptivo.

En segundo lugar, veamos el caso donde el spot corresponde a un punto centrado en (x_0, y_0) , es decir $\Theta_D = \delta(x - x_0)\delta(y - y_0)$. Insertando esta expresión de Θ_D en la Ec. [2.6] obtenemos

$$\tilde{\mathbf{r}}(x, y) - \mathbf{r}(x, y) = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0) \mathbf{G}(x - x_0, y - y_0).$$

Si \mathbf{G} corresponde a un campo receptivo con estructura center/surround extremadamente localizado (donde el center corresponde únicamente a un punto y el surround al resto del espacio), esto corresponde a una repulsión entre los colores, donde el punto del spot tiene un desplazamiento positivo. De manera inversa, el entorno del punto, cuya cromaticidad corresponde a la del fondo, tienen un desplazamiento negativo. Esta repulsión entre los colores son efecto de inducción cromática propiamente dicha.

2.4. Caso 2D en general

En la sección anterior vimos dos ejemplos en los que la variación entre el percepto y el input ocurre en dirección tal que aumenta el contraste entre el estímulo y su entorno. El interés de este trabajo está en encontrar alguna distancia característica anatómica y/o fisiológica asociada al campo receptivo encargado del procesamiento de los estímulos de tipo cromático, por lo tanto, estamos interesados en la búsqueda de algún input capaz de sacar a la luz la forma del campo receptivo. Para esto necesitamos un análogo bidimensional al input utilizado en la sección 2.2. En ese caso, el efecto del campo receptivo se hacía evidente en el percepto a través de su transformada de Fourier. Veamos que existe un transformada equivalente para funciones radiales bidimensionales

que es capaz de otorgarnos la misma información. A partir de esta transformación elegiremos el input adecuado a presentar a la red neuronal para encontrar la distancia característica del campo receptivo.

2.4.1. La transformada de Hankel de orden 0 y algunas de sus propiedades

Para funciones con simetría radial, es decir, $f(x, y) = f_r(x^2 + y^2)$, la transformada de Fourier bidimensional se relaciona con la transformada de Hankel de orden 0 de la forma [22]

$$\mathcal{F}_{x,y}[f](u, v) = 2\pi \mathcal{H}[f](k), \quad (2.7)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{x,y}[f](u, v) &= \int \int f(x, y) \exp(i2\pi(ux + vy)) dx dy, \\ k &= 2\pi\sqrt{u^2 + v^2}, \text{ y } \mathcal{H}[f](k) = \int f(r) J_0(kr) r dr. \end{aligned}$$

Esta transformada cumple con la relación de ortogonalidad

$$\mathcal{H}[J_0(k'r)](k) = \int_0^\infty dr r J_0(kr) J_0(k'r) = \frac{\delta(k - k')}{k}. \quad (2.8)$$

Por el teorema de la convolución sabemos que para transformadas de Fourier bidimensionales se cumple la relación

$$\mathcal{F}_{x,y}[f * g](u, v) = \mathcal{F}_{x,y}[f](u, v) \cdot \mathcal{F}_{x,y}[g](u, v). \quad (2.9)$$

Veamos que si f y g son radiales entonces su convolución también lo es.

$$I(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx' dy' f(x - x', y - y') g(x', y')$$

Utilizaremos primero, el cambio de variables

$$\begin{aligned} x' &= \rho \cos \theta, \\ y' &= \rho \sin \theta, \end{aligned}$$

además de que $g(x', y') = g_r(\rho)$. También expresaremos x e y en coordenadas polares, es decir, $x = r \cos \alpha$ e $y = r \sin \alpha$, obteniendo

$$I(x, y) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \rho d\rho d\theta f(r \cos \alpha - \rho \cos \theta, r \sin \alpha - \rho \sin \theta) g_r(\rho)$$

A continuación, utilizaremos que f es radial, es decir

$$\begin{aligned} f(r \cos \alpha - \rho \cos \theta, r \sin \alpha - \rho \sin \theta) &= f_r(\sqrt{[r \cos \alpha - \rho \cos \theta]^2 + [r \sin \alpha - \rho \sin \theta]^2}) \\ &= f_r(\sqrt{r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos(\alpha - \theta)}) \end{aligned}$$

Finalmente, insertaremos esto en la integral y utilizaremos la propiedad de que la integral de una función periódica sobre un período es invariante frente a una traslación rígida de la variable angular, obteniendo

$$\begin{aligned} I(x, y) &= \int_0^\infty \rho d\rho \left[\int_0^{2\pi} d\theta f_r(\sqrt{r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos(\alpha - \theta)}) g_r(\rho) \right] \\ &= \int_0^\infty \rho d\rho \left[\int_0^{2\pi} d\theta f_r(\sqrt{r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos \theta}) g_r(\rho) \right]. \end{aligned}$$

Como ρ y θ son variables de integración, $I(x, y)$ depende únicamente de r , es decir, existe una I_r que cumple que $I(x, y) = I_r(r) = I_r(\sqrt{x^2 + y^2})$. Se demostró, entonces, que la convolución de dos funciones radiales también es una función radial. Utilizando esto último, la Ec.[2.7] y la Ec. [2.9] se llega a la relación

$$\mathcal{H}[f * g](k) = \mathcal{H}[f](k) \mathcal{H}[g](k), \quad (2.10)$$

la cual cumple un rol análogo al teorema de la convolución para la transformada de Hankel de orden 0.

2.4.2. Utilizando la J_0 de Bessel como input

La utilidad de la transformada de Hankel entra en juego en esta colección de ideas cuando decidimos ver la representación perceptual de un input cuya cromaticidad está modulada por la función J_0 de Bessel. Presentemos a la red neuronal el input

$$\mathbf{c}(x, y) = \mathbf{c}_f + \epsilon J_0(k \sqrt{x^2 + y^2}), \quad (2.11)$$

donde \mathbf{c}_f es la cromaticidad del fondo, ϵ representa una pequeña desviación a esta cromaticidad modulada por una J_0 de Bessel con frecuencia espacial k .

Veamos ahora que la forma del percepto que emerge al presentar este input a la red neuronal visual es

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{c}}(x, y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx' dy' \mathbf{G}(x - x', y - y') \mathbf{c}(x, y) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx' dy' \mathbf{G}(x - x', y - y') \left[\mathbf{c}_f + \epsilon J_0(k \sqrt{x'^2 + y'^2}) \right] \\ &= \mathbf{c}_f + \epsilon \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx' dy' \mathbf{G}(x - x', y - y') J_0(k \sqrt{x'^2 + y'^2}) \end{aligned}$$

Definimos a $\tilde{\epsilon}(x, y)$ como

$$\tilde{\epsilon}(x, y) = \tilde{c}(x, y) - c_f = \epsilon \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx' dy' \mathbf{G}(x - x', y - y') J_0\left(k\sqrt{x'^2 + y'^2}\right)$$

Es fácil ver que $J_0\left(k\sqrt{x'^2 + y'^2}\right)$ es una función radial, y si pensamos que el campo receptivo dado por \mathbf{G} posee una estructura center/surround, entonces este también es una función radial. Por lo visto en la sección 2.4.1, debido a que $\tilde{\epsilon}(x, y)$ está definido como una convolución entre dos funciones radiales, esta también debe serlo. Aplicando la transformada de Hankel de orden 0 a $\tilde{\epsilon}(x, y)$ y utilizando la relación de ortogonalidad dada por la Ec. [2.8] obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{H}[\tilde{\epsilon}](k') &= \epsilon \mathcal{H}[G](k') \cdot \mathcal{H}[J_0(kr)](k') \\ &= \epsilon \mathcal{H}[G](k') \frac{\delta(k - k')}{k'} \\ &= \epsilon \mathcal{H}[G](k) \frac{\delta(k - k')}{k'}. \end{aligned}$$

Antitrasnformando esta relación y recordando que la transformada se realizó en la variable k' se obtiene

$$\tilde{\epsilon}(x, y) = \epsilon \mathcal{H}[\mathbf{G}](k) J_0(k\sqrt{x^2 + y^2})$$

Finalmente, si utilizamos esta forma para $\tilde{\epsilon}(x, y)$ obtenemos para $\tilde{c}(x, y)$ la relación

$$\begin{aligned} \tilde{c}(x, y) &= c_f + \tilde{\epsilon}(x, y) \\ &= c_f + \epsilon \mathcal{H}[\mathbf{G}](k) J_0(k\sqrt{x^2 + y^2}) \end{aligned} \tag{2.12}$$

Es decir, que el efecto de la red neuronal visual sobre el input resulta en una amplificación (o atenuación) de modulación espacial alrededor de la cromaticidad de fondo ϵ y además, este factor de amplificación depende del valor de la transformada de Hankel del campo receptivo $\mathcal{H}[\mathbf{G}]$ evaluada en la frecuencia k de la modulación.

En la Fig. (2.3) se observa esquemáticamente el efecto que tendría el campo receptivo radial sobre un estímulo de tipo J_0 de Bessel de frecuencia k , en el caso donde $\mathcal{H}[G](k) > 1$. A partir de este resultado, se plantea la hipótesis de la existencia de un

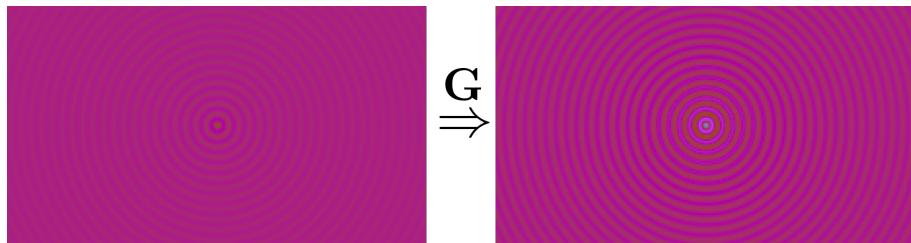


Figura 2.3: Esquema del efecto de un campo receptivo bidimensional G radial sobre un estímulo dado por la Ec. [2.11] en el caso donde $\mathcal{H}[G](k) > 1$.

k_{max} , tal que la amplitud de la desviación ϵ es máximamente amplificada. Este valor de k_{max} debería estar relacionada con la inversa de la distancia característica σ del campo receptivo.

2.5. Umbrales de discriminación y su relación tamaño característico del campo receptivo

De forma general, se denomina umbral de discriminación como la amplitud mínima necesaria para que un estímulo de cualquier tipo sea percibido.

Si presentamos un estímulo dado por la Ec. [2.11], debido a que el efecto del campo receptivo afecta ϵ mediante una constante multiplicativa que depende de la frecuencia espacial del estímulo k , se puede suponer que el umbral de discriminación también será dependiente de la frecuencia espacial. No solo eso, si además suponemos que el estímulo se encuentra debidamente normalizado, podemos deducir que el umbral de discriminación debe ser inversamente proporcional a $\mathcal{H}[\mathbf{G}](k)$. Por lo tanto, la existencia de una frecuencia k que minimice el umbral de discriminación implicaría la existencia de un máximo en $\mathcal{H}[\mathbf{G}](k)$, y nos permitiría encontrar la distancia característica en el campo receptivo encargado del procesamiento cromático.

En la siguiente sección veremos cómo normalizar correctamente el estímulo para que esto sea así.

2.6. Normalización del estímulo

Definimos la **intensidad cromática total** I_c de un estímulo como la suma sobre cada píxel del módulo de la cromaticidad al cuadrado, es decir,

$$I_c = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} d\theta dr r |\epsilon(r, \theta)|^2, \quad (2.13)$$

donde ϵ representa la variación de la cromaticidad respecto a una cromaticidad de referencia. En el experimento, se presentan distintos estímulos en los que se varía sistemáticamente la frecuencia espacial k . Es deseable, sin embargo, que la intensidad cromática no varíe de un estímulo a otro, para que los experimentos sean comparables. Por eso, utilizamos estímulos cuya modulación cromática sea proporcional a la raíz cuadrada de k , es decir,

$$\mathbf{c}(x, y) = \mathbf{c}_f + \sqrt{k} \epsilon J_0(k \sqrt{x^2 + y^2}).$$

Utilizando la Ec. [2.8] se ve que la intensidad cromática total es

$$\begin{aligned} I_c &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty d\theta dr r [\sqrt{k}\epsilon J_0(kr)]^2 \\ &= 2\pi k |\epsilon|^2 \int_0^\infty dr r [J_0(kr)]^2 = 2\pi k \epsilon^2 \frac{\delta(0)}{k} = \text{constante.} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Se observa, entonces, que el factor \sqrt{k} normaliza la intensidad cromática total. Al hacer esto, es de esperarse que la dificultad con la que un sujeto de prueba pueda detectar modulaciones en la cromaticidad de un estímulo dependa de k únicamente a través del campo receptivo.

La delta de Dirac solo aparece para estímulos de extensión espacial infinita, lo cual es imposible en un caso real.

En conclusión, encontramos un input que a través de experimentos de percepción, es capaz de darnos información sobre la longitud característica σ del campo receptivo que interviene en el procesamiento de las cromaticidades. El siguiente paso es diseñar estos experimentos, asunto que se tratará el siguiente capítulo.

Capítulo 3

Métodos experimentales

3.1. Calibración de la pantalla

Como se mencionó en Capítulo 1, las coordenadas **RGB** carecen de una justificación fisiológica y los espectros que emiten son dependientes del dispositivo utilizado. Es por eso que en este trabajo utilizamos las coordenadas **SML**, asociadas al pico de absorción de cada tipo de cono en la retina, para expresar los colores de los estímulos que utilizaremos.

En la retina existen tres tipos de conos, **L**, **M** y **S**. estos tipos de conos se diferencian en sus curvas de absorción. Estas curvas muestran la proporciones de fotones de cada longitud de onda absorbidos por cada tipo de cono como se puede ver en la Fig. (3.1), donde se muestran las curvas y sus aproximaciones analíticas, ambas normalizadas de manera tal que la absorción máxima vale siempre 1.

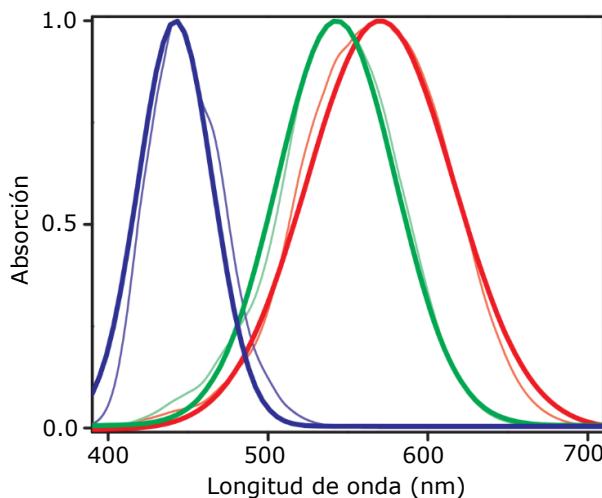


Figura 3.1: Curvas de absorción para los conos S (en azul), M (en verde) y L (en rojo) y sus aproximaciones analíticas. Curvas delgadas: datos obtenidos de Stockman y Brainard (2009). Curvas gruesas: ajuste $h_i(\lambda) = \exp[-(\lambda - \lambda_i)/\sigma_i^2]$ con $\lambda_S = 442.1$ nm, $\lambda_M = 542.8$ nm, $\lambda_L = 568.2$ nm, $\sigma_S = 32.96$ nm, $\sigma_M = 52.80$ nm y $\sigma_L = 64.76$ nm [23].

Las aproximaciones analíticas son

$$h_S(\lambda) = \exp[-(\lambda - 442.1 \text{ nm})/(32.96 \text{ nm})^2] \quad (3.1)$$

$$h_M(\lambda) = \exp[-(\lambda - 542.8 \text{ nm})/(52.80 \text{ nm})^2] \quad (3.2)$$

$$h_L(\lambda) = \exp[-(\lambda - 568.2 \text{ nm})/(64.76 \text{ nm})^2]. \quad (3.3)$$

Debido a que las computadoras solamente aceptan coordenadas **RGB** a la hora de expresar colores fue necesario construir un algoritmo que nos permitiera pasar de un conjunto de coordenadas al otro.

Dadas las curvas de absorción $h_i(\lambda)$, las coordenadas c_S , c_M y c_L de un dado color \mathbf{c} se definen como

$$c_i = \int_0^\infty E_{c_R, c_G, c_B}(\lambda) h_i(\lambda) d\lambda \quad \text{con } i \in \{S, M, L\} \quad (3.4)$$

donde c_R , c_G y c_B son las coordenadas **RGB** del mismo color y E_{c_R, c_G, c_B} es el espectro electromagnético del estímulo.

Para realizar esta conversión necesitamos medir el espectro de la pantalla, debido a que el espectro generado por una terna de valores **RGB** cambia de pantalla a pantalla y de configuración a configuración.

Para esto utilizamos un especlímetro *Oceans Optics USB2000+VIS-NIR*, que debió ser calibrado midiendo un espectro conocido, ya que la ganancia del instrumento dependía de la longitud de onda. Utilizamos el espectro del sol como patrón para realizar la calibración, obtenido de [24]. Por lo tanto, es posible obtener la ganancia $G(\lambda)$ sabiendo que

$$E_{\text{medido}}(\lambda) = E_{\text{referencia}}(\lambda) G(\lambda)$$

En la Fig. (3.2) se observan el espectro de referencia utilizado, el espectro medido a través del espectroscopio y la ganancia obtenida filtrada con un filtro *SMA* (simply moving average).

Una vez obtenida la ganancia del espectroscopio, medimos el espectro emitido por la pantalla al especificar coordenadas (c_R, c_G, c_B) . Las coordenadas (c_S, c_M, c_L) se calculan insertando el espectro medido en las Ec. [3.4]. En lugar de muestrear los 256^3 posibles valores para \mathbf{c} se muestrearon aproximadamente 100 valores \mathbf{c}^i con coordenadas (c_R^i, c_G^i, c_B^i) . Obtenidas las coordenadas de cada color \mathbf{c}^i en los sistemas RGB y LMS, ajustamos la transformación entre ellas por la función no lineal

$$\begin{pmatrix} c_S \\ c_M \\ c_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{SR} & \alpha_{SG} & \alpha_{SB} \\ \alpha_{MR} & \alpha_{MG} & \alpha_{MB} \\ \alpha_{LR} & \alpha_{LG} & \alpha_{LB} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_R^{\gamma_r} \\ c_G^{\gamma_g} \\ c_B^{\gamma_b} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_S \\ a_M \\ a_L \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

donde se estimaron los parámetros α_{ij} , γ_k y a_l minimizando el error cuadrático.

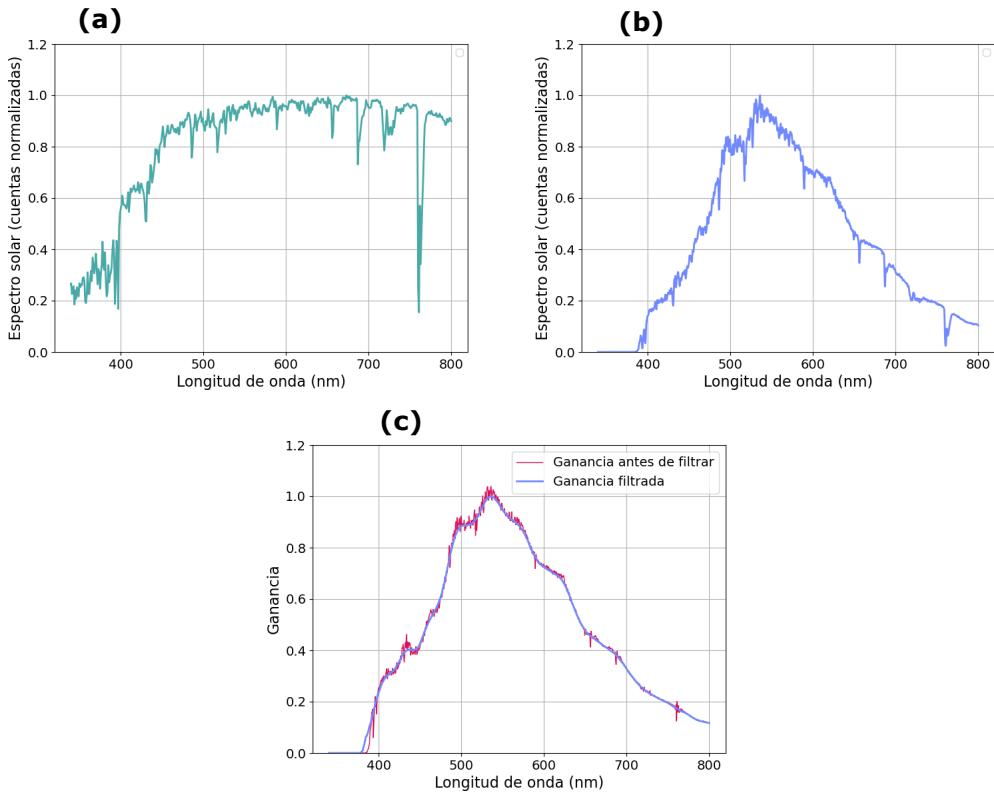


Figura 3.2: (a) Espectro solar de referencia con el número de cuentas normalizadas. (b) Espectro solar medido con el espectroscopio *Oceans Optics USB2000+VIS-NIR*. (c) En rojo, ganancia del espectroscopio obtenida a través del cociente entre el espectro medido y el espectro de referencia. En azul, una versión filtrada de la ganancia con un filtro SMA.

Para poder medir correctamente el espectro de la pantalla se utilizó una fibra óptica *Ocean Optics UV-VIS 400μm*.

Finalmente se normalizó el ajuste de manera que el máximo valor posible que (c_S^i, c_M^i, c_L^i) fuera 1. Teniendo esto en cuenta, los valores obtenidos para las constantes se muestran en Tabla [3.1] y Tabla [3.2].

α_{SR}	α_{SG}	α_{SB}	α_{MR}	α_{MG}	α_{MB}	α_{LR}	α_{LG}	α_{LB}
3.62e-8	8.70e-8	1.02e-6	5.99e-7	5.10 e-6	2.80e-7	1.89e-6	5.05e-6	2.07e-7

Tabla 3.1: Elementos de matriz del ajuste no lineal dado por Ec. [3.5].

γ_r	γ_g	γ_b	a_S	a_M	a_L
2.24	2.20	2.41	7.93e-4	1.11e-3	5.28e-3

Tabla 3.2: Exponentes y elementos constantes del ajuste no lineal dado por Ec. [3.5].

En la Fig. (3.3) se observa superficies de nivel del ajuste. En las Figs. (3.3a), (3.3b) y (3.3c) se observa el resultado del ajuste en los ejes R, G y B respectivamente, es decir, manteniendo las otras dos coordenadas fijadas en 0. En la Fig. (3.3c) se observa el resultado del ajuste sobre una curva de nivel diferente a los ejes. En este caso, se

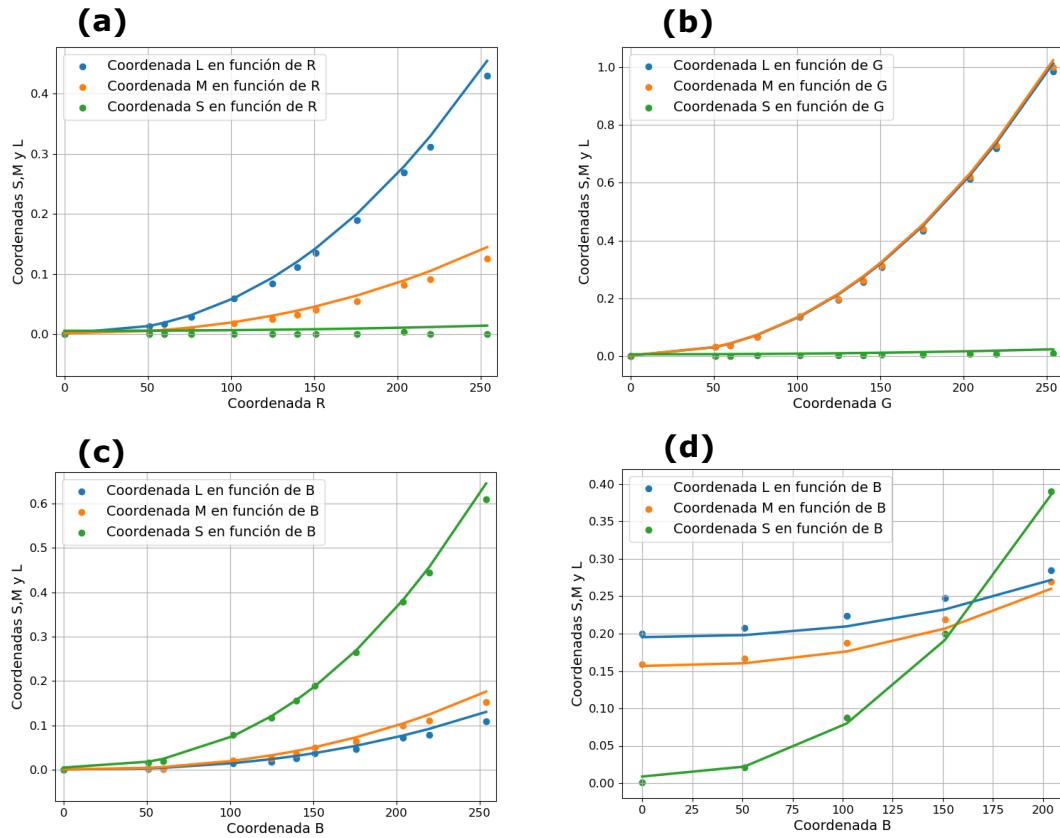


Figura 3.3: Resultados del ajuste dado por la Ec. [3.5] con los parámetros dados por las Tablas (3.1) y (3.2). (a) Valores del ajuste en función de la coordenada R con G = B = 0. (b) Valores del ajuste en función de la coordenada G con R = B = 0. (c) Valores del ajuste en función de la coordenada B con R = G = 0. (d) Valores del ajuste en función de la coordenada B con R = G = 120.

varía la coordenada B dejando R y G fijas en 102. Se observa que tanto en los ejes como en otras curvas, el ajuste predice bien el comportamiento de las coordenadas S, M y L.

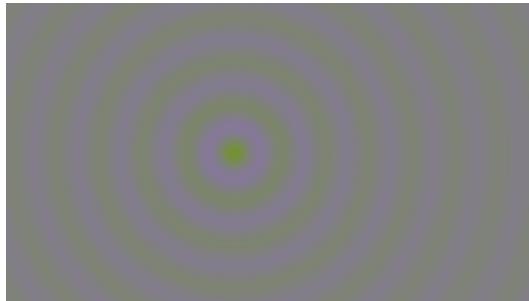
3.2. Experimentos de discriminación

En este trabajo se propone obtener el valor de k_{\max} a través de experimentos de discriminación. En estos experimentos se le presenta a un sujeto una imagen en pantalla cuya cromaticidad \mathbf{c} depende de las coordenadas espaciales (x, y) de la forma

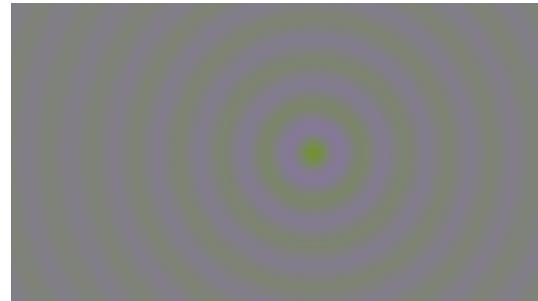
$$\mathbf{c}(x, y) = \mathbf{c}_f + \sqrt{k}\epsilon\hat{\mathbf{e}}J_0(k\sqrt{x^2 + y^2}), \quad (3.6)$$

con una modulación de amplitud ϵ en alguna dirección del espacio de colores $\hat{\mathbf{e}}$ y el origen $(x, y) = (0, 0)$ de la modulación desplazado respecto al centro de la pantalla de computadora. Antes de mostrar cada estímulo se le muestra al voluntario un punto negro en el centro de la pantalla con cromaticidad uniforme \mathbf{c}_f durante 2 segundos para

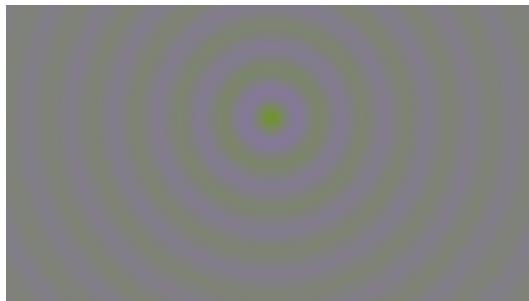
que fije su mirada. Posteriormente el punto negro desaparece y aparece el estímulo de la Ec. [3.6] durante 1 segundo, descentrado respecto del punto negro inicial en una de cuatro direcciones posibles: arriba, abajo, a la izquierda o a la derecha. Luego, el estímulo desaparece y se le pide al sujeto seleccionar con las flechas del teclado la dirección en la que está desplazado el centro de la modulación. Si el sujeto no logra percibir el estímulo debe responder aleatoriamente alguna de las 4 posiciones. En la Fig. (3.4) se muestra la forma y las diferentes posiciones que puede tomar el input en la pantalla.



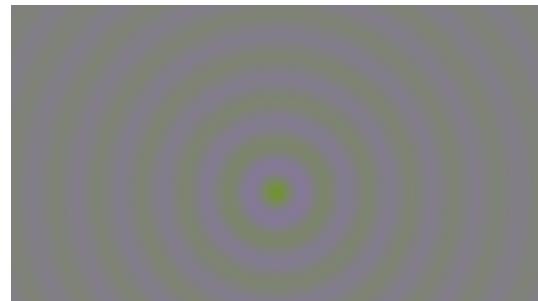
(a) Centro de la modulación a la izquierda del centro de la pantalla.



(b) Centro de la modulación a la derecha del centro de la pantalla.



(c) Centro de la modulación arriba del centro de la pantalla.



(d) Centro de la modulación abajo del centro de la pantalla.

Figura 3.4: Diferentes centrados del estímulo presentado.

En el experimento participaron 7 voluntarios, donde se realizaron aproximadamente 100 mediciones para 5 valores en promedio de frecuencia espacial k por cada dirección del espacio de colores. 3 voluntarios midieron en solo una dirección, 2 voluntarios midieron en dos direcciones y los otros dos restantes midieron en tres direcciones.

En la Fig. (3.5) se observa la cabina donde se realizaron los experimentos. La cabina está conformada por cortinas negras de manera tal que la luz del ambiente no afecte la percepción de los estímulos que se muestran por la pantalla.

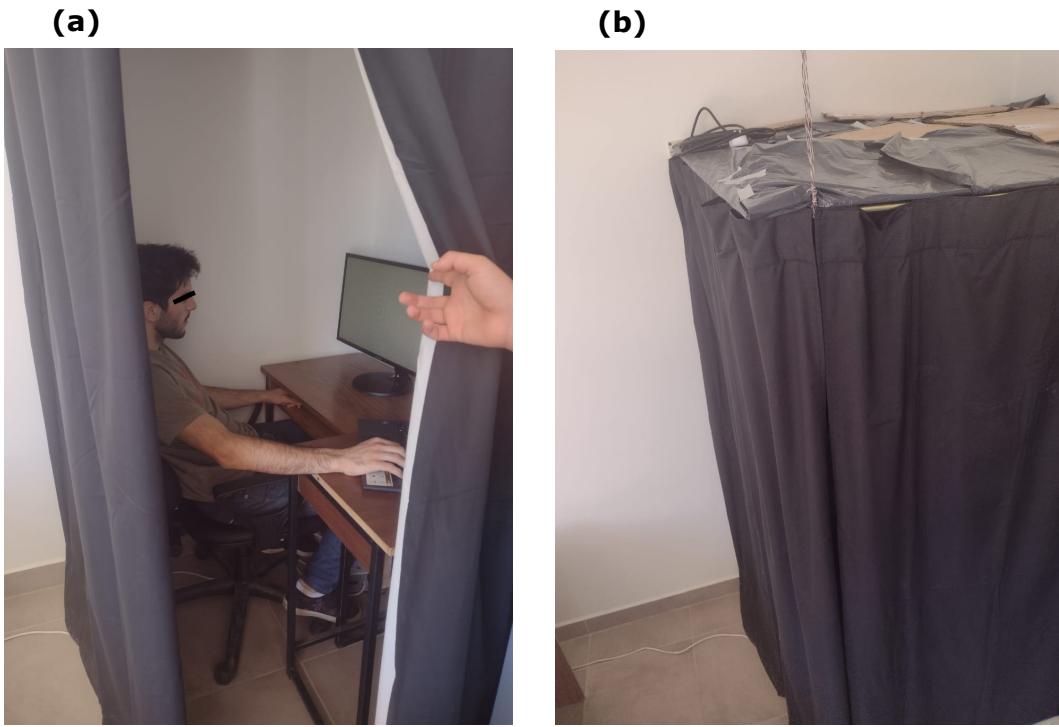


Figura 3.5: (a) Cabina donde se realizaban los experimentos perceptuales por dentro. (b) Cabina donde se realizaban los experimentos perceptuales por fuera.

3.3. Estimación del umbral de discriminación con *Maximum Likelihood*

Propondremos en este trabajo que la probabilidad $P(x|\epsilon, h)$ de que el sujeto de prueba falle ($x = 0$) o acierte ($x = 1$) en un intento del experimento dados la amplitud de la desviación ϵ y el umbral de discriminación h del sujeto está dada por

$$P(x|\epsilon, h) = \begin{cases} \frac{3}{4} \exp [-(\epsilon/h(k))^2] & \text{si } x = 0 \\ 1 - \frac{3}{4} \exp [-(\epsilon/h(k))^2] & \text{si } x = 1. \end{cases} \quad (3.7)$$

En la Fig. (3.6) se observa esta probabilidad en función de ϵ para un valor fijo de $h(k)$.

Como es de esperarse, si la amplitud de la modulación ϵ es muy grande, la probabilidad de fallar tiende a 0 y la de acertar tiende a 1. En cambio, si la amplitud es muy pequeña, la probabilidad de fallar tiende a $\frac{3}{4}$ y la de acertar a $\frac{1}{4}$ (correspondientes a elegir un desplazamiento al azar entre 4 opciones equiprobables). Viendo esta definición, se puede interpretar al umbral del sujeto h como aquella desviación necesaria para que la probabilidad de acertar sea aproximadamente 3/4. El umbral se minimiza para $k = k_{max}$.

Si suponemos que los distintos intentos del experimento son independientes entre

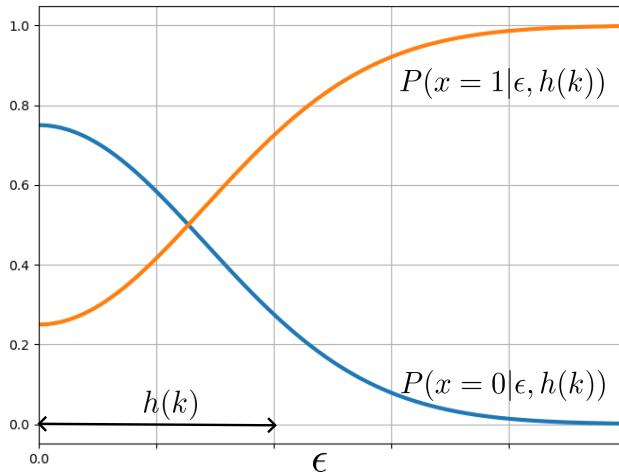


Figura 3.6: $P(x|\epsilon, h(k))$ en función de ϵ para un valor fijo de $h(k)$.

sí, la probabilidad conjunta de obtener una cierta tira de aciertos y errores es

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n | \epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n, h(k)) = \prod_{j=1}^n P(x_j | \epsilon_j, h(k)). \quad (3.8)$$

Para estimar el valor del umbral utilizaremos el *estimador de maximum likelihood* sobre la probabilidad definida en la Ec. [3.8], es decir, el umbral h_{ML} es aquel que cumple [25]

$$\frac{d}{dh} \ln P(h|x_1, \dots, x_n; \epsilon_1, \dots, \epsilon_n) \Big|_{h=h_{ML}} = 0,$$

donde

$$\begin{aligned} \ln P(h|x_1, \dots, x_n; \epsilon_1, \dots, \epsilon_n) &= \sum_{j/x_j=0} \ln \left[\frac{3}{4} \exp [-(\epsilon_j/h)^2] \right] + \sum_{j/x_j=1} \ln \left[1 - \frac{3}{4} \exp [-(\epsilon_j/h)^2] \right] \\ &= n_{\text{errores}} \ln \left(\frac{3}{4} \right) - \sum_{j/x_j=0} \left(\frac{\epsilon_j}{h} \right)^2 + \sum_{j/x_j=1} \ln \left[1 - \frac{3}{4} \exp [-(\epsilon_j/h)^2] \right], \end{aligned}$$

y

$$\frac{d}{dh} \ln P(h|x_1, \dots, x_n; \epsilon_1, \dots, \epsilon_n) = \frac{2}{h^3} \sum_{j/x_j=0} \epsilon_j^2 - \frac{6}{4h^3} \sum_{j/x_j=1} \frac{\epsilon_j^2 \exp [-(\epsilon_j/h)^2]}{1 - \frac{3}{4} \exp [-(\epsilon_j/h)^2]}.$$

De manera más explícita, el valor de h_{ML} es aquel que cumple

$$\sum_{j/x_j=0} \epsilon_j^2 - \frac{3}{4} \sum_{j/x_j=1} \frac{\epsilon_j^2 \exp [-(\epsilon_j/h_{ML})^2]}{1 - \frac{3}{4} \exp [-(\epsilon_j/h_{ML})^2]} = 0 \quad (3.9)$$

Para resolver la Ec. [3.9] se utilizó una función de la librería *statsmodel* de Python.

Para encontrar el error δ_h en la determinación del h_{ML} utilizaremos la propiedad dada por la Ec. [3.10]

$$\frac{1}{2\delta_h^2} = \left. \frac{d^2}{dh^2} \ln P(h|x_1, \dots, x_n; \epsilon_1, \dots, \epsilon_n) \right|_{h=h_{\text{ML}}}. \quad (3.10)$$

3.4. Muestreo óptimo

La capacidad de realizar una correcta estimación depende enormemente de la cantidad de datos disponibles. En nuestro modelo de voluntario, la probabilidad de contestar correcta o incorrectamente está dada por la Ec. (3.8). En esta función hay dos tipos de parámetros: h el umbral de discriminación y los ϵ_j . Estos últimos, a diferencia de h , están a control de experimentador. A partir de esta libertad surge la pregunta: ¿cuál es la mejor forma de elegir la amplitud ϵ de manera de minimizar el número de datos necesarios para la estimación?

Una forma naif de muestrear valores de ϵ sería hacerlo de manera uniforme. Es decir, si suponemos que el valor de umbral de discriminación se encuentra entre 0 y 1, podemos muestrear valores de $\epsilon \in \{1/5, 2/5, 3/5, 4/5, 1\}$ de manera aleatoria y uniforme. Sin embargo, esta forma de muestreo podría no ser óptima. Por ejemplo, si suponemos que el umbral de discriminación está alrededor de 2/5, el voluntario casi siempre acertaría la ubicación del centro del estímulo para las amplitudes 4/5 y 1, y sería un desperdicio continuar muestreando estos valores. Muchas más eficiente sería concentrarse en amplitudes cercanas al umbral, que son más informativas.

Una manera más inteligente de elegir los valores de ϵ para mostrar al voluntario sería utilizar las respuestas dadas en trials anteriores para obtener una estimación provisoria del umbral, y muestrear amplitudes en función de esta estimación provisoria. A través de esta conclusión nace una pregunta más específica: dada una estimación previa de h , ¿cuál es el valor de ϵ qué más información nos daría acerca del umbral?

Para contestar esta pregunta calculamos la información de Fisher $J(h|\epsilon)$, para después maximizar esta información respecto a ϵ y obtener el valor ϵ_{n+1} óptimo dado una estimación anterior h_n .

En nuestro caso, la información de Fisher \mathcal{J} respecto a la función de probabilidad dada por la Ec. [3.7] y respecto al parámetro h está dada por

$$\begin{aligned}
\mathcal{J}(h|\epsilon) &= - \left\langle \frac{\partial^2}{\partial h^2} \ln [P(x|\epsilon, h)] \right\rangle_x \\
&= \frac{9}{2} \frac{\epsilon^2}{h^4} \exp \left[- \left(\frac{\epsilon}{h} \right)^2 \right] \\
&\quad - \frac{3}{8} \frac{\epsilon^2}{h^6} \exp \left[-2 \left(\frac{\epsilon}{h} \right)^2 \right] \frac{\left((12h^2 - 8\epsilon^2) \exp \left[\left(\frac{\epsilon}{h} \right)^2 - 9h^2 \right] \right)}{1 - \frac{3}{4} \exp \left[- \left(\frac{\epsilon}{h} \right)^2 \right]}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Finalmente, maximizando $\mathbf{J}(h|\epsilon)$ respecto a ϵ , obtenemos

$$(2\epsilon^2 - 4h^2) \exp \left[\left(\frac{\epsilon}{h} \right)^2 \right] + 3h^2 = 0. \tag{3.12}$$

Suponiendo que $\epsilon = \alpha h$ se obtiene que α de cumplir

$$(2\alpha^2 - 4) \exp(\alpha^2) + 3 = 0, \tag{3.13}$$

cuya solución es $\alpha = 1.3174$. Por lo tanto, se concluye que dado una estimación previa h_n el valor óptimo de amplitud a muestrear es $\epsilon_{n+1} = 1.3174 h_n$.

Para comprobar la convergencia de la estimación se realizaron simulaciones, en las que se definió un sujeto virtual cuyas repuestas están dadas por las Ec. [3.7] con un valor de h predefinido. A partir de valores ϵ_i elegidos por el experimentador se obtienen valores x_i con $x_i \in \{0, 1\}$, que equivalen a que el sujeto virtual haya contestado correcta o incorrectamente. Finalmente, utilizando estos datos artificiales es posible utilizar el estimador de Maximum Likelihood para estimar el valor de h y comparar la velocidad de convergencia de la estimación con diferentes métodos de muestreo de amplitudes.

En la Fig. (3.7a) se muestra una comparación en la convergencia del muestreo aleatorio uniforme y el muestreo adaptativo dado por la maximización de la información de Fisher. Las primeras 15 amplitudes son muestreadas uniformemente en ambos casos, de manera de contar con una primera estimación de h . El algoritmo adaptativo utiliza esta primera estimación como semilla, y genera de manera dinámica las sucesivas amplitudes a muestrear. Posteriormente se muestran otras 35 amplitudes. Se puede observar que el método adaptativo converge más rápidamente al verdadero valor del umbral ($h = 0.5$) que el método de muestreo uniforme.

En la Fig. (3.7b) se observa el error promedio en la estimación de h en el paso 50 del método adaptativo para 1600 realizaciones y diferentes valores de α tal que $\epsilon = \alpha h$. Se observa que alrededor del valor de α óptimo deducido a partir de la maximización de la información de Fisher $\mathcal{J}(h|\epsilon)$ el error promedio alcanza su mínimo.

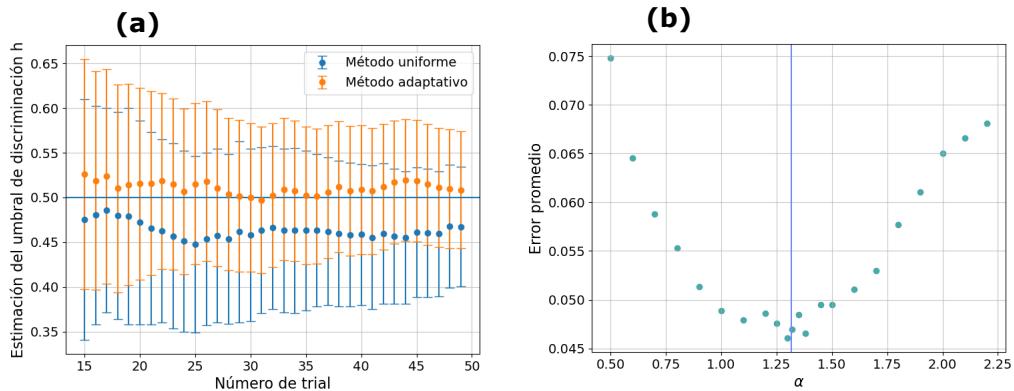


Figura 3.7: (a) Evolución de la estimación del umbral de discriminación con dos métodos distintos de muestreo de amplitudes ϵ . En azul se observa el muestreo uniforme, donde se eligen aleatoriamente valores de amplitud en $\{0.2; 0.4; 0.6; 0.8; 1\}$. En naranja se observa el muestreo adaptativo dado por la solución de la Ec. [3.13]. En ambos casos los primeros 15 pasos de estimación se realizaron con amplitudes aleatorias, de manera de obtener una primera estimación de h para el método adaptativo. El valor verdadero del umbral de discriminación se observa en línea gruesa vertical con $h = 0.5$. (b) Error promedio entre 1600 realizaciones del valor de la estimación de h en el trial número 50. En línea celeste gruesa se observa la solución a la Ec. [3.13].

3.5. Determinación del tamaño del estímulo

Cuando decidimos mostrar colores a través de la pantalla según la Ec. [3.6] es importante notar que las variables, (x, y) y k están medidas en unidades de píxel e inversa de píxel respectivamente. Debido a que el tamaño percibido de los estímulos cambia dependiendo de la distancia a la pantalla, se decidió medir el tamaño en unidades de grados sexagesimales \circ , lo cual da una idea del espacio que ocupan en el campo visual. El tamaño característico σ del estímulo se define según se muestra en la Fig. (3.8). Se define a σ como la distancia que hay entre el primer y segundo máximo de aquella función de Bessel, y se redefine a la frecuencia espacial de estímulo como la inversa de ese tamaño $k = \frac{1}{\sigma}$ (esto se debe a que, por las características de la función de Bessel J_0 , $k\sigma \approx 7.016$, aquí redefinimos k de manera tal que $k\sigma = 1$). Llamamos $\sigma_{\text{óptimo}}$ al σ de aquella función de Bessel que minimiza el umbral de discriminación (renombraremos $\sigma_{\text{óptimo}}$ como σ debido a que es el único valor de distancia que nos interesa en el siguiente capítulo).

Dada la imagen, es posible obtener el valor de σ en número de píxeles analizando la imagen en algún software externo. Sabiendo el tamaño de la pantalla y resolución de la pantalla es posible pasar de una medición en número de píxeles a una medición en centímetros. Una vez obtenido el valor de σ en centímetros el ángulo subtendido por el estímulo es

$$\theta_\sigma = \frac{180^\circ}{\pi} \arctan \left(\frac{\sigma}{d} \right), \quad (3.14)$$

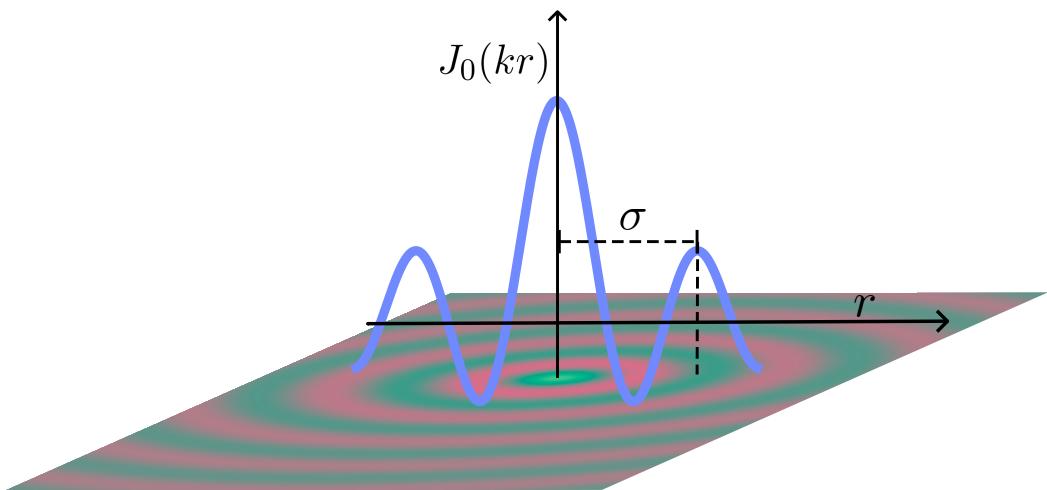


Figura 3.8: Esquema de la modulación del estímulo como una función J_0 de Bessel. El tamaño característico σ del estímulo está definido como la distancia entre los primeros dos máximos de la función de Bessel.

donde d es la distancia del sujeto a la pantalla.

3.6. Protocolo experimental

La modulación ϵ del estímulo se realiza en tres posibles direcciones del espacio de colores **S**, **L – M** y **L + M**, donde cada instancia del experimento ocurre únicamente en una de las direcciones.

Para cada sujeto y cada dirección del espacio de colores se determina un valor máximo de amplitud ϵ_{\max} a partir de cual se presentan estímulos cuya amplitud ϵ está dada por fracciones de este valor máximo. El valor de ϵ_{\max} se elige manualmente de manera tal que el sujeto de sea capaz de percibir la presencia del estímulo todas las veces pero con un poco de dificultad. Es decir, dado ϵ_{\max} , se presentan al voluntario, durante 2 minutos, los estímulos con $\epsilon = \{\pm \frac{j\epsilon_{\max}}{5}\}$ con $j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Estos dos minutos sirven para que la vista del voluntario se acostumbren a la cromaticidad promedio **c** y para obtener una primera estimación del umbral de discriminación h . Una vez obtenida una primera estimación del umbral, se muestran otros 60 trials, donde la amplitud de cada trial evoluciona según el método de muestro adaptativo discutido en la Sección (3.4).

La sesión del experimento se repite con diferentes valores de frecuencia espacial k . Se muestrearon valores de k en el intervalo $[0.2\frac{1}{\circ}, 2.0\frac{1}{\circ}]$.

Una vez obtenidos, para cada k , los valores de acierto y error para cada ϵ presentados, se calcula el $h_{\text{ML}} = h(k)$ utilizando la Ec. [3.9] y su error utilizando la Ec. [3.10].

Capítulo 4

Resultados

“La parte más importante de escribir una tesis es elegir bien las frases al comienzo de cada capítulo.”

— Lucas Diaz Celauro, 2022

4.1. Resultados

Se obtuvieron los valores de umbral de discriminación en función de la frecuencia espacial del estímulo para diferentes voluntarios. En algunas de estas mediciones también se varió el color de referencia a partir de cual se realizaba la modulación. La modulación se realizó en tres direcciones diferentes de espacio de colores, en la dirección **S**, en la dirección **L-M** y en la dirección **L+M**. Las primeras dos direcciones, corresponden a la componentes cromáticas del estímulo, mientras que la última dirección corresponde, en gran parte, a su componente lumínica.

Para la mayoría de los voluntarios, los experimentos se realizaron utilizando como color de referencia el gris $\mathbf{c}_f = [128, 128, 128]$, cuyas coordenadas SML corresponden a $[0.129, 0.291, 0.351]$. Para este color de fondo se encontró un mínimo para todos los voluntarios en las tres direcciones medidas del espacio de colores. La longitud característica es, entonces, $\sigma = \frac{1}{k_{\text{óptimo}}}$.

En la Fig. (4.1) se muestran los histogramas de la fracción de respuestas correctas para un cierto intervalo de amplitudes para un sujeto, dado un valor de k fijo. Se observa, como era de esperarse, que la fracción de respuestas correctas es crece con la amplitud del estímulo, hasta llegar a 1, que corresponde a una performance perfecta.

En la Fig. (4.2) se observa una curva típica del umbral de discriminación h en función de la frecuencia espacial del estímulo k , con la modulación realizada en dirección de la coordenada **S**. Estas curvas mostraron siempre una concavidad positiva y se observó que el ancho cambia de voluntario a voluntario.

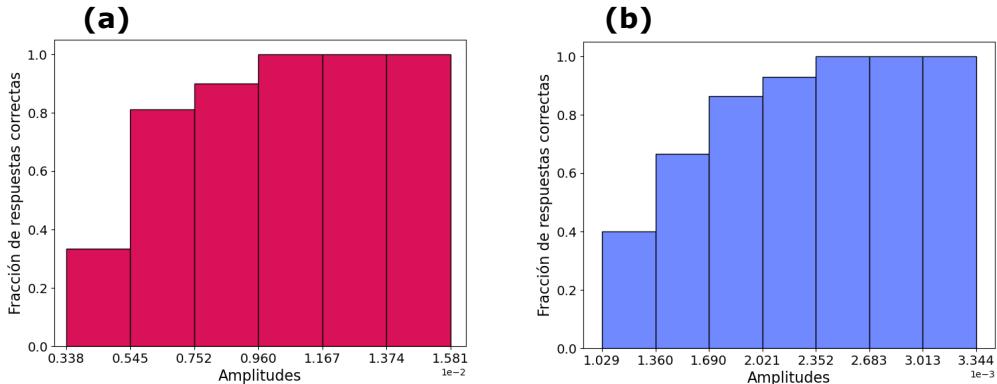


Figura 4.1: Fracción de respuestas correctas en función de intervalos de amplitud para un sujeto. (a) Fracción de respuestas correctas para $k = 1.32\frac{1}{\circ}$ en la dirección $\mathbf{L} + \mathbf{M}$ del espacio de colores. (b) Fracción de respuestas correctas para $k = 0.62\frac{1}{\circ}$ en la dirección $\mathbf{L} - \mathbf{M}$ del espacio de colores. Los histogramas fueron construidos con 262 y 280 datos respectivamente, segmentados en intervalos regulares de amplitud.

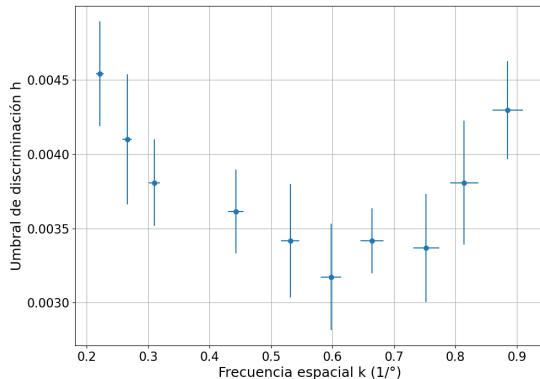


Figura 4.2: Umbral de discriminación h en función de la frecuencia espacial del estímulo k cuando la cromaticidad está modulada en la dirección \mathbf{S} , y cromaticidad de fondo $\mathbf{c}_f = [0.129, 0.291, 0.351]$.

En la Fig. (4.3) se observa el valor del mínimo de umbral con su frecuencia espacial asociada para los diferentes sujetos y en diferentes direcciones del espacio de colores. Las frecuencias espaciales óptimas obtenidas para las modulaciones en dirección \mathbf{S} y $\mathbf{L} - \mathbf{M}$ varían en un rango acotado de entre $0.4\frac{1}{\circ}$ y $0.6\frac{1}{\circ}$.

Además, para los voluntarios que midieron tanto en \mathbf{S} como en $\mathbf{L} - \mathbf{M}$, se obtuvieron aproximadamente las mismas frecuencias características como se muestra en la Fig.(4.4a).

No se observa lo mismo para el caso de la dirección $\mathbf{L}+\mathbf{M}$, donde la frecuencia óptima para cada sujeto es aproximadamente el doble del valor obtenido para las otras dos direcciones, como se puede observar en la Fig. (4.4b). Además, se observa una mayor variabilidad en los valores de frecuencia para esta dirección que en el caso de la dirección \mathbf{S} , yendo de $0.8\frac{1}{\circ}$ hasta $1.6\frac{1}{\circ}$.

La diferencia en los valores frecuencias óptimas obtenidas en los casos \mathbf{S} y $\mathbf{L} - \mathbf{M}$

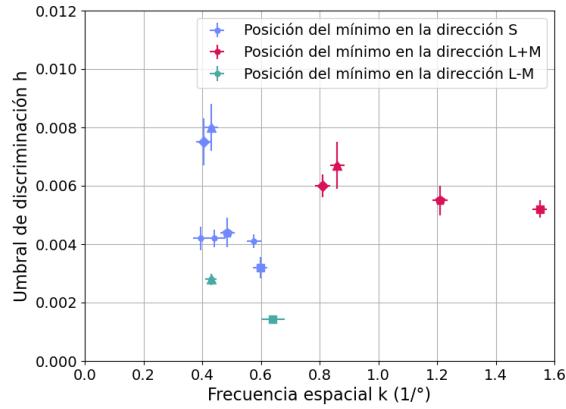


Figura 4.3: Valor mínimo de umbral y su frecuencia óptima asociada para todos los sujetos medidos en tres direcciones diferentes del espacio de colores. Aquellos puntos en diferentes colores con el mismo marcador corresponden a mediciones del mismo sujeto en las diferentes direcciones. Aquellos puntos marcados con círculos corresponden a diferentes sujetos.

respecto al caso **L + M** podría indicar diferencias en las arquitecturas de las redes neuronales a cargo del procesamiento de señales cromáticas y lumínicas, respectivamente.

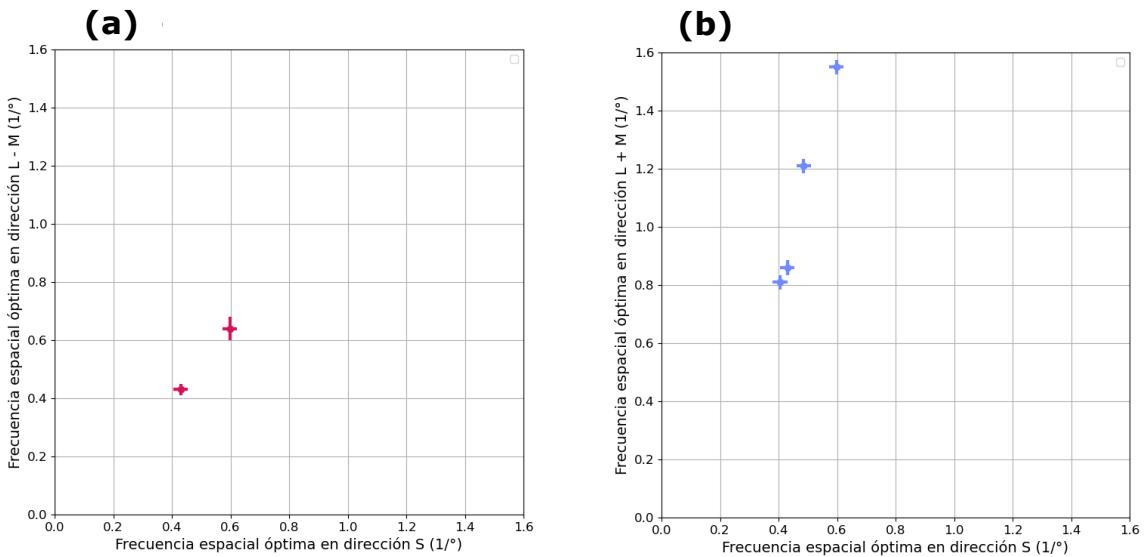


Figura 4.4: Comparación de los valores obtenidos de frecuencia espacial óptima con cromatidad de fondo c_f entre (a) modulación en dirección **S** y dirección **L - M** y entre (b) modulación en dirección **S** y dirección **L + M**. Cada punto corresponde a un sujeto diferente.

Cuando la modulación ocurre en la dirección **S**, los umbrales van de 0.003 a 0.008 para los diferentes sujetos. Esta variabilidad es menor en el caso de la dirección **L+M**, donde los resultados obtenidos están entre 0.005 y 0.007 aproximadamente.

De forma general, a través de la Fig. (4.3) es posible distinguir, observando cada dirección por separado, una correlación entre la habilidad de percibir estímulos tenues y estímulos con menor tamaño característico. Es decir, aquellas personas que son capaces

de distinguir cromaticidades muy similares también son aquellas que perciben de mejor manera estímulos con mayor frecuencia espacial (menor tamaño espacial).

Para comparar los valores de umbral obtenidos entre diferentes direcciones es necesario tener en cuenta la Ley de Weber. En el contexto de estímulos cromáticos la ley de Weber predice que si el color de fondo presentado \mathbf{c}_f posee una proyección c_α sobre una dirección α del espacio de colores, entonces el umbral de discriminación en la dirección α depende linealmente de c_α .

Para comprobar si esta ley se cumple para el tipo de estímulos con el cual tratamos en ese trabajo medimos el umbral de discriminación en la dirección \mathbf{S} para tres diferentes fondos con diferentes valores en su coordenada \mathbf{S} y manteniendo \mathbf{M} y \mathbf{L} constante. En la Fig. (4.5a) se observa las curvas de umbral de discriminación en función de la frecuencia espacial para tres fondos con diferentes coordenadas \mathbf{S} y mismas coordenadas $\mathbf{M} = 0.29$ y $\mathbf{L} = 0.35$. Podemos ver que la posición del mínimo de umbral de discriminación se encuentra en el mismo valor de frecuencia espacial para las tres curvas, en aproximadamente 0.6° .

Podemos ver, además, que el valor de umbral aumenta a medida que cambiamos el fondo por otro con mayor valor de \mathbf{S} . En la Fig. (4.5b) podemos ver que el umbral parece crecer linealmente con el valor de la coordenada del fondo, con una pendiente de 0.0215 ± 0.0009 . Estos resultados se encuentran en concordancia con la ley de Weber para este rango de valores de \mathbf{S} .

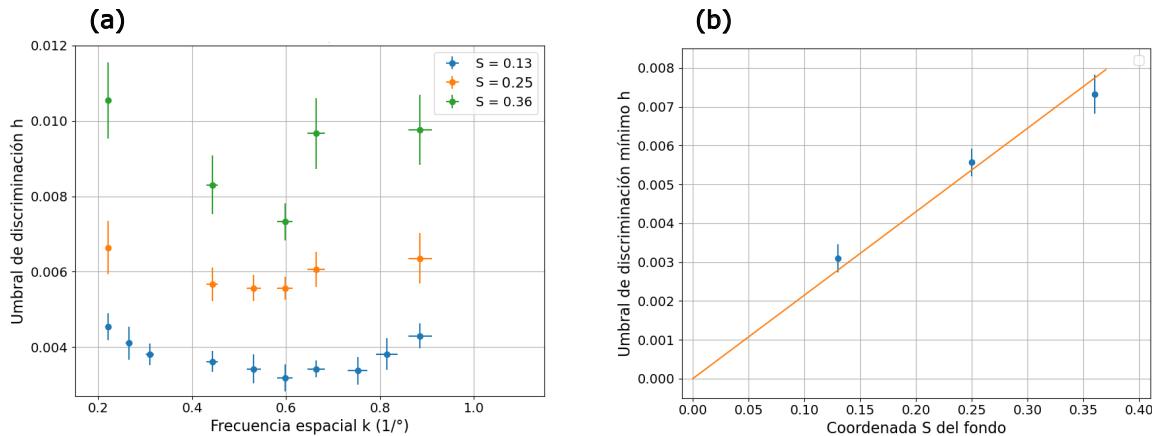


Figura 4.5: (a) Umbral de discriminación en función de la frecuencia espacial para tres fondos diferentes, con coordenadas $\mathbf{SML} \in \{(0.13, 0.29, 0.35), (0.25, 0.29, 0.35), (0.36, 0.29, 0.35)\}$

Teniendo en cuenta la ley de Weber, para comparar los umbrales entre diferentes direcciones del espacio analizamos el cociente $\frac{h_\alpha}{c_\alpha}$, con $\alpha \in \{\mathbf{S}, \mathbf{L} - \mathbf{M}, \mathbf{L} + \mathbf{M}\}$. Este cociente corresponde a la pendiente dada por la ley de Weber, donde pendientes más pequeñas indicarían una mejor discriminación en esa dirección del espacio de colores (al necesitar un menor valor de amplitud para discriminar los estímulos del fondo). Para los sujetos que midieron el umbral de discriminación en estas tres direcciones para el fondo

\mathbf{c}_f con coordenadas $\mathbf{RGB} = [128, 128, 128]$ y coordenadas $\mathbf{SML} = [0.13, 0.29, 0.35]$ se obtuvieron los cocientes que se muestran en la Tabla (4.1).

Sujeto	$\frac{h_S}{c_S}$	$\frac{h_{L-M}}{c_{L-M}}$	$\frac{h_{L+M}}{c_{L+M}}$
T	0.024	0.034	0.011
I	0.062	0.067	0.015

Tabla 4.1: Valores de cociente $\frac{h_\alpha}{c_\alpha}$ para $\alpha \in \{S, L - M, L + M\}$.

Los valores de cociente son mucho menores en la dirección $L + M$ que en las otras dos direcciones, lo cual indica un umbral de discriminación menor para la componente lumínica de los estímulos. Se puede observar que los cocientes en las direcciones S y $L - M$ son similares entre sí para el mismo sujeto pero pueden variar de sujeto a sujeto. Sin embargo, para el caso de la dirección $L + M$ ambos sujetos parecen tener valores similares de umbral de discriminación.

Capítulo 5

Conclusiones

“La parte más importante de escribir una tesis es elegir bien las frases al comienzo de cada capítulo.”

— Lucas Diaz Celauro, 2022

La inducción cromática es el fenómeno por el cual el color con que se percibe un estímulo depende de las cromaticidades aledañas. En esta tesis analizamos cómo depende la inducción cromática de la estructura espacial de la imagen. El trabajo constó de una formulación teórica del problema, en término de campos receptivos, y de una exploración experimental basada en paradigmas comportamentales de discriminación cromática.

El modelo teórico propuesto es una extensión al campo cromático de formulaciones que habían sido utilizadas previamente para explicar la respuesta a estímulos lumínicos acromáticos, es decir, estímulos estructurados en términos de escalas de grises. Básicamente, propusimos que el percepto “color” puede escribirse como una transformación lineal de la cromaticidad. El factor de proporcionalidad en esta transformación lineal es el campo receptivo.

La hipótesis de linealidad es razonable para variaciones pequeñas en la cromaticidad, como las exploradas experimentalmente en esta tesis. Al fin y al cabo, cualquier transformación analítica puede expandirse en serie de potencias, y para modulaciones pequeñas, el término lineal es el más relevante. No descartamos que para modulaciones grandes, los términos no lineales se vuelvan significativos.

La descripción teórica aquí propuesta también incluye una hipótesis de invarianza traslacional. Sabemos que, en última instancia, esta hipótesis no se cumple, ya que la agudeza visual depende de la excentricidad. De hecho, los estímulos que inciden sobre la fóvea se disciernen con mucho mayor agudeza espacial y cromática que aquellos que están en la periferia del campo visual. Sin embargo, las características de la fóvea varían suavemente a medida que nos alejamos hacia la periferia, y si confinamos el análisis a una porción limitada del campo visual, la hipótesis de invarianza traslacional

es razonable. De hecho, desde el punto de vista introspectivo, no tenemos la sensación de que la percepción varíe fuertemente con la posición en el campo visual. Además, las redes neuronales que procesan información visual son autosemejantes ante traslaciones pequeñas. El modelo teórico también presupone que en las coordenadas así llamadas “perceptuales”, la transformación lineal entre estímulos y preceptos involucra a una matriz escalar, o equivalentemente, que hay simetría de rotación en el espacio de colores. Esta hipótesis nos permitió suponer que el campo receptivo sólo depende de la coordenada radial, y en consecuencia, nos fue posible deducir la forma del campo receptivo analizando los resultados de experimentos de discriminabilidad cromática, cuando los estímulos están estructurados en términos de anillos concéntricos, modulados por la función J_0 de Bessel. En otras palabras, la hipótesis de simetría en el espacio de colores nos permitió derivar el estímulo óptimo para caracterizar la estructura espacial del campo receptivo. En particular, dedujimos que el tamaño característico del campo receptivo es igual a la inversa de la frecuencia espacial para la cual la discriminabilidad es óptima.

Los experimentos de discriminabilidad cromática son aburridos. Si un sujeto se distrae, empieza a contestar cualquier cosa, y ya no es posible sacar conclusiones de sus respuestas. Por eso, consideramos importante trabajar en el diseño experimental, para reducir el tiempo de medición al mínimo. El objetivo fue exponer a cada sujeto a estímulos que implicaran un nivel intermedio de dificultad. Si la tarea es demasiado fácil, o demasiado difícil, las respuestas del sujeto son poco informativas acerca del tamaño característico del campo receptivo. Para dar un significado preciso a la idea de “nivel intermedio de dificultad”, maximizamos la información de Fisher del sistema, respecto de la amplitud de la modulación cromática de los estímulos presentados. Esta estrategia nos permitió derivar un algoritmo que, dependiendo de las respuestas anteriores del sujeto, modifica de manera adaptativa y progresiva los contrastes a testear. También realizamos simulaciones para verificar la optimalidad del algoritmo de muestreo respecto a otros métodos de muestreo más ingenuos.

El paradigma experimental que diseñamos nos permitió medir los umbrales de discriminación, es decir, la mínima modulación cromática que cada sujeto es capaz de detectar en al menos el 70 % de las veces (el porcentaje de aciertos al azar era de 25 %). Estos umbrales dependen de tres factores:

- La frecuencia espacial k del estímulo. En este experimento evaluamos frecuencias que van de $0.2\frac{1}{\circ}$ a $2.0\frac{1}{\circ}$. Estos rangos alcanzaron para detectar los umbrales de todos los sujetos testeados.
- La dirección en el espacio de colores en la cual se modula el estímulo. Idealmente, habríamos querido muestrear un conjunto grande de direcciones en el espacio de colores, para poder interpolar los resultados, y predecir los umbrales en direccio-

nes arbitrarias. El limitado tiempo disponible, sin embargo, nos obligó a elegir solo unas pocas direcciones: **S**, **L – M** y **L + M**.

- El color promedio del estímulo, al cual se le suman y restan pequeñas desviaciones. Nuevamente, por limitación en el tiempo disponible, la cromaticidad de base utilizada fue de (poner en coordenadas S, M, L), salvo para uno de los sujetos, al que también se le midieron otras dos cromaticidades de base (tales y cuales).

Los umbrales de discriminación de todos los voluntarios testeados fueron mayores en la dirección **L + M** (canal lumínico) que en las direcciones **S** y **L – M** (canales cromáticos). Además, para cada sujeto, los umbrales de los dos canales cromáticos resultaron similares. Sin embargo, estos resultados de por sí no permiten extraer conclusiones definitivas, ya que los umbrales no están expresados en las coordenadas perceptuales. Bien podría ser el caso, que los umbrales en las distintas direcciones puedan igualarse, con una elección conveniente de las coordenadas del espacio de colores. Por este motivo, en vez de analizar los valores absolutos de los umbrales, reportamos los cocientes entre cada umbral, y la coordenada correspondiente del estímulo medio. Los tres estímulos medios utilizados en uno de los sujetos permitieron confirmar que se cumple la ley de Weber. Además, los dos sujetos que realizaron experimentos en las tres direcciones del espacio de colores, fueron capaces de detectar modulaciones lumínicas relativas entre dos y cuatro veces más pequeñas que en las direcciones cromáticas.

Por último, en las direcciones **S** y **L – M** las frecuencias óptimas estaban en el rango de $0.4 - 0.6\frac{1}{2}$. Por lo tanto, el tamaño característico del campo receptivo es de aproximadamente 2° . Dado que este tamaño representa la distancia entre dos máximos de la función J_0 de Bessel, concluimos que en los canales cromáticos, los objetos que ocupan aproximadamente 1° de nuestro campo visual son los más fáciles de detectar. En cambio, las frecuencias óptimas del canal lumínico estaban en el rango $0.8 - 1.6\frac{1}{2}$. Por lo tanto, en lo que hace a detectar variaciones en luminosidad, los objetos más fácilmente detectables subtienden ángulos de $0.6 - 1.25^\circ$.

En conclusión, el canal lumínico es más preciso que los canales cromáticos, tanto por tener umbrales relativos más pequeños, como por una mayor resolución espacial. Especulamos entonces que quizás el canal cromático evolucionó no tanto para detectar objetos en el campo visual, sino para caracterizar y diferenciar los objetos detectados por el canal lumínico.

Observamos una cierta variabilidad poblacional en los umbrales de discriminación, como así en las frecuencias espaciales óptimas. Notablemente, ambas características están inversamente correlacionadas, en el sentido que los voluntarios con umbrales pequeños tenían tendencia a tener también frecuencias óptimas grandes. Básicamente, las personas que detectan variaciones sutiles en el color lo hacen particularmente bien cuando los objetos son pequeños.

Por último, cabe destacar que el hecho de que la frecuencia óptima del canal lumínico difiera de la de los canales cromáticos constituye un desafío a la hipótesis del modelo lineal, al menos, un modelo lineal válido para todo el espacio de colores. Los datos más bien indican dos canales de procesamiento paralelos, con tamaños característicos distintos. Si interpretamos los campos receptivos como una medida efectiva de las conexiones horizontales en el campo visual, este trabajo sugiere que las conexiones que procesan información sobre luminosidad tienen una extensión lateral menor que las que procesan información cromática.

Bibliografía

- [1] Vattuone, N. R. Determinación teórico-experimental de la geometría del espacio de colores percibidos bajo la influencia de un entorno cromático. Tesis Doctoral, 2021. [1](#), [2](#), [12](#)
- [2] Klauke, T., Susanne Wachtler. "tiltin color space: Hue changes induced by chromatic surrounds. *Journal of vision*, **15** 13, 17, 2015. [1](#)
- [3] Enroth-Cugell, C., Robson, J. G. The contrast sensitivity of retinal ganglion cells of the cat. *The Journal of physiology*, **187** (3), 517–552, 1966. [2](#), [6](#), [7](#)
- [4] Abd El-Hay, M. Sensation and Perception, págs. 223–232. 2019.
- [5] Deuchars, S., Deuchars, J. Neuroscience-a novelty for the nervous: neuroscience (1997). *BioEssays*, **20**, 871–872, 1998. [2](#)
- [6] Rodieck, R. W. The first steps in seeing. 1998. URL <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:30956636>. [2](#), [4](#)
- [7] Welbourne, L., Morland, A., Wade, A. Population receptive field (prf) measurements of chromatic responses in human visual cortex using fmri. *NeuroImage*, **167**, 11 2017. [2](#)
- [8] Conway, B. R., Livingstone, M. S. Spatial and temporal properties of cone signals in alert macaque primary visual cortex. *Journal of Neuroscience*, **26** (42), 10826–10846, 2006. URL <https://www.jneurosci.org/content/26/42/10826>.
- [9] Kim, K. J., Mantiuk, R., Lee, K. H. Measurements of achromatic and chromatic contrast sensitivity functions for an extended range of adaptation luminance. *Proc. SPIE*, **8651**, 86511A–86511A–14, 2013. URL <http://dx.doi.org/10.1117/12.2002178>. [2](#)
- [10] Gegenfurtner, K. R. Cortical mechanisms of colour vision. *Nature Reviews Neuroscience*, **4**, 563–572, 2003. URL <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:11505913>. [4](#)

- [11] Buchsbaum, G., Gottschalk, A. Trichromacy, opponent colours coding and optimum colour information transmission in the retina. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B. Biological Sciences*, **220**, 113 – 89, 1983. URL <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:23369551>. 4
- [12] Atick, J. J. Could information theory provide an ecological theory of sensory processing?. *Network*, **3**, 213–251, 1992. 4, 5
- [13] Werner, J., Chalupa, L. The Visual Neurosciences. A Bradford book. MIT Press, 2004. URL <https://books.google.com.ar/books?id=CWYbwQEACAAJ>. 4
- [14] Kuffler, S. W. Discharge patterns and functional organization of mammalian retina. *Journal of neurophysiology*, **16** (1), 37–68, 1953. 5, 6
- [15] Dayan, P., Abbott, L. F. Theoretical Neuroscience: Computational and Mathematical Modeling of Neural Systems. The MIT Press, 2001. 5
- [16] Hubel, D., Wiesel, T. Republication of the journal of physiology (1959) 148, 574-591: Receptive fields of single neurones in the cat's striate cortex. *The Journal of physiology*, **587**, 2721–32, 07 2009. 6
- [17] Young, R. The gaussian derivative model for spatial vision: I. retinal mechanisms. *Spatial vision*, **2**, 273–93, 02 1987. 6
- [18] Maxwell, J. C. On the theory of compound colours, and the relations of the colours of the spectrum. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, **150**, 57–84, 1860. URL <http://www.jstor.org/stable/108759>. 7
- [19] Krauskopf, J., Gegenfurtner, K. Color discrimination and adaptation. *Vision research*, **32** (11), 2165–2175, 1992. 7
- [20] Vattuone, N., Wachtler, T., Samengo, I. Perceptual spaces and their symmetries: The geometry of color space. *arXiv preprint arXiv:2010.00541*, 2020. 8
- [21] Provenzi, E. Geometry of color perception. Part 1: Structures and metrics of a homogeneous color space. *The Journal of Mathematical Neuroscience*, **10** (7), 1–19, mayo 2020. URL <https://hal.science/hal-02336556>. 8
- [22] Weisstein, E. W. Hankel transform. <https://mathworld.wolfram.com/HankelTransform.html/>. Accedido: 2022-27-11. 16
- [23] da Fonseca, M., Samengo, I. Derivation of human chromatic discrimination ability from an information-theoretical notion of distance in color space. *Neural Computation*, **28** (12), 2628–2655, 2016. 21

- [24] Apell, J., McNeill, K. Updated and validated solar irradiance reference spectra for estimating environmental photodegradation rates. *Environ. Sci.: Processes Impacts*, **21**, 427–437, 2019. URL <http://dx.doi.org/10.1039/C8EM00478A>. 22
- [25] Barlow, H. Redundancy reduction revisited. *Network: computation in neural systems*, **12** (3), 241, 2001. 27

Agradecimientos

Agradezco a mi familia por haberme apoyado todos estos años de abrumante pero satisfactorio estudio, aún a través de la distancia.

A mi directora, Ines Samengo y a Nicolás Vattuone que me guiaron y me ayudaron a hacer posible este trabajo.

A todos los amigos que hice a lo largo de estos 3 años en el Instituto.

